

УДК 62.505

УПРАВЛЕНИЕ ВЕКТОРОМ СКОРОСТИ ПОЛЕТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ОСНОВЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОДХОДА

В.П. ХАРЬКОВ, С.П. ХАЛЮТИН

В статье рассмотрен метод синтеза управления вектором скорости полета летательного аппарата (ЛА) с учетом ограничения на тягу силовой установки. Ограничение выполнено на основе использования треугольника мощности, представляющего собой равносторонний треугольник, высота которого интерпретируется как величина тяги силовой установки. Законы управления синтезированы на основе метода обратных задач динамики.

Ключевые слова: вектор скорости, тяга силовой установки, треугольник мощности, управление, обратные задачи динамики, крен, угол наклона траектории, модуль вектора скорости.

Обычно в режиме автоматического управления вектором скорости полета самолета предполагается, что параметры движения не выходят за пределы эксплуатационных ограничений. Если это условие нарушается, то необходимо предусмотреть коррекцию управляющих воздействий, приводящих ЛА в зону допустимых или разрешенных значений координат состояния. Наиболее значимой компонентой вектора скорости, влияющей на безопасность полета, является модуль вектора скорости полета. В этом случае необходимо так управлять силовой установкой воздушного судна, чтобы всегда выполнялось условие

$$V_{\min} \leq V(t) \leq V_{\max},$$

где $V_{\min} = V_{\min}(H)$, $V_{\max} = V_{\max}(H)$ – минимальное и максимальное значения модуля скорости полета, определяемое эксплуатационным диапазоном высот и скоростей полета.

Учитывая, что ЛА может выполнять в пространстве состояния сложные маневры с различными фиксированными значениями координат, например, скорость полета V , угол наклона траектории θ , высота полета H и т.д., то левая и правая границы допустимого диапазона изменения скорости полета представляют собой сложные функции как координат состояния, так и располагаемых энергетических ресурсов. В зависимости от стратегии управления ЛА будет зависеть и решение задачи ограничения скорости полета. Под стратегией управления здесь понимаются разрешенные способы влияния на скорость полета – изменения траектории полета; изменения тяги силовой установки; изменения лобового сопротивления самолета; любая комбинация перечисленных выше способов управления. Естественно полагать, что комбинированный способ управления является наиболее эффективным и предпочтительным.

Исходя из располагаемых ресурсов, допустимых органов управления скоростью на данном режиме и от принятой стратегии ограничения контролируемой координаты, система управления может строиться по двум принципам: компенсационный принцип управления; принцип энергетического управления. Здесь под «энергетическими» координатами понимаются прежде всего углы наклона траектории θ и крена γ , которые при заданной скорости полета для реализации некоторых их назначений требуют дополнительного расхода энергетических ресурсов – тяги силовой установки. Причем большим реализуемым значениям θ и γ соответствуют и большие дополнительные расходы тяги силовой установки.

В качестве базового режима полета примем полет на заданной высоте H_0 с произвольным, но зафиксированным значением скорости V_0 . Этому режиму соответствует некоторое значение тяги P_0 силовой установки. Предположим, что ЛА совершает разворот за счет изменения кренов. Для поддержания заданной высоты полета необходимо увеличить угол атаки. При этом скорость полета несколько уменьшается за счет увеличения лобового сопротивления. В этом случае тяга P_0 расходуется на поддержание новой скорости V_1 и на создание некоторого угла крена $\gamma \neq 0$.

Дальнейшее увеличение крена приведет к уменьшению скорости полета до значения, равного

$$V(t) = V_{\text{пр}}^{\text{орп}}$$

при условии стабилизации высоты полета $H_0 = \text{const}$.

Если по условию полетного задания требуется продолжить увеличивать угол крена, то для сохранения равенства (2) необходимо увеличивать тягу силовой установки.

Для геометрической интерпретации изложенного воспользуемся равнобедренным треугольником, который в дальнейшем будем называть треугольником мощности. Высоту треугольника будем интерпретировать с величиной тяги силовой установки. По сторонам треугольника в некотором масштабе отложены значения V , γ и θ . Воспользуемся свойством равнобедренного треугольника – сумма перпендикуляров, опущенных из произвольной внутренней точки на стороны, есть величина постоянная и равная высоте треугольника. Тогда можно утверждать, что длины перпендикуляров, опущенные на стороны треугольника, пропорциональны текущим значениям тяги, необходимым для создания V , γ и θ . В качестве примера треугольник мощности для режима полета $V(t) = V_0$, $H(t) = H_0 = \text{const}$, $|\gamma(t)| = |\gamma_0|$ представлен на рис. 1.

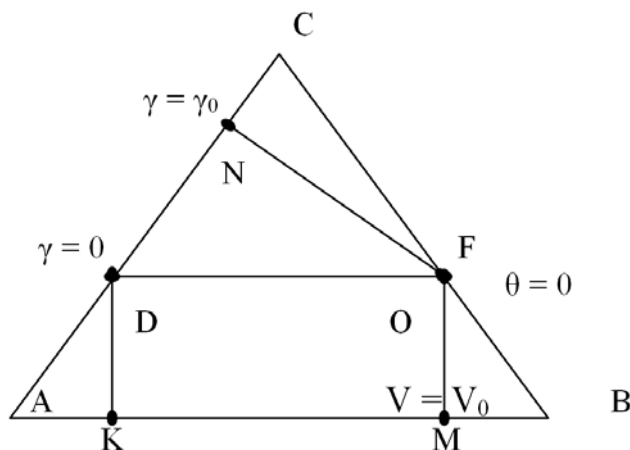


Рис. 1. Треугольник мощности

Здесь OM – перпендикуляр, опущенный из точки O на сторону AB треугольника, длина которого пропорциональна тяге, потребной для создания скорости $V = V_0$;

DK – отрезок, пропорциональный величине скорости $V(t) = V_0$;

ON – перпендикуляр, опущенный из точки O на сторону AC , на которой нанесен масштаб угла крена. Его длина пропорциональна необходимой дополнительной тяге для создания крена, равного $|\gamma_0|$ при $V = V_0$ и $H = \text{const}$;

DN – отрезок, величина которого пропорциональна крену $|\gamma(t)| = \dots$. Начало отсчета по крену принимается в точке D , определяемой как точка пересечения прямой $DF \parallel AB$ со стороной AC .

Точка O называется равновесной точкой, положение которой и определяет возможные значения координат V , γ и θ . На рис. 1 точка O совпадает с F . Это означает, что в данном случае полет с набором высоты невозможен.

Заметим, что высота h треугольника здесь удовлетворяет условию

$$\|h\| = \|OM\| + \|ON\|$$

и определяется по высотно-скоростным характеристикам (BCX) и дроссельным характеристикам двигателя.

Масштаб по координатам V , γ и θ является нелинейным и в общем случае зависит от веса ЛА, высоты и числа M полета.

На рис. 2 изображен тот же треугольник мощности, что и на рис. 1, на котором дополнительно показано:

- D_1K_1 – минимально возможная скорость полета, равная $V_{\text{пр}}^{\text{орп}}$;

- D_1N_1 – максимально возможный угол крена на данном режиме работы силовой установки при стабилизации высоты полета.

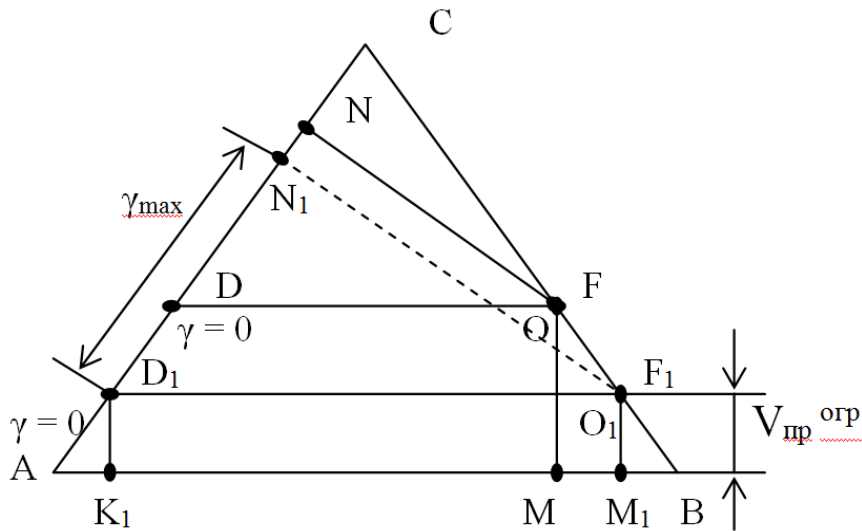


Рис. 2. Треугольник мощности с минимально возможной скоростью полета

Из рисунка следует, что в этом случае равновесная точка переместилась из точки O в точку O_1 . Дальнейшее увеличение крена приведет к нарушению условия

$$V_{пр}(t) \geq V_{пр}^{огр}.$$

Следовательно, необходимо формировать корректирующий сигнал, направленный на ограничение заданного угла крена либо на увеличение тяги силовой установки.

Рассмотрим задачу синтеза оптимального управления вектором скорости полёта ЛА.

Многовариантность описания составляющих задачи оптимального управления приводит к чрезвычайному разнообразию ее постановок. Основную редакцию задачи оптимального управления можно сформулировать следующим образом. Пусть динамика объекта управления на отрезке времени $[t_0, t_K]$ описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t), \tag{1}$$

где $x(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]^T$ – вектор координат состояния; $f(x, u, t)$ – n -мерная функция; $u(t) = [u_1(t), \dots, u_m(t)]^t$ – вектор управления.

Необходимо найти управление $u(t)$, обеспечивающее на заданном временном интервале минимум целевого функционала

$$J = \int_{t_0}^{t_K} L[x(t), u(t), t] dt + S_K[x(t_K)]. \tag{2}$$

Здесь $L(x, u, t)$ – скалярная неотрицательная функция; $S_K[x(t_K)]$ – терминальный член целевого функционала.

Большое распространение в настоящее время получили методы синтеза законов управления, основанные на концепции обратных задач динамики [8; 9], где проблема конструирования алгоритмов управления движением рассматривается из условий обеспечения предписанных динамических характеристик синтезируемых систем [3; 5].

Данный подход позволяет синтезировать алгоритмы управления в замкнутой форме как для линейных, так и для нелинейных моделей управляемых процессов. При этом ограничения,

накладываемые на изменения управляемых координат, учитываются в достаточно простом виде. В такой постановке задача синтеза оптимального управления формулируется следующим образом.

Пусть управляемая система описывается дифференциальным уравнением вида

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t), \quad (3)$$

где $x(t)$ – n -мерный вектор состояния; u – m -мерный вектор управления; $f()$ – известная векторнозначная функция, непрерывно дифференцируется по совокупности своих параметров.

В начальный момент времени $t=t_0$ положение системы (3) в пространстве состояний характеризуется вектором $x(t_0) = x_0$. Требуется найти такой вектор $u(x)$, который бы переводил систему из состояния $x(t_0)$ в новое состояние $x(t_k)$ по заданной траектории движения $y_{ж}(t)$.

Построение алгоритма управления будем осуществлять в два этапа: вначале определяются силы и моменты, а затем вычисляется искомое управление.

Особенностью данного метода является возможность использования нелинейных математических моделей объектов управления без их линеаризации. Получаемые при этом алгоритмы также являются нелинейными, структурно адекватными математическим моделям управляемых процессов.

Однако часто в реальных автоматических системах из-за динамики управляющих сил, а также из-за наличия ограничений, накладываемых на управление и на координаты состояния, получение желаемых переходных процессов или движение по заданной траектории являются невозможными. Поэтому целесообразно потребовать не реализацию заданной траектории $y_{ж}(t)$, а ликвидацию ошибки ее отслеживания по заданному закону. Основанный на таком подходе метод синтеза алгоритмов управления получил в литературе название обобщенного метода обратных задач динамики [6]. Его суть сводится к следующему.

Пусть управляемый объект в пространстве состояний описывается векторным уравнением (3). Требуется найти такое управление $u(t)$, которое обеспечивает движение системы (3) вдоль заданной траектории движения с минимумом функционала

$$I = \int_{t_0}^T \Phi(x, y_c, t) dt, \quad (4)$$

где $\Phi(.)$ – любая положительная полуопределенная функция; $y_{ж}(t)$ – желаемая траектория системы (3), определяемая достижимыми координатами вектора состояния $x(t)$. Заметим, что размерность вектора $y_{ж}(t)$ не может превышать размерности вектора управления. Здесь под достижимыми координатами понимают те координаты $x(t)$, произвольные значения которых могут сохраняться сколь угодно долго. При движении системы (3) вдоль опорной траектории на соотношение между вектором состояния и желаемым процессом накладывается ограничение вида

$$F(x, y_{ж}) = 0, \quad (5)$$

где $F(.)$ – m -мерная векторзначная функция, m раз непрерывно дифференцируемая по своим аргументам.

В общем случае считаем, что функция $F(x, y_{ж})$ удовлетворяет уравнению

$$\psi_1[\lambda_i, \dot{F}(x, y_c), \ddot{F}(x, y_c), \dots, F^{(k)}(x, y_c)] = \psi_2[\beta, F(x, y_c)], \quad i = \overline{1, k}, \quad (6)$$

где λ, β – матрицы произвольного вида, обеспечивающие устойчивость решения (6); $\psi_1(.)$ и $\psi_2(.)$ – m -мерные нелинейные векторзначные функции.

Заметим, что ограничения (6) преобразуют уравнение (5) к виду

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(x, y_c) = 0. \quad (7)$$

Во многих технических приложениях функции $\psi_1(.)$ и $\psi_2(.)$ в уравнении (6) можно описать

следующими уравнениями:

$$\psi_1(\cdot) = F^{(k)}(x, y_c) + \lambda_{k-1} \cdot F^{(k-1)}(x, y_c) + \dots + \lambda_1 \cdot \dot{F}(x, y_c); \quad (8)$$

$$\psi_2(\cdot) = \beta_0 \cdot F(x, y_c). \quad (9)$$

Вводя обозначения $\lambda_0 = \beta_0$, уравнение (6) с учетом (9) и (8) можно переписать

$$F^{(k)}(x, y_c) + \lambda_{k-1} \cdot F^{(k-1)}(x, y_c) + \dots + \lambda_0 \cdot F(x, y_c) = 0. \quad (10)$$

В дальнейшем будем полагать, что характер движения системы определяется уравнением (10). Пусть для определенности функция рассогласования имеет вид

$$F(x, y_{ж}) = x - y_{ж}. \quad (11)$$

Порядок дифференциального уравнения (10) выбирается исходя из динамических свойств объекта управления. Не нарушая общности рассуждения, можем считать $k=1$. Тогда заданное рассогласование будет изменяться по экспоненциальному закону. Уравнение (11) при этом примет следующий вид

$$\dot{F}(x, y_c) + \lambda_0 \cdot F(x, y_c) = 0. \quad (12)$$

Характер процесса (12) определяется элементами матрицы. С учетом (10) и (11) уравнение (12) преобразуется к следующему виду

$$f(x, u) + \lambda_0 \cdot x(t) = \lambda_0 \cdot y_c(t) + \dot{y}_c(t). \quad (13)$$

При решении задачи стабилизации, когда $y_{ж}(t) = const$, уравнение (24) примет вид

$$f(x, u) = \lambda_0 \cdot [y_c(t) - x(t)]. \quad (14)$$

Уравнение (14) можно разрешить относительно u , если принять, что существует некоторая функция f^* такая, что

$$u = f^*[\lambda_0 \cdot (y_c(t) - x(t))]. \quad (15)$$

Данная разновидность обобщенного метода обратных задач динамики, основанная на аналитическом решении уравнения (13) или (14), получила в литературе название структурно-параметрического метода [3].

Если не существует аналитического решения этих уравнений, можно воспользоваться одним из известных методов численного решения [7]. Из уравнения (15) видно, что в общем случае управление зависит от коэффициентов матрицы λ_0 . Поэтому второй этап синтеза связан с оптимизацией коэффициентов матрицы λ_0 в соответствии с выбранным критерием (4).

Анализ свойств предлагаемого метода управления вектором скорости полета ЛА рассмотрим для режима, когда стабилизируется высота полета при включенной системе автоматического управления креном самолета. Считается, что режим работы силовой установки является неизменным. В этом случае тяга двигателя будет являться функцией скорости полета и может быть определена по ВСХ при фиксированном значении частоты вращения $n_k(t) = const$ компрессора (ротора низкого давления).

На рис. 3, 4 приведены графики располагаемой тяги и потребных значений тяги силовой установки для различных условий полета гипотетического легкого маневренного ЛА. Из графиков следует, что значение тяги зависит от высоты и скорости полета, и при несогласованном маневрировании может не выполняться условие равенства располагаемой и потребной тяг.

Другими словами, уменьшение скорости полета приводит к соответствующему уменьшению тяги. При этом может оказаться, что значение тяги $P(N, n_k)$ при $N=const$ и $n_k=const$ достаточно для создания скорости полета $V(t)$, существенно большей $V_{пр\text{ }отр}(\alpha_{доп})$. В этом случае имеется возможность маневрирования в горизонтальной плоскости, то есть возможность полета с углом крена $\gamma \neq 0$. Область активного маневрирования по крену в силу нелинейного характера зависимости дополнительного расхода тяги, необходимой для обеспечения горизонтального

полета, от скорости, не совпадает с областью возможных изменений скорости полета.

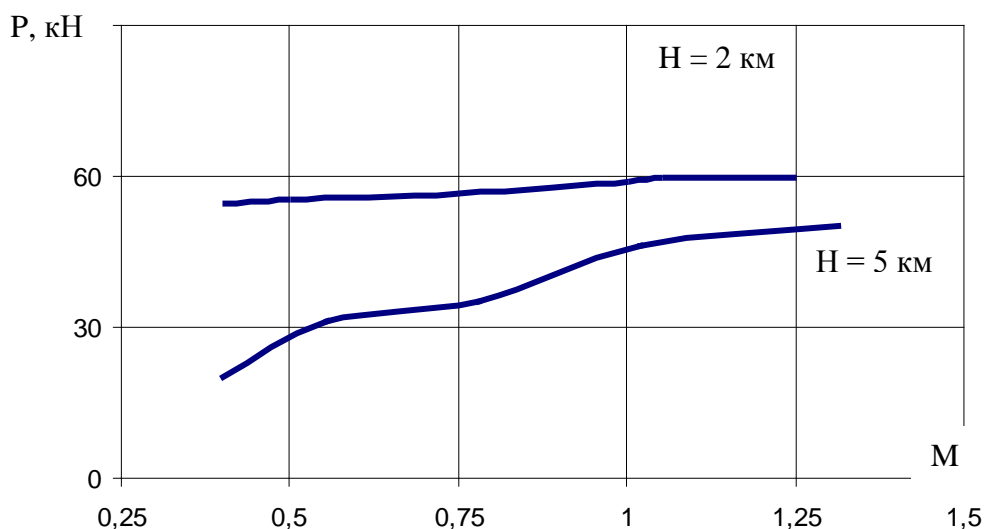


Рис. 3. Высотно-скоростные характеристики

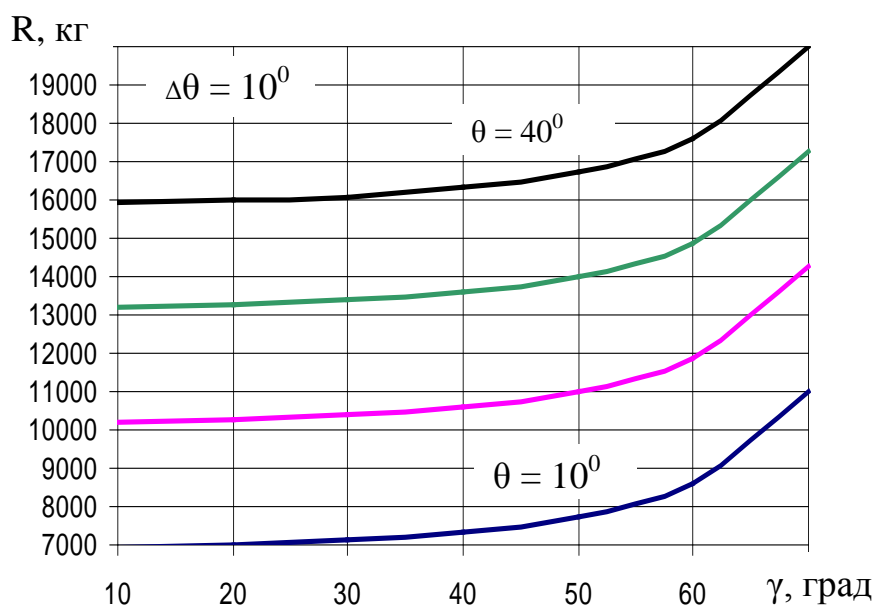


Рис. 4. Потребное значение тяги силовой установки, необходимое для создания заданного значения угла наклона траектории при полете на высоте $H = 2000$ м, $M = 0,7$ и $\theta = 10 - 40^\circ$

Анализ ВСХ (рис. 3) и потребных значений тяги для создания $\gamma_{\text{зад}}$ (рис. 4, 5) показывает, что максимально возможный угол γ_{max} достигается при $V(t) > V_{\text{пр}}^{\text{огр}}$ (рис. 5).

Это означает, что для обеспечения максимального диапазона изменения крена необходимо контролировать не критическое значение скорости полета, а скорость полета, которая соответствует максимальному углу крена при условиях: $H = \text{const}$; $\delta_{\text{руд}} = \text{const}$.

Во-первых, это позволит избежать развития критических ситуаций, во-вторых, повысить эффективность выполнения полетного задания. Следует отметить, что эта скорость есть функция параметров полета: H ; $\delta_{\text{руд}}$; числа M полета, то есть

$$V_1^{\text{огр}} = V(H, \delta_{\text{руд}}, M). \quad (16)$$

В режиме автоматического управления по курсу ограничение $V(t) \geq V_1^{\text{огр}}$ может быть реализовано путем введения ограничения по заданному углу крена.

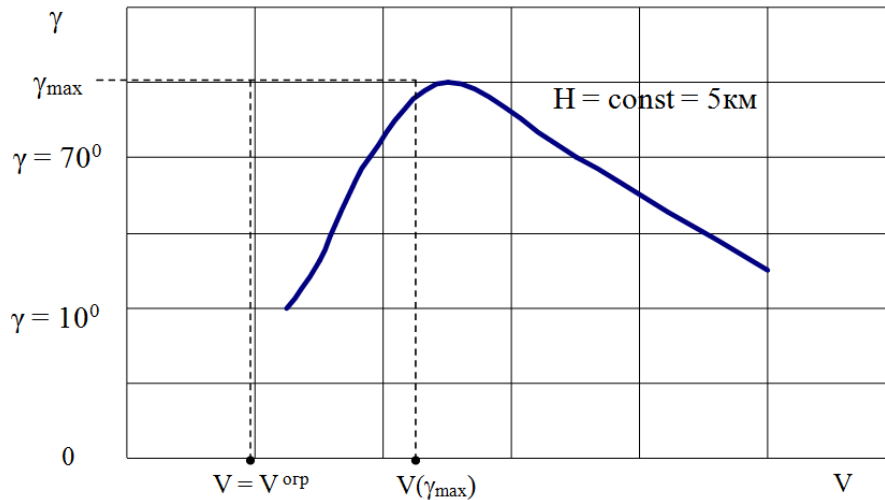


Рис. 5. Зависимость угла крена от скорости полёта

В этом случае зависимость текущей скорости полета от угла крена при стабилизации высоты полета при фиксированном режиме работы силовой установки может быть представлена в виде графика (рис. 6).

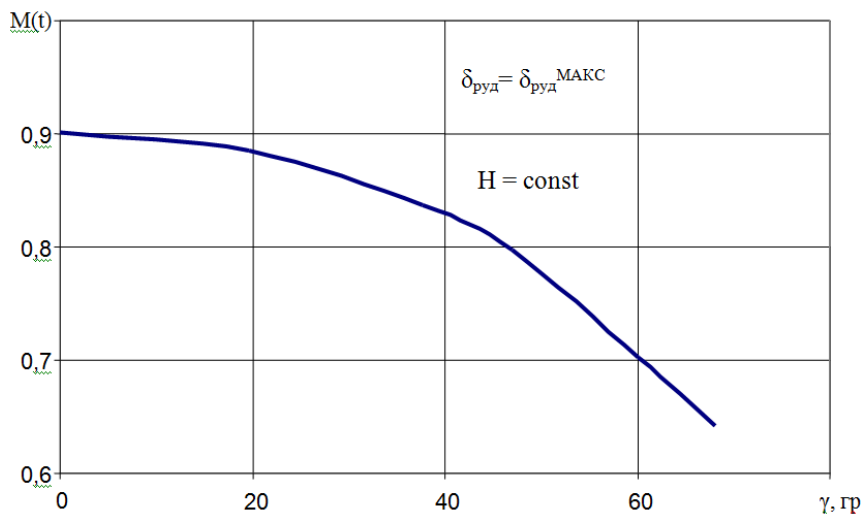


Рис. 6. Зависимость скорости полёта от текущего угла крена

Из приведенных результатов следует, что установившийся полет при $V(t) = \text{const}$ от величины крена имеет существенно нелинейный характер. Это обусловлено двумя причинами. Первая связана с необходимостью увеличения угла атаки для поддержания условия $H(t) = \text{const}$.

Вторая причина обусловлена нелинейным характером зависимости внутренней, а следовательно, и эффективной тяги силовой установки от скорости полета. Нелинейный характер зависимости $V(\gamma)$ приводит к сложной зависимости $\gamma^{\text{орп}}(\gamma_{\text{зад}}, V, H, \delta_{\text{руд}})$, реальное представление которой может содержать ошибки. В этом случае необходимо контролировать скорость полета в виде выполнения условия $V(t) > V^{\text{орп}}$.

Если условие не выполняется, то в систему управления креном ЛА вводится сигнал коррекции, пропорциональный рассогласованию $(V(t) - V^{\text{орп}})$, то есть

$$\gamma^{\text{орп}} = \gamma^{\text{орп}} + k_{\gamma} \cdot \text{sign}(\gamma^{\text{орп}}) \cdot f(V(t) - V^{\text{орп}}), \tag{17}$$

где $\gamma^{\text{орп}}$ – отработанный угол крена; $\gamma^{\text{орп}}$ – заданный угол крена; k_{γ} – коэффициент пропорциональности; $f(V(t) - V^{\text{орп}})$ – функция ограничения. Множитель $\text{sign}(\gamma^{\text{орп}})$ обеспечивает уменьшение заданного значения угла крена вне зависимости от знака текущего значения.

Аналогичные рассуждения можно провести и для угла наклона траектории.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тарасенко А.М., Брага В.Г., Тараненко В.Т. *Динамика полета и боевое маневрирование ЛА*. М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1984.
2. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. *Оптимальное управление*. М.: Наука, 1979.
3. Харьков В.П. Структурно-параметрический метод синтеза управления динамическими системами // *Техническая кибернетика*. 1990. №4.
4. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. *Оптимальное управление системами*. М.: Радио и связь, 1982.
5. Крутько П.Д. *Обратные задачи динамики управляемых систем. Линейные модели*. М.: Наука, 1987.
6. Харьков В.П. Обобщенный метод обратных задач динамики в задачах управления нелинейными системами / *Прикладные задачи управления и испытаний летательного аппарата и его систем*. М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1993.
7. Моисеев Н.Н. *Численные методы в теории оптимальных систем*. М.: Наука, 1971.
8. Харьков В.П. Адаптивное управление динамическими системами на основе обратных задач динамики // *Известия РАН. Теория и системы управления*. 1994. № 4. С. 115.
9. Харьков В.П., Бронников А.М., Журавлев Д.А. Адаптируемость системы управления с идентификатором и эталонной моделью без измерения производной вектора состояния // *Информационно-измерительные и управляющие системы*. 2011. Т. 6. С. 96.

CONTROL OF THE AIRCRAFT FLIGHT VELOCITY VECTOR BASED ON THE ENERGY APPROACH

Kharkov V.P., Khalyutin S.P.

This paper presents a method of the aircraft flight velocity vector control synthesis taking into account constraints on the thrust of the power plant, the restriction is made on the basis of the use of the power triangle, representing an equilateral triangle whose height is interpreted as the thrust of the power plant. The control laws are synthesized based on the method of inverse dynamics problems.

Keywords: velocity, thrust propulsion, the triangle of power, control, inverse dynamics, roll, angle of trajectory, the module of the velocity vector.

REFERENCES

1. Tarasenko A.M., Braga V.G., Taranenko V.T. *Dinamika poleta i boyevoye manevrirovaniye LA*. М.: VVIA im. N.Ye. Zhukovskogo. 1984. (In Russian).
2. Alekseyev V.M., Tikhomirov V.M., Fomin S.V. *Optimal'noye upravleniye*. М.: Nauka. 1979. (In Russian).
3. Khar'kov V.P. Strukturno-parametricheskii metod sinteza upravleniya dinamicheskimi sistemami. *Tekhnicheskaya kibernetika*. 1990. №4. (In Russian).
4. Seydzh E.P., Uayt CH.S. *Optimal'noye upravleniye sistemami*. М.: Radio i svyaz'. 1982. (In Russian).
5. Krut'ko P.D. *Obratnyye zadachi dinamiki upravlyayemykh sistem. Lineynyye modeli*. М.: Nauka. 1987. (In Russian).
6. Khar'kov V.P. Obobshchennyy metod obratnykh zadach dinamiki v zadachakh upravleniya nelineynymi sistemami. *Prikladnyye zadachi upravleniya i ispytaniy letatel'nogo apparata i yego sistem*. М.: VVIA im. N.Ye. Zhukovskogo. 1993. (In Russian).
7. Moiseyev N.N. *Chislennyye metody v teorii optimal'nykh sistem*. М.: Nauka. 1971. (In Russian).
8. Khar'kov V.P. Adaptivnoye upravleniye dinamicheskimi sistemami na osnove obratnykh zadach dinamiki. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*. 1994. № 4. P. 115. (In Russian).
9. Khar'kov V.P., Bronnikov A.M., Zhuravlev D.A. Adaptiruyemost' sistemy upravleniya s identifikatorom i etalonnoy model'yu bez izmereniya proizvodnoy vektora sostoyaniya. *Informatsionno-izmeritel'nyye i upravlyayushchiye sistemy*. 2011. Т. 6. P. 96. (In Russian).

Сведения об авторах

Харьков Виталий Петрович, 1943 г.р., окончил ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского (1974), профессор, доктор технических наук, начальник отдела ООО «Экспериментальная мастерская «НаукаСофт», автор более 120 научных работ, область научных интересов – прикладная теория оптимального управления.

Халютин Сергей Петрович, 1968 г.р., окончил Рижское ВВАИУ им. Я. Алкниса (1990), МГУ им. М.В. Ломоносова, профессор, доктор технических наук, генеральный директор ООО «Экспериментальная мастерская «НаукаСофт», профессор кафедры электротехники и авиационного электрооборудования МГТУ ГА, автор более 120 научных работ, область научных интересов – электроэнергетика автономных объектов.