

УДК 517.977.58

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СТАБИЛИЗАЦИИ СПУТНИКА С ПОМОЩЬЮ БИОИНСПИРИРОВАННЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ

А.В. ПАНТЕЛЕЕВ, Н.М. ОРЛОВСКАЯ

В работе исследуется применение биоинспирированных методов глобальной условной оптимизации в задаче поиска оптимального управления пучками траекторий нелинейных детерминированных систем. Рассмотрено применение четырех биоинспирированных методов, имитирующих поведение лягушек, кукушек, светлячков, а также распространение сорняков. Приведено решение прикладной задачи о стабилизации спутника. Эффективность предложенных алгоритмов исследована с помощью созданного комплекса программ.

**Ключевые слова:** оптимальное управление, глобальный экстремум, пучки траекторий, нелинейные детерминированные системы, биоинспирированные методы, стабилизация спутника.

### ВВЕДЕНИЕ

Биоинспирированные методы глобальной оптимизации – группа метаэвристических методов, имитирующих процессы в природной среде и поведение некоторых видов животных и растений [1]. К ним относятся методы, имитирующие поведение лягушек, кукушек, светлячков, летучих мышей, стай рыб, распространение сорняков и др. Все эти методы объединяют принципы, характерные для элементов живой природы в их среде обитания.

Метод, имитирующий поведение кукушек (Cuckoo Search) [2], и метод, имитирующий распространение сорняков (Weed Colonization) [3], относятся также и к эволюционным методам. В их основе лежит идея процесса эволюционного поиска, то есть формирования новой популяции, когда в результате применения некоторых операций из этой популяции удаляются особи (возможные решения) с наихудшей приспособленностью и заменяются особями с лучшей приспособленностью. Степень приспособленности определяется значением целевой функции, которая используется для поиска наилучшего решения. Метод, имитирующий поведение кукушек, использует особенности их размножения. Отложенное в чужое гнездо яйцо исследуется хозяйкой с заданной вероятностью. Для реализации этого процесса часть гнезд (возможных решений) удаляется и заменяется новыми гнездами, генерируемыми с помощью распределения Леви. В основе метода, имитирующего распространение сорняков, лежит модель рассеивания семян вокруг каждого растения в популяции. Из семян вырастают растения и образуют новую популяцию, из которой удаляются растения с наихудшей приспособленностью (наихудшим значением целевой функции).

Методы, имитирующие поведение лягушек (Shuffled Frog-Leaping Algorithm) [4] и светлячков (Glowworm Swarm Optimization) [5], относятся к методам «роевого» интеллекта. Основная идея этих методов – взаимодействие множества агентов системы «роевого» интеллекта между собой, в процессе которого они обмениваются информацией с целью приближения к оптимальному решению. Метод, имитирующий поведение лягушек, моделирует поведение стаи особей при поиске пищи. Внутри каждой стаи производится одно и то же количество итераций локального поиска. Локальный поиск аналогичен применяемому в методе частиц в стае (члены стаи сообщают друг другу информацию о наилучших позициях в стае или в популяции в целом) [1]. На основании локального поиска лягушка в стае улучшает свое положение, чтобы получить больше пищи (достигнуть наилучшего решения). Таким образом, на каждой итерации особь с наихудшим значением целевой функции будет двигаться к лучшему решению на основе полученной информации. В методе, имитирующем поведение светлячков, используется принцип, при котором особи популяции получают информацию о цели (величине целевой функции) путем органов чувств. В данном случае, свет, который

порождают светлячки, помогает им притягивать пищу и партнеров. Величина целевой функции отождествляется с яркостью, информацию о которой светлячок передает в своей окрестности с помощью специального вещества. Каждый светлячок выбирает наиболее яркого соседа и случайным образом двигается в его направлении.

В данной статье описанные методы и созданное на их основе программное обеспечение [6] применяются для численного решения задачи оптимального управления пучком траекторий нелинейных детерминированных систем [7]. Искомое управление ищется в классе функций с насыщением, учитывающим наличие ограничений на управление, с использованием систем базисных функций, применяемых в спектральном методе анализа и синтеза нелинейных систем [8]. Эффективность предложенного подхода демонстрируется на задаче оптимальной стабилизации спутника [9].

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Поведение модели объекта управления описывается дифференциальным уравнением  $\dot{x} = f(t, x(t), u(t))$ , где  $t$  – непрерывное время,  $t \in T = [t_0, t_N]$ , начальный  $t_0$  и конечный  $t_N$  моменты времени заданы;  $x$  – вектор состояния системы,  $x \in R^n$ ;  $u$  – вектор управления,  $u = (u_1, \dots, u_q)^T \in U(t) \subseteq R^q$ ;  $U(t)$  – множество допустимых значений управления, для каждого значения  $t$  представляющее собой прямое произведение отрезков  $[a_i(t), b_i(t)]$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$ ;  $f(t, x, u) = (f_1(t, x, u), \dots, f_n(t, x, u))^T$  – непрерывно дифференцируемая вектор-функция.

Возможные начальные состояния заданы компактным множеством  $\Omega$  положительной меры с кусочно-гладкой границей:  $x(t_0) = x_0 \in \Omega \subset R^n$ .

Множество  $\Omega$  характеризует неопределенность задания начальных условий. Правый конец траектории  $x(t_N)$  свободен. Предполагается, что при управлении используется информация о непрерывном времени  $t$  и о части координат вектора состояния системы (предполагается, что это первые  $m$  координат). Таким образом, о компонентах вектора  $x^1 \in R^m$  известна текущая информация, а о компонентах вектора  $x^2 \in R^{n-m}$  она отсутствует, при этом  $x = (x^1, x^2) \in R^n$ ,  $0 \leq m \leq n$ . Если  $m = 0$ , информация о векторе состояния отсутствует, а если  $m = n$ , то имеется полная информация о векторе состояния.

Управление, применяемое в каждый момент времени  $t$ , имеет вид управления с неполной обратной связью:  $u(t) = u(t, x^1(t))$ . Если  $m = 0$ , система управления будет разомкнутой по состоянию, а управление программным, а если  $m = n$ , то – системой с полной обратной связью.

Множество допустимых управлений  $U_m$  образуют такие функции  $u(t, x^1)$ , что  $\forall t \in T$  управление  $u(t) = u(t, x^1(t)) \in U(t)$  кусочно-непрерывно, а функция  $f(t, x, u(t, x^1))$  такова, что решение дифференциального уравнения существует и единственно.

Множество допустимых процессов  $D(t_0, x_0)$  – это множество пар  $d = (x(t), u(t))$ , включающих траекторию  $x(t)$  и кусочно-непрерывное допустимое управление  $u(t)$ , где  $u(t) \in U(t)$ , удовлетворяющих дифференциальному уравнению и начальному условию.

На множестве допустимых процессов  $D(t_0, x_0)$  определен функционал качества управления

$$I(x_0, d) = \int_{t_0}^{t_N} f^0(t, x(t), u(t)) dt + F(x(t_N)), \text{ где } f^0(t, x, u) \text{ и } F(x) \text{ – заданные непрерывные функции.}$$

Каждому допустимому управлению  $u(t, x^1) \in U_m$  и множеству  $\Omega$  поставим в соответствие пучок (ансамбль) траекторий исходного уравнения:

$$X(t; u(t, x^1)) = \bigcup \{x(t; u(t, x^1(t)), x(t_0)) | x(t_0) \in \Omega\}, \quad t \in T = [t_0, t_N],$$

т.е. объединение решений исходного уравнения по всем возможным начальным состояниям. Пучок траекторий порождается множеством  $\Omega$  и управлением  $u(t, x^1) \in U_m$ .

Качество управления пучком траекторий предлагается оценивать величиной

$$\text{функционала } J[u(t, x^1)] = \frac{\int_{\Omega} I(x_0, d) dx_0}{\text{mes } \Omega}, \text{ где } \text{mes } \Omega - \text{мера множества } \Omega.$$

Требуется найти такое управление  $u^*(t, x^1) \in U_m$ , что  $J[u^*(t, x^1)] = \max_{u(t, x^1) \in U_m} J[u(t, x^1)]$ .

## 2. СТРАТЕГИЯ ПОИСКА РЕШЕНИЯ

Будем предполагать, что:

а) множество начальных состояний  $\Omega$  представляет собой параллелепипед, определенный прямым произведением отрезков  $[\alpha_i, \beta_i]$ ,  $i = 1, \dots, n$ , т.е.  $\Omega = [\alpha_1, \beta_1] \times \dots \times [\alpha_n, \beta_n]$ .

Все отрезки  $[\alpha_i, \beta_i]$ ,  $i = 1, \dots, n$  с помощью шага  $\Delta x_i$  разбиваются на  $N_i$  отрезков, а параллелепипед  $\Omega$  делится на  $N = N_1 \cdots N_n$  элементарных непересекающихся подмножеств  $\Omega_j$ ,  $j = 1, \dots, N$ . В каждом элементарном подмножестве  $\Omega_j$  задается начальное состояние  $x_0^j$  (центр  $\Omega_j$ );

б) оценка множества возможных состояний представляется прямым произведением  $[\underline{x}_1, \overline{x}_1] \times \dots \times [\underline{x}_n, \overline{x}_n]$ , где  $\underline{x}_i, \overline{x}_i$  - нижняя и верхняя граница по каждой координате соответственно;

в) компоненты закона управления  $u(t, x^1) = (u_1(t, x^1), \dots, u_q(t, x^1))^T$  ищутся в виде

$$u_l(t, x^1) = \text{sat} \left\{ \underbrace{\sum_{i_0=0}^{L_0-1} \sum_{i_1=0}^{L_1-1} \dots \sum_{i_m=0}^{L_m-1} u_{i_0 i_1 \dots i_m}^l \cdot q(i_0, t) p_1(i_1, x_1) \cdots p_m(i_m, x_m)}_{u_l^s(t, x^1)} \right\}, \quad l = 1, \dots, q,$$

$$\text{где } \forall t \in T = [t_0, t_N] : \text{sat} \{u_l(t, x^1(t))\} = \begin{cases} u_l^s(t, x^1(t)), & \text{если } a_l(t) < u_l^s(t, x^1(t)) < b_l(t), \\ a_l(t), & \text{если } u_l^s(t, x^1(t)) \leq a_l(t), \\ b_l(t), & \text{если } u_l^s(t, x^1(t)) \geq b_l(t); \end{cases}$$

$u_{i_0 i_1 \dots i_m}^l$  - неизвестные коэффициенты;  $L_0, L_1, \dots, L_m$  - масштабы усечения по времени и координатам вектора состояния, используемым в управлении.

В качестве функций  $q(i_0, t)$ ,  $p_1(i_1, x_1), \dots, p_m(i_m, x_m)$  могут использоваться [8]:

а) полиномы Лежандра ( $t_0 = 0$ ,  $1 \leq m \leq n$ ):

$$q(i_0, t) = \sqrt{\frac{2i_0 + 1}{t_N}} \sum_{k=0}^{i_0} l_{i_0 k} \frac{t^k}{t_N^k}, \quad i_0 = 0, 1, \dots, L_0 - 1, \quad l_{i_0 k} = (-1)^{i_0 - k} C_{i_0 + k}^{i_0} C_{i_0}^{i_0 - k};$$

$$p_m(i_m, x_m) = \sqrt{\frac{2i_m + 1}{x_m - \underline{x}_m}} \sum_{k=0}^{i_m} l_{i_m k} \frac{(x_m - \underline{x}_m)^k}{(x_m - \underline{x}_m)^k}, \quad i_m = 0, 1, \dots, L_m - 1, \quad l_{i_m k} = (-1)^{i_m - k} C_{i_m + k}^{i_m} C_{i_m - k}^{i_m};$$

б) нестационарные косинусоиды ( $t_0 = 0, 1 \leq m \leq n$ ):

$$q(i_0, t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{t_N}}, & i_0 = 0, \\ \sqrt{\frac{2}{t_N}} \cos \frac{i_0 \pi t}{t_N}, & i_0 = 1, 2, \dots, L_0 - 1; \end{cases} \quad p_m(i_m, x_m) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{x_m - \underline{x}_m}}, & i_m = 0, \\ \sqrt{\frac{2}{x_m - \underline{x}_m}} \cos \frac{i_m \pi (x_m - \underline{x}_m)}{x_m - \underline{x}_m}, & i_m = 1, 2, \dots, L_m - 1. \end{cases}$$

Стратегия решения заключается в переходе к задаче поиска максимума функционала с помощью подбора коэффициентов  $u_{i_0 i_1 \dots i_m}^l$ , входящих в функцию разложения. Для формализации задачи предлагается использовать векторы  $u = (u_{i_0 i_1 \dots i_m}^1, \dots, u_{i_0 i_1 \dots i_m}^q)^T$ , которые представляют собой гиперстолбцовые матрицы, состоящие из  $q$  компонент – векторов  $u_{i_0 i_1 \dots i_m}^l = U(m+1, 0)$ :

$$u_{i_0 i_1 \dots i_m}^l = \begin{bmatrix} u_{00\dots 0}^l \\ u_{00\dots 1}^l \\ \vdots \\ u_{00\dots(L_m-1)}^l \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} u_{(L_0-1)0\dots 0}^l \\ u_{(L_0-1)0\dots 1}^l \\ \vdots \\ u_{(L_0-1)0\dots(L_m-1)}^l \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} u_{(L_0-1)(L_1-1)\dots 0}^l \\ u_{(L_0-1)(L_1-1)\dots 1}^l \\ \vdots \\ u_{(L_0-1)(L_1-1)\dots(L_m-1)}^l \end{bmatrix}^T, \quad l = 1, \dots, q.$$

Для решения задачи поиска наилучшего вектора  $u = (u_{i_0 i_1 \dots i_m}^1, \dots, u_{i_0 i_1 \dots i_m}^q)$  и, как следствие, управления  $u(t, x^1) = (u_1(t, x^1), \dots, u_q(t, x^1))^T$ , применяется один из биоинспирированных методов поиска глобального условного экстремума функций многих переменных [6]. В процессе его применения на каждой итерации формируется  $P$  новых векторов  $u = (u_{i_0 i_1 \dots i_m}^1, \dots, u_{i_0 i_1 \dots i_m}^q)^T$ , где  $P$  – размер популяции:  $(u_{i_0 i_1 \dots i_m}^{p1}, \dots, u_{i_0 i_1 \dots i_m}^{pq})^T$ ,  $p = 1, \dots, P$ . Для каждого из векторов требуется найти значение критерия. Для этого необходимо:

- на каждом элементарном подмножестве  $\Omega_j$  задать начальное состояние  $x_0^j$ ;
- по вектору  $(u_{i_0 i_1 \dots i_m}^{p1}, \dots, u_{i_0 i_1 \dots i_m}^{pq})^T$  найти управление  $u(t, x^1) = (u_1(t, x^1), \dots, u_q(t, x^1))^T$ ;
- найти решение  $x^j(t)$  уравнения модели с управлением  $u(t, x^1)$  и начальным условием  $x_0^j$ ;
- вычислить значение функционала:  $I(x_0^j, d^j)$ , где  $d^j = (x^j(t), u^j(t) = u(t, x^1(t)))$ ,  $j = 1, \dots, N$ .

д) после нахождения величины функционала для всех начальных состояний из элементарных подмножеств  $\Omega_j$  вычисляется значение критерия  $J[u(t, x^1)] = \frac{\sum_{j=1}^N I(x_0^j, d^j)}{N}$ .

В качестве решения задачи выбирается наилучший вектор  $u = (u_{i_0 i_1 \dots i_m}^1, \dots, u_{i_0 i_1 \dots i_m}^q)^T$  и соответствующее ему управление.

### 3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СТАБИЛИЗАЦИИ СПУТНИКА

Рассматривается задача гашения вращательного движения спутника с помощью установленных на нем двигателей [9]. Движение твердого тела относительно центра инерции описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{p} + (\lambda - \mu)qr &= a_1 u_1, \\ \mu \dot{q} + (1 - \lambda)rp &= a_2 u_2, \\ \lambda \dot{r} + (\mu - 1)pq &= a_3 u_3, \end{aligned}$$

где  $p, q, r$  – проекции угловой скорости на главные центральные оси инерции. В правых частях системы стоят моменты сил относительно этих осей. Предполагается, что моменты создаются тремя двигателями, закреплёнными на теле. Двигатели создают тяги  $u_1, u_2, u_3$ ; плечи приложения сил  $a_1, a_2, a_3$ .

В начальный момент тело вращается:  $t_0 = 0, p = p_0, q = q_0, r = r_0$ .

Требуется так управлять двигателями, чтобы за фиксированное время  $t_N$  погасить угловые скорости тела:  $t = t_N, p = 0, q = 0, r = 0$ .

При этом необходимо минимизировать функционал:

$$I = \int_0^{t_N} (|u_1(t)| + |u_2(t)| + |u_3(t)|) dt.$$

Значения параметров и начальных данных:

$$\lambda = \mu = \frac{5}{6}; a_1 = a_3 = \frac{1}{6}; a_2 = \frac{5}{6}; t_N = 1, p_0 = 24, q_0 = r_0 = 16.$$

На рис. 1 представлены оптимальные управления и проекции угловой скорости, полученные И.А. Крыловым [9]. Минимальное значение функционала, найденное в результате численного решения задачи:  $I = 169,42$ , а в результате теоретического:  $I = 166,56$ .

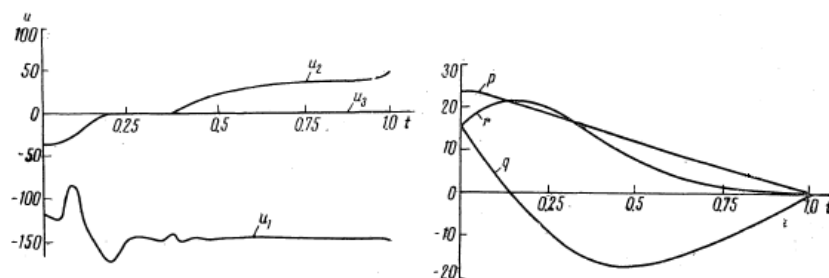


Рис. 1. Решение задачи, полученное И.А. Крыловым [11]

Для учета конечных условий на угловые скорости при  $t=t_N$  к функционалу  $I$  предлагается добавить терминальный член, отражающий штраф за их невыполнение:

$$I = \int_0^{t_N} (|u_1(t)| + |u_2(t)| + |u_3(t)|) dt + R_1 p^2(t_N) + R_2 q^2(t_N) + R_3 r^2(t_N), \text{ где } R_1, R_2, R_3 - \text{положительные}$$

параметры штрафа. Для численного решения дифференциальных уравнений используется метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

Параметры метода, имитирующего поведение лягушек:  $P = 200$ ,  $ITER = 1200$  (при минимизации  $J[u(t)]$   $ITER = 500$ ),  $IT = 20$  (при минимизации  $J[u(t)]$   $IT = 10$ ),  $ST = 20$ ,  $C = 1,6$ . Масштабы усечения вектора управления при минимизации  $J[u(t)]$   $L_0 = 6$ ,  $J[u(t, x_1)]$   $L_0 = 4, L_1 = 1$ ,  $J[u(t, x_2)]$   $L_0 = 4, L_2 = 2$ ,  $J[u(t, x_3)]$   $L_0 = 4, L_3 = 2$ ,  $J[u(t, x_1, x_2)]$   $L_0 = 4, L_1 = 1, L_2 = 2$ ,  $J[u(t, x_1, x_3)]$   $L_0 = 4, L_1 = 1, L_3 = 2$ ,  $J[u(t, x_2, x_3)]$   $L_0 = 4, L_2 = 2, L_3 = 2$ ,  $J[u(t, x_1, x_2, x_3)]$   $L_0 = 4, L_1 = 1, L_2 = 2, L_3 = 2$ . Параметры штрафа  $R_1 = 100, R_2 = R_3 = 10$ .

Параметры метода, имитирующего распространение сорняков:  $P = 100$ ,  $ITER = 500$  (при минимизации  $J[u(t, x_1, x_2)]$ ,  $J[u(t, x_1, x_3)]$ ,  $J[u(t, x_2, x_3)]$ ,  $J[u(t, x_1, x_2, x_3)]$   $ITER = 800$ ),  $\sigma_{initial} = 15$ ,  $\sigma_{final} = 0,1$ ,  $r = 3$ ,  $P_{MAX} = 120$ ,  $s_{min} = 0$ ,  $s_{max} = 5$ . Масштабы усечения вектора управления при минимизации  $J[u(t)]$   $L_0 = 4$ ,  $J[u(t, x_1)]$   $L_0 = 4, L_1 = 2$ ,  $J[u(t, x_2)]$   $L_0 = 4, L_2 = 2$ ,  $J[u(t, x_3)]$   $L_0 = 4, L_3 = 2$ ,  $J[u(t, x_1, x_2)]$   $L_0 = 4, L_1 = 2, L_2 = 1$ ,  $J[u(t, x_1, x_3)]$   $L_0 = 4, L_1 = 2, L_3 = 2$ ,  $J[u(t, x_2, x_3)]$   $L_0 = 4, L_2 = 2, L_3 = 2$ ,  $J[u(t, x_1, x_2, x_3)]$   $L_0 = 4, L_1 = 2, L_2 = 2, L_3 = 1$ . Параметры штрафа  $R_1 = 100, R_2 = R_3 = 10$ .

Параметры метода, имитирующего поведение кукушек:  $P = 160$ ,  $ITER = 1200$  (при минимизации  $J[u(t)]$   $ITER = 600$ ),  $\alpha = 15$ ,  $\lambda = 2,5$ ,  $p_d = 0,4$ . Масштабы усечения вектора управления при минимизации  $J[u(t)]$   $L_0 = 2$ ,  $J[u(t, x_1)]$   $L_0 = 2, L_1 = 2$ ,  $J[u(t, x_2)]$   $L_0 = 2, L_2 = 1$ ,  $J[u(t, x_3)]$   $L_0 = 2, L_3 = 2$ ,  $J[u(t, x_1, x_2)]$   $L_0 = 2, L_1 = 2, L_2 = 1$ ,  $J[u(t, x_1, x_3)]$   $L_0 = 2, L_1 = 2, L_3 = 1$ ,  $J[u(t, x_2, x_3)]$   $L_0 = 2, L_2 = 1, L_3 = 2$ ,  $J[u(t, x_1, x_2, x_3)]$   $L_0 = 2, L_1 = 2, L_2 = 1, L_3 = 1$ . Параметры штрафа  $R_1 = 50, R_2 = 5, R_3 = 10$ .

Параметры метода, имитирующего поведение светлячков:  $P = 100$ ,  $ITER = 800$  (при минимизации  $J[u(t, x_2)]$   $ITER = 400$ ),  $\alpha = 5$ ,  $\gamma = 0,1$ ,  $S = 5$ . Масштабы усечения вектора управления при минимизации  $J[u(t)]$   $L_0 = 2$ ,  $J[u(t, x_1)]$   $L_0 = 2, L_1 = 2$ ,  $J[u(t, x_2)]$   $L_0 = 2, L_2 = 2$ ,  $J[u(t, x_3)]$   $L_0 = 2, L_3 = 2$ ,  $J[u(t, x_1, x_2)]$   $L_0 = 2, L_1 = 2, L_2 = 1$ ,  $J[u(t, x_1, x_3)]$   $L_0 = 2, L_1 = 1, L_3 = 2$ ,  $J[u(t, x_2, x_3)]$   $L_0 = 2, L_2 = 1, L_3 = 2$ ,  $J[u(t, x_1, x_2, x_3)]$   $L_0 = 2, L_1 = 2, L_2 = 1, L_3 = 1$ . Параметры штрафа  $R_1 = 100, R_2 = R_3 = 10$ .

В таблице приведены результаты решения задачи, полученные каждым из методов.

**Таблица.** Результаты работы методов при  $\Omega = [23,95;24,05] \times [15,95;16,05] \times [15,95;16,05]$

	Метод, имитирующий поведение лягушек	Метод, имитирующий распространение сорняков	Метод, имитирующий поведение кукушек	Метод, имитирующий поведение светлячков
$J[u(t)]$	<b>169,442504</b>	170,143736	169,850069	171,477261
$J[u(t, x_1)]$	170,023975	<b>168,690796</b>	168,997028	170,680227
$J[u(t, x_2)]$	170,683015	168,883883	<b>168,051548</b>	171,029972

Продолжение таблицы

$J[u(t, x_3)]$	170,772179	169,594432	<b>168,086490</b>	170,022880
$J[u(t, x_1, x_2)]$	169,885130	168,536253	<b>167,991313</b>	170,801598
$J[u(t, x_1, x_3)]$	170,436109	<b>167,843290</b>	169,707815	169,920019
$J[u(t, x_2, x_3)]$	169,766584	168,710954	<b>167,986762</b>	170,290912
$J[u(t, x_1, x_2, x_3)]$	169,251749	<b>167,294550</b>	168,982669	169,247502

На рис. 2 приведены графики оптимального в среднем программного управления и сечений пучка траекторий, полученные с помощью метода, имитирующего распространение сорняков. Параметры:  $L0 = 4$ ,  $N = 8$   $\Omega = [23,5;24,5] \times [15,5;16,5] \times [15,5;16,5]$ .

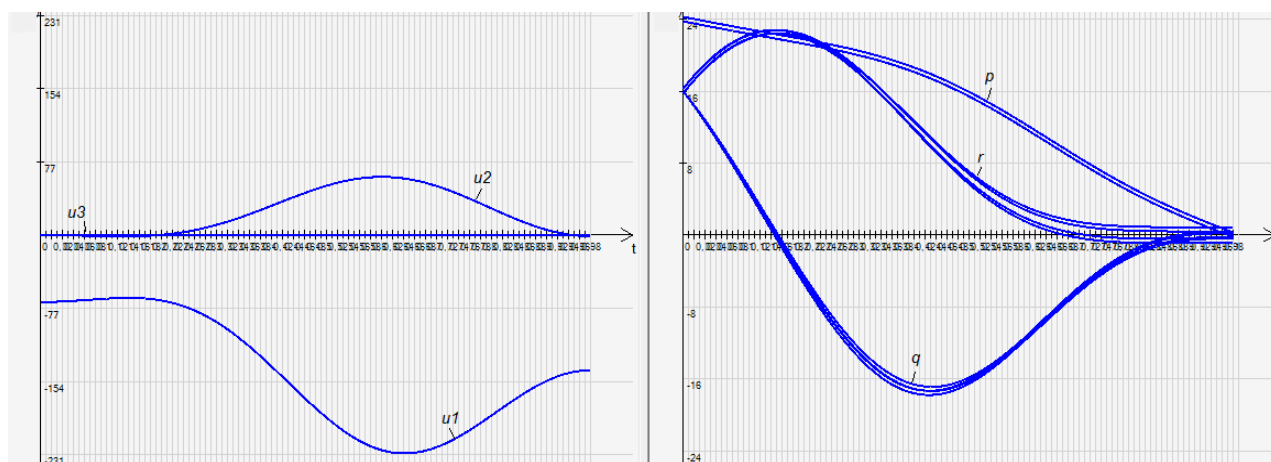


Рис. 2. Решение задачи, полученное с помощью метода, имитирующего распространение сорняков

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено применение биоинспирированных методов, основанных на имитации процессов в природной среде и поведении некоторых видов животных и растений. На основе предложенных алгоритмов создано программное обеспечение для решения задач поиска оптимального в среднем управления пучками траекторий нелинейных детерминированных систем. Эффективность алгоритмов продемонстрирована на примере задачи о стабилизации спутника. Сравнение с результатами, полученными с помощью других методов поиска оптимального управления, показало эффективность биоинспирированных методов, позволяющих находить решение, близкое к оптимальному.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пантелеев А.В., Метлицкая Д.В., Алешина Е.А. Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы. - М.: Вузовская книга, 2013.
2. Yang X.-S., Deb S. Engineering Optimization by Cuckoo Search // Int. J. Mathematical Modelling and Numerical Optimization, V. 1. № 4. 2010. P. 330–340.
3. Mehrabian A.R., Lucas C.A. novel numerical optimization algorithm inspired from weed colonization // Ecological Informatics, V.1. № 4. 2006. P. 355–366.
4. Eusuff M.M., Lansey K.E. Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm // Journal of Water Resources Planning and Management. 2003. № 3. P. 210-225.
5. Yang X.-S. Firefly algorithms for multimodal optimization // Stochastic Algorithms: Foundations and Applications, SAGA 2009, Lecture Notes in Computer Sciences. 2009. V. 5792. P. 169-178.
6. Орловская Н.М. Анализ эффективности биоинспирированных методов глобальной оптимизации [Электронный ресурс] // «Труды МАИ». 2014. Вып. 73.

7. **Методы описания, анализа и синтеза нелинейных систем управления** / В.В. Семенов, А.В. Пантелеев, Е.А. Руденко, А.С. Бортакровский. - М.: Изд-во МАИ, 1993.
8. **Пантелеев А.В., Рыбаков К.А.** Прикладной вероятностный анализ нелинейных систем управления спектральным методом. - М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010.
9. **Пантелеев А.В., Письменная В.А.** Применение меметического алгоритма в задаче поиска оптимального программного управления нелинейными непрерывными детерминированными системами// *Авиакосмическое приборостроение*. 2014. № 3. С. 26-34.

## SOLUTION OF THE STABILIZATION OF SATELLITE PROBLEM WITH BIOINSPIRED OPTIMIZATION METHODS

**Panteleyev A.V., Orlovskaya N.M.**

This paper presents bioinspired global optimization methods to solve the problem of finding the optimal program control of bundle of trajectories of nonlinear deterministic systems. It considers four bioinspired global optimization methods: Shuffled Frog Leaping Algorithm, Weed Colonization, Glowworm Swarm Optimization and Cuckoo search. The effectiveness of the proposed algorithms is researched with the software complex, formed in C#. The solution of stabilization of satellite problem is presented.

**Keywords:** optimal control, global extremes, bundle of trajectories, nonlinear deterministic systems, bioinspired methods, stabilization of satellite.

### REFERENCES

1. Pantelev A.V., Metlickaja D.V., Aleshina E.A. *Metody global'noj optimizacii. Metaheuristic strategies and algorithms* (Global optimization methods. Metaheuristic strategies and algorithms), Moscow, Vuzovskaja kniga, 2013, 244 p.
2. Yang X.-S., Deb S. Engineering Optimization by Cuckoo Search, *Int. J. Mathematical Modelling and Numerical Optimization*, 2010, vol. 1, no. 4, pp. 330–340.
3. Mehrabian A.R., Lucas C.A. Novel numerical optimization algorithm inspired from weed colonization, *Ecological Informatics*, 2006, vol. 1, no.4, pp. 355–366.
4. Eusuff M.M., Lansey K.E. Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm, *J. of Water Resources Planning and Management*, 2003, no. 3, pp. 210-225.
5. Yang X.-S. Firefly algorithms for multimodal optimization, *Stochastic Algorithms: Foundations and Applications, SAGA 2009, Lecture Notes in Computer Sciences*, 2009, vol. 5792, pp. 169-178.
6. Orlovskaja N.M. *Elektronnyi zhurnal «Trudy MAI»*, 2014, no. 73, available at: [www.mai.ru/science/trudy/](http://www.mai.ru/science/trudy/)
7. Semenov V.V., Pantelev A.V., Rudenko E.A., Bortakovskij A.S. *Metody opisaniya, analiza i sinteza nelinejnyh sistem upravleniya* (Description, Analysis, and Synthesis of Nonlinear Control Systems), MAI Publishers, 1993, 312 p.
8. Pantelev A.V., Rybakov K.A. *Prikladnoj veroyatnostnyj analiz nelinejnyh sistem upravleniya spektral'nyim metodom* (Applied probabilistic analysis of nonlinear control systems by the spectral method), Moscow, MAI Publishers, 2010, 160 p.
9. Pantelev A.V., Pis'mennaja V.A. *Aviakosmicheskoe priborostroenie*, 2014, no. 3, pp. 26-34.

### Сведения об авторах

**Пантелеев Андрей Владимирович**, 1955 г.р., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана (1978), доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической кибернетики факультета “Прикладная математика и физика” Московского авиационного института (Национального исследовательского университета), автор более 150 научных работ, область научных интересов – методы синтеза оптимальных нелинейных систем управления, методы оптимизации.

**Орловская Наталья Михайловна**, студентка факультета «Прикладная математика и физика» Московского авиационного института, область научных интересов – методы оптимизации, метаэвристические методы.