

УДК 536.253

## К ВОПРОСУ О МОДЕЛИРОВАНИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕРМИЧЕСКИХ ПОТОКОВ

К.А. ЗУДОВ, М.А. КУДРОВ, Г.Ю. ТОЛКАЧЕВ, К.И. МАЛЮТКИНА

Статья представлена доктором технических наук, профессором В.В. Вышинским.

Работа выполнена при поддержке проекта "Разработка моделирующего комплекса реалистичного восприятия оператором (летчиком) сложных режимов полета и оценки его психофизиологического состояния" (Договор № 02.G25.31.0017/100003471 между ОАО "РСК "МиГ" и Министерством образования и науки РФ об условиях предоставления и использования субсидии на реализацию комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства, выполняемого с участием ФГАОУ ВПО "МФТИ (ГУ)").

Основной целью работы являлось моделирование турбулентных термических потоков. На базе термодинамической и динамической моделей в предположении, что энергия конденсации пара при восходящем движении термического потока воздуха (термика) переходит в турбулентные пульсации, предложена физико-математическая модель течения газа в термике. В работе предложена система уравнений, описывающая восходящее течение воздуха. Предложена модель генерации вертикального турбулентного порыва с кармановским спектром. Основное предположение при построении динамической модели генерации заключалось в том, что выделившаяся в термике за счет конденсации пара энергия переходит в энергию турбулентных пульсаций. В статье приведены примеры численного моделирования. Визуализация вертикальной скорости случайного порыва ветра построена в зависимости от размера рассмотренного пространства и в зависимости от шага разбиения ячейки. Представлены анализ и сравнение полученных результатов расчета. Проведенные исследования направлены на моделирование атмосферного фона и атмосферных процессов и, в конечном результате, на повышение безопасности полетов.

**Ключевые слова:** турбулентность, случайный порыв, атмосфера, термик.

### ВВЕДЕНИЕ

Термик представляет собой массу поднимающегося воздуха, способную перемешиваться с окружающим воздухом. На этапе формирования он представляет собой компактный объем поднимающегося теплого воздуха, постепенно образующего тороидальный вихрь [1]. Причинами возникновения термиков являются неравномерный нагрев подстилающей поверхности солнцем [2], длительно действующие источники тепла, лесные пожары и пр. По мере подъема теплый воздух охлаждается, происходит конденсация водяного пара с выделением энергии, что в соответствии с интегралом Крокко дает возможность записать:  $\bar{U} \times \text{rot} \bar{U} = -T \cdot \text{grad} S + \nabla H_0$ , где

$S = S_0 + C_v \cdot \ln \left[ \frac{p}{p_0} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\kappa \right]$  – энтропия, а полная энтальпия  $H_0 = E + \frac{p}{\rho}$  приводит к порождению

завихренности. В приведенных формулах и далее  $\rho$  – плотность,  $p$  – давление,  $T$  – температура,

$\bar{U}$  – скорость,  $E$  – полная энергия единицы объема  $\left( E = e + \frac{U^2}{2} \right)$ ,  $\frac{p}{\rho} = RT = (C_p - C_v)T$  – уравне-

ние состояния,  $e = \frac{p}{\rho(\kappa - 1)} = C_v T$  – внутренняя энергия,  $\kappa = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ ,  $C_v$  и  $C_p$  – удельные тепло-

емкости воздуха при постоянном объеме и давлении, соответственно.

### ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМИКА

Рассматривается термик круглого сечения, моделируемый струей [3] в невозмущенной атмосфере. Вводятся следующие обозначения:  $m = \rho' s' u$  – масса воздуха, протекающая в секун-

ду через сечение термика площадью  $s'$  со скоростью  $u$ ,  $K = \rho's'u^2$  – импульс этой массы,  $F = \frac{dK}{d\tau} = (\rho's'u) \frac{du}{d\tau} + u \frac{d(\rho's'u)}{d\tau} = F_a - F_m = (\rho's'u)g \frac{\rho - \rho'}{\rho'}$ , где  $F_a = \rho s'ug$  – сила Архимеда,  $F_m = \rho's'ug$  – сила тяжести,  $\tau$  – время. Параметры со штрихом отвечают за характеристики внутри термика, а параметры без штриха – вне термика.

Если принять условие квазистатичности  $p = p'$ , то:

$$\begin{cases} pV = \nu RT \\ p'V = \nu'RT' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{p\mu}{R} = \rho T \\ \frac{p'\mu}{R} = \rho' T' \end{cases} \text{ и } \rho' = \rho \frac{T}{T'}$$

где  $V$  – объем струи,  $\nu$  – количество молей веществ,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $\mu$  – молярная масса.

Подставив значение  $\rho$  из последнего выражения в формулу для результирующей силы, можно получить:

$$F = (\rho's'u)g \frac{1 - \frac{T}{T'}}{\frac{T}{T'}} = (\rho's'u)g \frac{T' - T}{T}$$

Тогда:  $(\rho's'u)g \frac{T' - T}{T} = (\rho's'u) \frac{du}{d\tau} + u \frac{d(\rho's'u)}{d\tau}$ , откуда:  $\frac{du}{d\tau} = g \frac{T' - T}{T} - \frac{1}{\rho's'} \frac{d(\rho's'u)}{d\tau}$ .

Если  $z = u\tau$ , то  $\frac{d}{dz} = \frac{d}{d(u\tau)} = \frac{1}{u} \frac{d}{d\tau}$  и зависимость скорости от высоты выразится:

$$\frac{du}{dz} = \frac{1}{u} \frac{du}{d\tau} = \frac{g}{u} \frac{T' - T}{T} - \frac{1}{\rho's'} \frac{d}{dz}(\rho's'u). \quad (1)$$

Уравнение энергии в виде  $dQ_m = C'_p \rho's'udT'$  позволяет записать изменение тепла через работу внешних сил  $da_F = Fdz = (\rho's'u)g \frac{T' - T}{T} dz$  и массообмен с атмосферой  $dQ_{mix} = (C'_p T' - C_p T)d(\rho's'u)$ ,

откуда:  $dQ_m = da_F + dQ_{mix} = C'_p (\rho's'u)dT' = (\rho's'u)g \frac{T' - T}{T} dz + (C'_p T' - C_p T)d(\rho's'u)$ .

Считая, что  $C'_p = C_p$ , можно получить:  $C'_p \rho's'udT' = \rho's'ug \frac{T' - T}{T} dz + C'_p (T - T')d(\rho's'u)$

$$\text{и: } \frac{dT'}{dz} = \frac{g}{C'_p} \frac{T' - T}{T} + \frac{T - T'}{\rho's'u} \frac{d(\rho's'u)}{dz}. \quad (2)$$

Формула (2) характеризует зависимость температуры внутри термика от высоты. Для не слишком больших скоростей струи можно считать, что изменение давления вне и внутри термика подчиняется уравнению:  $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} = -\frac{Mg}{kN_A T}$ , где  $M$  – молекулярная масса воздуха,  $N_A$  – число

Авогадро,  $k$  – постоянная Больцмана.

Из отнесенного к единице пути вовлечения  $B$  воздуха в термик, характеризующего массовый обмен струи и окружающей среды  $B = \frac{d}{dz}(\rho's'u) = \rho'u \frac{ds'}{dz} + s'u \frac{d\rho'}{dz} + \rho's' \frac{du}{dz}$ , приравненного потоку воздуха на внешней границе единицы длины пути  $B = \rho l'v_1$ , где  $l'$  – длина внешней образующей сечения  $s'$ ,  $v_1$  – средняя по длине образующей скорость втекания внешнего воздуха в сечение  $s'$ , можно получить:  $\rho l'v_1 = \frac{d}{dz}(\rho's'u)$ ,  $\frac{1}{\rho's'u} \frac{d}{dz}(\rho's'u) = \frac{\rho}{\rho'} \frac{v_1}{u} \frac{l'}{s'}$ .

Для изотермической струи при отсутствии сноса потока считается, что  $\frac{v_1}{u}$  постоянно.

Пусть  $\frac{v_1}{u} = \frac{C}{2} = \text{const}$  (константа  $C$  выбирается опытным путем и обычно лежит в диапазоне от 0,18 до 0,24), тогда при  $\frac{l'}{s'} = \frac{2\pi r}{\pi r^2} = \frac{2}{r}$  справедлива формула  $\frac{1}{\rho's'u} \frac{d}{dz}(\rho's'u) = \frac{C}{r} \frac{T'}{T}$ , где  $r$  – радиус сечения  $s'$ , откуда следует:

$$\frac{2}{r} \frac{dr}{dz} = \frac{C}{r} \frac{T'}{T} - \frac{1}{u} \frac{du}{dz} + \frac{1}{T'} \frac{dT'}{dz} + \frac{Mg}{kN_A T}. \tag{3}$$

Подставив (3) в (1) и (2), несложно получить систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{u} \frac{du}{dz} = \frac{g}{u^2} \frac{T'-T}{T} - \frac{C}{r} \frac{T'}{T}, \\ -\frac{1}{T'} \frac{dT'}{dz} = \frac{C}{r} \frac{T'-T}{T} + \frac{g}{C_p T}, \\ \frac{2}{r} \frac{dr}{dz} = \frac{C}{r} \frac{T'}{T} - \frac{1}{u} \frac{du}{dz} + \frac{1}{T'} \frac{dT'}{dz} + \frac{Mg}{kN_A T}. \end{array} \right.$$

Давление насыщенных паров меняется в зависимости от температуры по формуле:

$$p_{\text{н.п.}} = p_{0\text{н.п.}} \exp \left[ \frac{\mu q_L}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] \text{ (рис. 1), где } p_{0\text{н.п.}} \text{ – давление насыщенного пара при температуре}$$

$T_0$ ,  $q_L$  – удельная теплота парообразования [4].

Изменение температуры воздуха ( $T$ , К) по высоте ( $h$ , км) может быть выражена формулой  $T = t - 6,5h$ , где  $t$  – температура воздуха у земли, К. В термике зависимость температуры от высоты выражается формулой (2), что говорит о существенном различии хода изменения с высотой температуры воздуха в атмосфере и в термике.

Зависимость давления насыщенного пара от высоты имеет вид [5]:  $p_{\text{н.п.}} = p_{0\text{н.п.}} \exp \left[ \mu g \frac{h-h_0}{RT} \right]$ , где

$p_{\text{н.п.}}$  – давление пара на высоте  $h$ ,  $p_{0\text{н.п.}}$  – давление на начальном уровне  $h_0$ . Приравняв давление пара  $p_n = nkT$  давлению насыщенного пара в термике, можно найти высоту, начиная с которой в термике происходит конденсация.

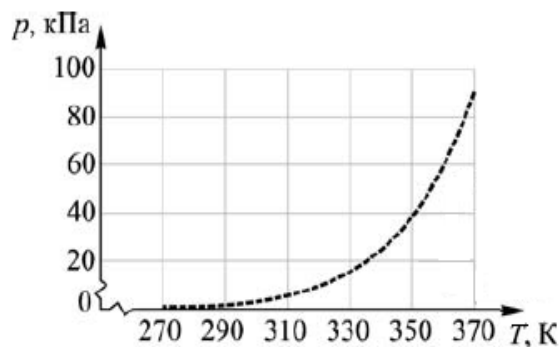


Рис. 1. Зависимость давления насыщенных паров от температуры

Для нахождения выделяемой термиком энергии  $Q$  можно воспользоваться формулами:  $\Delta m_{\text{конд}} = \frac{\rho_{\text{п}} u_{\text{п}} s'(z) - \rho_{\text{н.п.}} s' u(z)}{u} \Delta z$ ,  $\mu_{\text{конд}} = \frac{\Delta m_{\text{конд}}}{\Delta z} = \frac{\rho_{\text{п}} u_{\text{п}} s'(z) - \rho_{\text{н.п.}} s' u(z)}{u} = (\rho_{\text{п}} - \rho_{\text{н.п.}}) s'(z)$ ,  $\mu_{\text{конд}} q_L = Q$ , где  $\Delta m_{\text{конд}}$  – конденсирующаяся масса;  $\rho_{\text{п}}$  – плотность пара;  $u_{\text{п}}$  – скорость пара, равная скорости восходящего потока;  $\rho_{\text{н.п.}}$  – плотность насыщенного пара;  $\Delta z$  – изменение высоты от уровня начала конденсации;  $\mu_{\text{конд}}$  – количество конденсата, образующегося на единицу длины по высоте.

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В предположении, что выделявшаяся в термике за счет конденсации пара энергия переходит в энергию турбулентных пульсаций, построена динамическая модель генерации вертикальной скорости случайного порыва. При моделировании турбулентности в термике использован алгоритм, изложенный в работе [6], где проведена оценка влияния порыва с кармановским энергетическим спектром с заданными параметрами на динамику ансамбля частиц.

Порывы формируются по значимым гармоникам в  $i$ ,  $n$ -ых узлах двумерной сетки:

$$v(x_i, z_n) = \sum_{j \in D_1} \sum_{k \in D_2} v_{jk}(x_i, z_n),$$

где  $v_{jk}(x, z) = A_{jk} \cos(k_{xj} \cdot x + k_{zk} \cdot z + \varphi_x^{jk} + \varphi_z^{jk})$ ,  $\varphi_x^{jk}$ ,  $\varphi_z^{jk}$  – случайные фазы,  $D_1 = [-K_x - 1, -1] \cup [1, K_x + 1]$ ,  $D_2 = [-K_z - 1, -1] \cup [1, K_z + 1]$ . Амплитуды гармоник  $A_{jk}$  определяются в соответствии со спектральной моделью Кармана [7]:

$$\Psi_{33}(k_{xj}, k_{zk}) = \frac{4q^2(\alpha L_t)^4}{27\pi} \frac{(k_{xj}^2 + k_{zk}^2)}{[1 + \alpha^2 L_t^2 (k_{xj}^2 + k_{zk}^2)]^{7/3}}, \quad A_{jk} = \sqrt{2\Psi_{33}(k_{xj}, k_{zk}) \Delta k_x \Delta k_z}.$$

Собственно  $A_{jk}$  выводится из соотношений:

$$\begin{aligned} \langle v \cdot v \rangle &= \langle v^2 \rangle = \left\langle \sum_j \sum_k v_{jk}(x_i, z_n) \sum_{j_1} \sum_{k_1} v_{j_1 k_1}(x_i, z_n) \right\rangle = \\ &= \sum_{j, k, j_1, k_1} A_{jk} A_{j_1 k_1} \left\langle \cos(k_{xj} \cdot x + k_{zk} \cdot z + \varphi_x^{jk} + \varphi_z^{jk}) \cos(k_{xj_1} \cdot x + k_{zk_1} \cdot z + \varphi_x^{j_1 k_1} + \varphi_z^{j_1 k_1}) \right\rangle = \\ &= \sum_{j, k} A_{jk}^2 \frac{1}{2} = \langle v \cdot v \rangle \approx \sum_{j, k} \Psi_{33}(k_{xj}, k_{zk}) \Delta k_{xj} \Delta k_{zk} \end{aligned}$$

где  $\Delta k_x = \frac{\pi(L-4)}{2K_x \Delta X}$  и  $\Delta k_z = \frac{\pi(N-4)}{2K_z \Delta Z}$  – шаги волновых чисел,  $k_{xj} = \frac{2\pi}{\Delta X} + (j-1) \frac{\pi(L-4)}{2K_x \Delta X}$

и  $k_{zk} = \frac{2\pi}{\Delta Z} + (k-1) \frac{\pi(N-4)}{2K_z \Delta Z}$  – спектры волновых чисел,  $\alpha = 1,339$  – постоянная Кармана,

$L_t$  – масштаб турбулентности,  $q$  – среднеквадратичная величина турбулентных пульсаций,  $L$  и  $N$  – число шагов разбиения по осям координат, а  $K_x = L - 4$  и  $K_z = N - 4$  – число значимых гармоник.

Энергия порыва вычисляется интегрированием по  $x, z$ :

$$\frac{d_x d_z}{2\Delta X \Delta Z} \sum_{i=1}^{L+1} \sum_{n=1}^{N+1} v^2(x_i, z_n) \approx \bar{Q} = \frac{1}{\Delta X \Delta Z} \int_0^{\Delta X} \int_0^{\Delta Z} \frac{v^2(x, z)}{2} dx dz .$$

Оценка недобора энергии при численной реализации порыва по сравнению с точным значением производится из выражений: для точного значения  $\frac{q^2}{3} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_{33}(k_{xj}, k_{zk}) dk_{xj} dk_{zk} ,$

для расчетного значения  $\frac{q^2}{3} \approx \sum_j \sum_k \Psi_{33}(k_{xj}, k_{zk}) \Delta k_{xj} \Delta k_{zk} .$

### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Для моделирования термика использованы следующие параметры:  $C = 0,2; r_0 = 1000 \text{ м}; T = 300 \text{ К}; T_0 = 1100 \text{ К}; u_0 = 1 \text{ м/с}; C_p = 1005 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; kN_A = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; M = 0,032 \text{ кг/моль}.$  Полученные результаты приведены на рис. 2 – 4.

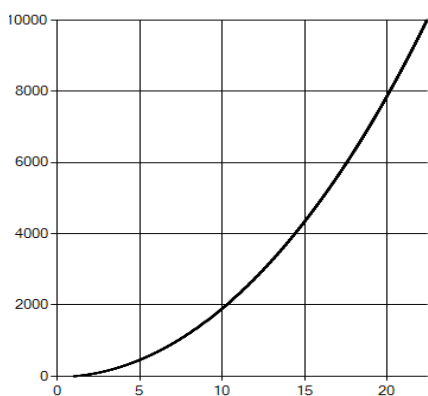


Рис. 2. Зависимость скорости от высоты

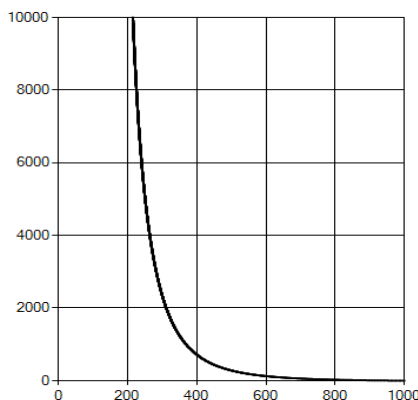


Рис. 3. Зависимость радиуса сечения от высоты

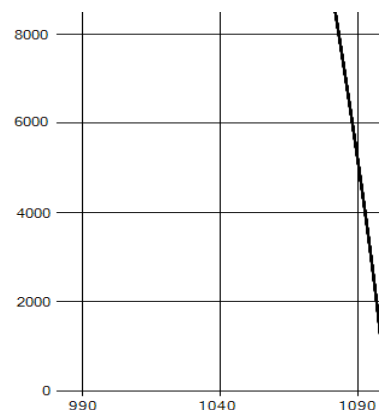
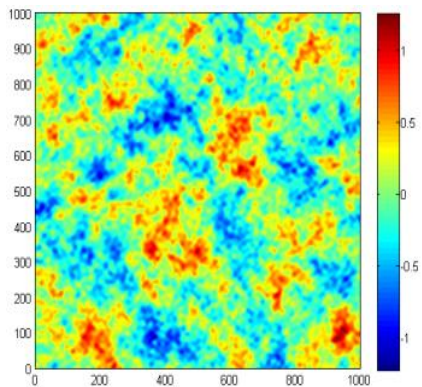


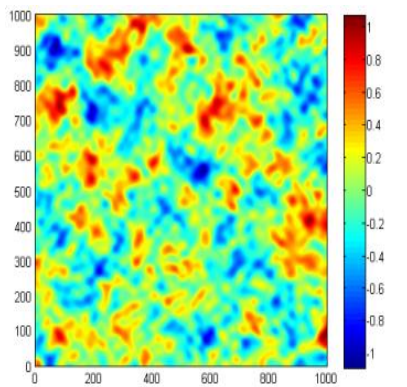
Рис. 4. Зависимость температуры от высоты

При генерации вертикальной скорости случайного порыва значения параметров взяты из работы [6]. Размеры области моделирования порыва  $\Delta X = \Delta Z = 1000 \text{ м},$  параметры турбулентности атмосферы: масштаб  $L_t = 300 \text{ м}$  и среднеквадратичная величина пульсаций  $q = 1 \text{ м/с}.$  Число шагов разбиения расчетного пространства по  $x:$   $L = 200,$  (шаг разбиения  $d_x = \Delta X/L = 5 \text{ м}$ ) и по  $z:$   $N = 200$  ( $d_z = \Delta Z/N = 5 \text{ м}$ ). В отличие от работы [6] использована более грубая сетка. Значимые частоты: максимальная длина волны порядка размеров области  $\lambda_{x\_max} \sim \Delta X,$  откуда соответствующее волновое число  $k_{x\_min} \sim 2\pi/\lambda_{x\_max} = 2\pi/\Delta X,$  минимальная разрешаемая на данной сетке длина волны  $\lambda_{x\_min} \sim 4 h_x \sim 20 \text{ м},$  соответствующее волновое число  $k_{x\_max} \sim 2\pi/\lambda_{x\_min} = \pi/(2h_x).$  Аналогично,  $\lambda_{z\_max} \sim \Delta Z, k_{z\_min} \sim 2\pi/\lambda_{z\_max} = 2\pi/\Delta Z, \lambda_{z\_min} \sim 4 h_z \sim 20 \text{ м}, k_{z\_max} \sim 2\pi/\lambda_{z\_min} = \pi/(2h_z).$  Результат моделирования приведен на рис. 5. Энергия порыва в этом случае  $\bar{Q} = 0,0457.$

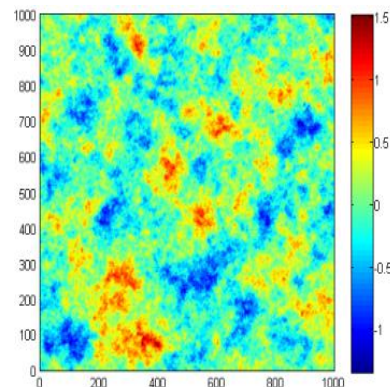
Получены результаты расчетов для  $L = N = 100$  и для  $L = N = 1000$  (рис. 6 и 7). Энергии порыва получились, соответственно, 0,0477 и 0,0617.



**Рис. 5.** Вертикальная компонента скорости при случайном порыве для  $L = N = 200$



**Рис. 6.** Вертикальная компонента скорости при случайном порыве для  $L = N = 100$

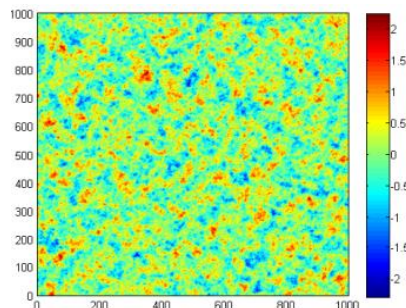


**Рис. 7.** Вертикальная компонента скорости при случайном порыве для  $L = N = 1000$

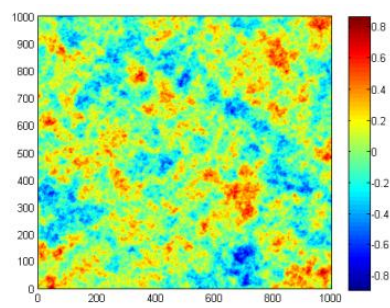
Также проведены расчеты при  $L = N = 1000$  для  $L_t = 20$  м и 1000 м, результаты проиллюстрированы на рис. 8 и 9. Соответственно, энергии порыва получились 0,137 и 0,0234.

Для  $L = N = 200$  и  $L_t = 1000$  м исследованы размеры расчетной области  $\Delta X = \Delta Z = 100$  м и  $\Delta X = \Delta Z = 5000$  м, результаты приведены на рис. 10 и 11. Энергии порыва, соответственно, равны 0,0116 и 0,1182.

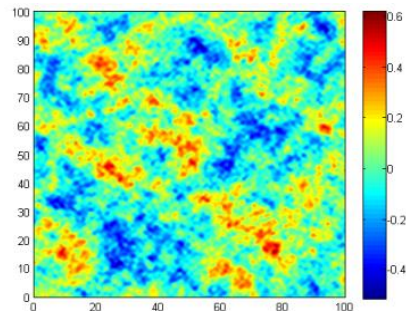
Сравнение результатов расчета по энергии порыва показали, что при случае  $L = N = 1000$  энергия больше, чем при меньшем числе разбиений расчетного пространства для одинаковых значений  $L_t$ . При разных значениях  $L_t$  энергия порыва больше для меньшего значения  $L_t$ , а при вариации размеров области энергия порыва соответственно больше для большего размера области.



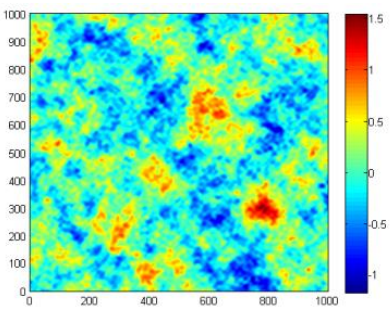
**Рис. 8.** Вертикальная компонента скорости при случайном порыве для  $L = N = 1000$ ,  $L_t = 20$  м



**Рис. 9.** Вертикальная компонента скорости при случайном порыве для  $L = N = 1000$ ,  $L_t = 1000$  м



**Рис. 10.** Вертикальная компонента скорости при случайном порыве для размера области  $\Delta X = \Delta Z = 100$  м



**Рис. 11.** Вертикальная компонента скорости при случайном порыве для размера области  $\Delta X = \Delta Z = 5000$  м

Оценка недобора энергии по соответствующим приведенным формулам выявила, что недобор энергии близок к 70% для всех случаев рис. 5 – 7. Минимальные потери энергии были получены при большем размере расчетной области и при меньшем значении масштаба турбулентности, соответственно 35 %.

## ВЫВОДЫ

На базе термодинамической и динамической моделей построена физико-математическая модель процессов, происходящих в термике. Приведена система уравнений, характеризующая движение струи. Описан алгоритм генерации вертикального турбулентного порыва с кармановским спектром. Приведены результаты численного моделирования.

Выполненные исследования направлены на моделирование атмосферного фона, влияющего на разрушение когерентных структур, и атмосферных процессов, приводящих к сложным режимам полета, и, в конечном итоге, на повышение безопасности полетов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Scorer R.S.** Environmental Aerodynamics. New York: Ellis Horwood Ltd, Publisher Chichester, 1978. 488 p.
2. **Пэгин Д.** Понять небо. Новая Каховка. – ЧП "ПИЕЛ", 1997. – 122 с.
3. **Качурин Л.Г.** Физические основы воздействия на атмосферные процессы. – Л.: Гидрометеиздат, 1990. – 464 с.
4. **Сивухин Д.В.** Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. – М.: Наука, 1990. Т. 2. – 591 с.
5. **Хргиан А.Х.** Физика атмосферы. 2-е изд. – М.: Физматгиз, 1958. – 476 с.
6. **Воеводенко В.В., Вышинский В.В.** Динамика микрочастиц в струйно-вихревом следе за самолетом // Труды ЦАГИ. 2008. Вып. 2676. С. 60 – 67.
7. **Etkin B.** Dynamics of Atmospheric Flight. New York: John Wiley & Sons Inc., 1972. 579 p.

## TO THE QUESTION ABOUT THE SIMULATION OF TURBULENT THERMAL FLOWS

**Zudov K.A., Kudrov M.A., Tolkachev G.Y., Malyutkina K.I.**

The main purpose of this work was the simulation of turbulent thermal flows, which is aimed at improving the visualization and the modeling of the flow fields of wind flows, which are necessary for aviation. The physical-mathematical model of gas flow in thermal is proposed on the basis of thermodynamic model and dynamic model under the assumption that the condensation energy, when the movement of the thermal is upward, becomes the turbulent fluctuations. A thermal is an air mass, which goes up and is capable to intermix with ambient air. In the work the thermodynamic model of thermal is presented, the equations and the system of equations are derived, that describe the main characteristics of wind flow, which are required for the modeling of airflows. The generation of vertical turbulent gust with von Karman spectrum is shown. The basic assumption in the construction of the dynamic model of generation was that the energy, which is stood out in the thermal due to the condensation of steam, is converted into the energy of turbulent pulsations. Some examples of numerical simulation are given in the article. The visualizations of the generation of the vertical velocity of random wind gust are given depending on the size of the considered space and depending on the pitch of cell partition. The analysis and comparison of the obtained results of the calculation are presented. The conducted studies are aimed at the simulation of the atmospheric background and atmospheric processes and, in the final result, at the increasing of flight safety.

**Key words:** turbulence, random gust, atmosphere, thermal.

## REFERENCES

1. **Scorer R.S.** Environmental Aerodynamics, New York, Ellis Horwood Ltd, Publisher Chichester, 1978, 488 p.
2. **Pegin D.** Ponjat' nebo [Understanding the Sky]. Novaya Kakhovka. ChP "PIEL". 1997. 122 p. (In Russian)

3. **Kachurin L.G.** Fizicheskie osnovy vozdeistviya na atmosferynye processy [The physical basis of the impact on atmospheric processes], Leningrad, Gidrometeoizdat, 1990, 464 p. (In Russian)
4. **Sivukhin D.V.** Obshchiy kurs fiziki. Termodinamika i molekulyarnaya fizika [The general course of physics. Thermodynamics and molecular physics]. Moscow. Nauka. 1990. T. 2. 591 p. (In Russian)
5. **Khrgian A.Kh.** Fizika atmosfery. 2-oe izd. [Atmospheric physics]. Moscow. Fizmatgiz. 1958. 476 p. (In Russian)
6. **Voevodenko V.V., Vihshinskiyi V.V.** Dinamika mikrochastits v struyjno-vikhrevom slede za samoletom [The dynamics of microparticles in a vortex wake of the plane. Proceedings of CAHI]. Moscow. Trudih CAGI. 2008. Vihp. 2676, PP. 60 – 67. (In Russian)
7. **Etkin B.** Dynamics of Atmospheric Flight, New York, John Wiley & Sons Inc., 1972, 579 p.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Зудов Константин Андреевич**, 1991 г.р., окончил МФТИ (2013), аспирант, научный сотрудник МФТИ, автор 4 научных работ, область научных интересов – физика атмосферы, электронный адрес: xzudov@mail.ru.

**Кудров Максим Александрович**, 1984 г.р., окончил МФТИ (2007), кандидат технических наук, доцент кафедры общей физики МФТИ, автор 25 научных работ, область научных интересов – многофазные течения, обледенение летательных аппаратов, механика жидкости и газа, электронный адрес: mkudrov@mail.ru.

**Толкачев Георгий Юрьевич**, 1986 г.р., окончил МФТИ (2009), заместитель заведующего кафедрой прикладной механики и информатики МФТИ, автор 7 научных работ, область научных интересов – динамика вязкого газа, теория пограничного слоя, отрывные течения, электронный адрес: georgiy.tolkachev@gmail.com.

**Малюткина Ксения Ивановна**, студентка 6 курса МФТИ, область научных интересов – механика газа и физика атмосферы, электронный адрес: kmalyutkina@yandex.ru.