

УДК 621.396.6

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИГНАЛОВ НА ВЫХОДЕ БОРТОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ, УЧИТЫВАЮЩАЯ ИХ ВНЕЗАПНЫЕ ОТКАЗЫ

Э.А. БОЛЕЛОВ, А.В. СБИТНЕВ, С.В. ШАЛУПИН

Статья представлена доктором физико-математических наук, профессором Козловым А.И.

В статье рассматривается вариант модели сигналов на выходе бортовых радионавигационных систем, учитывающий внезапные отказы в этих системах. Рассматриваемая модель является основой для формирования алгоритмов контроля и диагностирования технического состояния бортовых радионавигационных систем.

**Ключевые слова:** радионавигационная система, внезапный отказ.

### Введение

При разработке моделей сигналов бортовых радионавигационных систем (РНС), которые учитывают их внезапные отказы, необходимо сформулировать само понятие отказа. В соответствии с существующим общепринятым определением, отказ – это событие, заключающееся в полной или частичной утрате работоспособности объекта. Данное определение не учитывает того обстоятельства, что объект может находиться в работоспособном состоянии, но при этом вследствие различных причин, например, сложной помеховой обстановки, информацию от него использовать нельзя. Другими словами объект работоспособен, но неправильно функционирует. В связи с этим в данной статье под отказом будем понимать не только нарушение работоспособного состояния объекта, но и всякое нарушение его правильного функционирования.

### Математическая модель сигналов на выходе бортовых РНС

Измеренное значение навигационного параметра на выходе бортовых РНС для нормальных условий его функционирования представляется в виде [1; 2]

$$y_u(t) = y(t) + \varepsilon(t), \quad (1)$$

где  $y_u(t)$  - измеренное значение навигационного параметра;  $y(t)$  - истинное значение навигационного параметра;  $\varepsilon(t)$  - ошибка измерителя.

Ошибка РНС в общем случае имеет постоянную (или медленно меняющуюся) и флуктуационную составляющую. Особенностью постоянной (медленно меняющейся) составляющей ошибки измерителя является ее медленное, как правило, монотонное изменение с течением времени. Эта составляющая может быть скорректирована, т.е. устранено ее влияние на  $y_u(t)$  при проведении, например, профилактических работ. Флуктуационная составляющая обусловлена действиями помех, нестабильностями частот гетеродинов, траекторными флуктуациями и т.д. Флуктуационная составляющая является непредсказуемой ни по знаку, ни по величине, а следовательно, не может быть устранена при выполнении профилактических работ на земле. Флуктуационная составляющая с достаточной степенью адекватности описывается стационарным гауссовским случайным процессом с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией вида

$$K_\varepsilon(\tau) = \sigma_\varepsilon^2 e^{-\alpha_\varepsilon |\tau|}, \quad (2)$$

где  $\sigma_\varepsilon^2$  - дисперсия флуктуационной составляющей ошибки измерителя;  $\alpha_\varepsilon$  - ширина спектра флуктуаций, определяемая выражением  $\alpha_\varepsilon = \tau_\varepsilon^{-1}$ , где  $\tau_\varepsilon$  - постоянная времени измерителя.

В соответствии с (2) флуктуационная составляющая ошибки измерителя может быть

описана дифференциальным уравнением первого порядка [1]:

$$\frac{d\varepsilon_y^\phi(t)}{dy} = -\alpha_\varepsilon \varepsilon_y^\phi(t) + \sqrt{2\alpha_y \sigma_\varepsilon^2} n_\varepsilon(t); \varepsilon_y^\phi(t_0) = \varepsilon_{y0}^\phi, \quad (3)$$

где  $n_\varepsilon(t)$  - стандартный белый гауссовский формирующий шум.

Практическая реализация алгоритмов обработки информации в современных бортовых пилотажно-навигационных комплексах производится в цифровой форме, поэтому сигналы должны быть представлены в виде рекуррентных соотношений:

$$\varepsilon_y^\phi(k+1) = f_\varepsilon \varepsilon_y^\phi(k) + \gamma_\varepsilon n_\varepsilon(k); \varepsilon_y^\phi(0) = \varepsilon_{y0}^\phi, \quad (4)$$

где  $f_\varepsilon = \exp(-\alpha_\varepsilon \Delta t)$ ;  $\gamma_\varepsilon = \sqrt{\sigma_\varepsilon^2(1-f_\varepsilon^2)}$ ;  $n_\varepsilon(k)$  - случайная гауссовская величина с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией;  $\Delta t$  - величина шага дискретизации.

В качестве примера в рамках данной статьи рассмотрим математическую модель выходного сигнала бортовой аппаратуры спутниковой навигационной системы (СНС). Модель сигналов на выходе СНС для одного канала измерения скорости воздушного судна  $W(k)$  для нормальных условий его функционирования в соответствии с (1) и (4) может быть записана в виде

$$W_C(k) = W(k) + \varepsilon_C(k), \quad (5)$$

где  $\varepsilon_C(k)$  - ошибка измерения составляющей путевой скорости с известными статистическими характеристиками  $M\{\varepsilon_C(k)\}=0$ ,  $M\{\varepsilon_C^2(k)\}=\sigma_C^2$ , определяемыми выражениями:

$$\varepsilon_C(k) = f_C \varepsilon_C(k-1) + g_C n_C(k-1); \varepsilon_C(0) = \varepsilon_{C0}, \quad (6)$$

где  $f_C = \exp(-\alpha_C \Delta t)$ ;  $g_C = \sqrt{\sigma_C^2(1-f_C^2)}$ ;  $\alpha_C$  - ширина спектра флуктуаций каналов измерения составляющих путевой скорости СНС;  $\sigma_C^2$  - стационарное значение дисперсии ошибок измерения составляющей путевой скорости от СНС;  $n_C(k-1)$  - случайная гауссовская величина с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Представление сигналов на выходе СНС в виде (5) и (6) правомерно только для штатного режима функционирования аппаратуры и не отражает случаев ее аномального функционирования. Для аппаратуры СНС наиболее характерны скачкообразные (внезапные) отклонения математического ожидания ошибки измерения параметра или увеличение стационарного значения дисперсии флуктуационной ошибки СНС.

Модель ошибок СНС, учитывающая в отличие от (6) отказы измерителя, может быть представлена в виде

$$\varepsilon_C(k) = \lambda(k)m_C(k) + \tilde{\varepsilon}_C(k), \quad (7)$$

где  $m_C(k)$  - значение математического ожидания для случая аномального функционирования аппаратуры СНС;  $\lambda(k)$  - индикатор аномального режима работы аппаратуры СНС;  $\tilde{\varepsilon}_C(k)$  - погрешности измерителя при отсутствии «скачка» математического ожидания, удовлетворяющие выражениям:

$$\tilde{\varepsilon}_C(k) = f_C \tilde{\varepsilon}_C(k-1) + \gamma_C(k-1)n_C(k-1); \tilde{\varepsilon}_C(0) = \tilde{\varepsilon}_{C0}, \quad (8)$$

где  $\gamma_C(k) = \sqrt{\theta(k)(1-f_C^2)}$ ,  $\theta(k)$  - неизвестная стационарная дисперсия СНС, подлежащая идентификации.

Процесс  $\lambda(k)$  в (8) может быть описан цепью Маркова с двумя состояниями  $\{0,1\}$ , а именно, матрицей вероятностей перехода  $\pi_\lambda[\lambda(k)|\lambda(k-1)]$  и вектором начального состояния

$P_{\lambda}(0) = P_{\lambda 0}$ . Далее для определенности будем считать, что значение  $\lambda(k)=0$  соответствует нормальным условиям функционирования СНС, а  $\lambda(k)=1$  - аномальным условиям функционирования, т.е. отказу СНС.

Модель изменения во времени математического ожидания  $m_c(k)$  ошибки СНС в выражении (7) может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} m_c(k) &= 0, \text{ при } \lambda(k) = \lambda(k-1) = 0; \\ m_c(k) &= m_c(k-1), \text{ при } \lambda(k) = \lambda(k-1) = 1; \\ m_c(k) &= m_c(k-1) + \gamma_{mc} n_{\gamma}(k-1), \text{ при } \lambda(k) = 1, \lambda(k-1) = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\gamma_{mc}$  - интенсивность «скачка» математического ожидания;  $n_{\gamma}(k)$  - случайная гауссовская величина с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Процесс изменения во времени стационарного значения дисперсии  $\theta(k)$  СНС, подлежащей оцениванию может быть описан цепью Маркова на  $N$  состояний с заданными матрицами вероятностей перехода соответственно:

$$\pi_{\theta}[\theta(k) = \theta_i | \theta(k-1) = \theta_j] = [\pi_{\theta_{ij}}]; \quad i = \overline{1, N}; \quad j = \overline{1, N}, \quad (10)$$

и вектором начального состояния  $P_{\theta}(0) = P_{\theta 0}$ .

Таким образом, выражения (5)-(10) позволяют достаточно полно описать модель выходных сигналов СНС, которая учитывает внезапные отказы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т.1. Теоретические основы / под ред. М.С. Ярлыкова. – М.: Радиотехника, 2012.

2. Миронов М.А. Обнаружение изменения свойств наблюдаемых и ненаблюдаемых случайных процессов // Радиотехника. - 2007. - № 1.

#### THE MATHEMATICAL MODEL OF THE SIGNALS AT THE OUTPUT OF ONBOARD NAVIGATION SYSTEMS, TAKING INTO ACCOUNT THEIR SUDDEN FAILURES

Bolelov E.A., Sbitnev A.V., Shalupin S.V.

The article discusses a variant of a model of the signals at the output of onboard navigation systems, taking into account the sudden failures in these systems. The considered model is the basis for the formation of the algorithms for monitoring and diagnosing the technical condition of onboard navigation systems.

**Keywords:** radio navigation system, sudden failure.

#### Сведения об авторах

**Болелов Эдуард Анатольевич**, 1967 г.р., окончил ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского (1997), доцент, кандидат технических наук, заведующий кафедрой технической эксплуатации радиоэлектронного оборудования воздушного транспорта МГТУ ГА, автор 30 научных работ, область научных интересов - эксплуатация сложных технических систем.

**Сбитнев Александр Васильевич**, 1978 г.р., окончил ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского (2005), кандидат технических наук, доцент кафедры технической эксплуатации радиоэлектронного оборудования воздушного транспорта МГТУ ГА, автор 10 научных работ, область научных интересов - эксплуатация сложных технических систем.

**Шалупин Степан Владимирович**, 1981 г.р., окончил ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского (2003), аспирант МГТУ ГА, автор 2 научных работ, область научных интересов - навигация и УВД.