

УДК 519.6

МЕТОД КОГОРТ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В СТРАХОВОЙ СТАТИСТИКЕ

Ю.Ф. КАСИМОВ, А.К. КЕРИМОВ

Статья представлена доктором технических наук, профессором Кузнецовым В.Л.

Статья заказана редакцией Научного Вестника

В работе рассмотрен так называемый когортный метод учета агрегированных данных страховых портфелей. В страховой статистике систематизация и обработка совокупных данных по выписанным полисам, премиям и страховым платежам часто производится с грубыми ошибками, поскольку точно не задаются критерии отнесения выписанных полисов и связанных с ними платежей к анализируемой статистической совокупности. Кроме того, часто четко не указывается схема расчета агрегированных статистических характеристик, связанных с этими полисами. В работе дано детальное и строгое изложение как метода формирования различных когорт данных для заданного периода оценивания агрегированных характеристик, так и методов расчета интересующих страховых показателей (абсолютных и относительных) для этих когорт. Знание этих методов необходимо для корректной оценки страховых премий и резервов.

Ключевые слова: когорты полисов, премий и убытков, способы учета, полный и частичный методы.

Введение

В финансовом менеджменте страховых как, впрочем, и не страховых компаний используется большое число различных *количественных* показателей их деятельности. К ним можно отнести широко известные показатели ликвидности, рентабельности и т.п. Большинство из этих показателей формируется на основе данных финансовой отчетности: баланса, отчета о прибылях и убытках (финансового результата страховой компании) и др. Кроме показателей общего характера, которые используются и в финансовом менеджменте не страховых организаций, страховые компании используют в оценке и анализе своей деятельности ряд специфических показателей. К ним относятся так называемые *агрегированные показатели страховых портфелей*. Иногда их коротко называют *мерами риска*, имея в виду риск, связанный с договорами страхования заключенными страховой компанией. Выбор адекватной меры риска очень сложная, но важная задача. Так в гражданской авиации используется весьма большое число разнообразных мер риска в зависимости от типа страхуемого риска [1; 2]. Корректный метод оценки риска при этом существенно влияет как на размер назначаемой премии, так и на оценку необходимых страховых резервов. В этой работе мы рассмотрим общий подход к описанию и оценке параметров риска, который может применяться не только в гражданской авиации, но и в других областях рискованного страхования.

Термин когортный метод заимствован из демографии, где он широко применяется для выделения различных групп лиц (когорт), объединённых одним и тем же демографическим событием, произошедшим в указанный период времени [3; 4].

Мы рассмотрим в основном традиционные меры риска, наиболее часто используемые на практике [5]. Ряд из них входит в качестве компонент в формулы для премий, тарифных ставок, резервов и т.д. [6; 7]. Приводимые меры (характеристики) риска являются *агрегированными интервальными* показателями, т.к. они относятся не к отдельному риску (полису), а к некоторой их совокупности, например к страховому портфелю компании за данный *период времени*.

1. Количественные показатели портфеля рисков за данный период (за год)

Абсолютные показатели: N - число полисов; n - число страховых случаев (исков); \mathcal{S} - общая страховая сумма всех застрахованных объектов; \mathcal{L} - общая сумма страхового ущерба; \mathcal{E} - общая сумма страховых выплат; \mathcal{P} - общая сумма премий.

Относительные показатели: $f = n/N$ - частота исков на полис; $l = \mathcal{L}/n$ - средняя величина иска (на страховой случай); $\tau = \mathcal{L}/\mathcal{S}$ - убыточность страховой суммы (unit claim rate); $s = \mathcal{A}/N$ - средний объем риска на полис; $\rho = \mathcal{P}/\mathcal{S}$ - норма взносов (unit premium rate); $\nu = \mathcal{L}/\mathcal{P}$ - норма убыточности (убыточность премий – claim ratio).

Важно отметить, что все перечисленные выше характеристики относятся к выбранному промежутку времени, т.е. являются, по существу, *интервальными* характеристиками портфеля рисков. Для правильного вычисления этих характеристик нужно указать *точные правила* подсчета всех элементов этих характеристик, так нужно уметь решать вопрос о том, относится ли данный полис, застрахованный объект, выплата страхового возмещения и т.д. к указанному периоду или нет, и, кроме того, необходимо точно указать, как *количественно* определяется каждая из этих характеристик при положительном решении вопроса о ее отнесенности к заданному периоду, т.е. будет ли страховая сумма по *годовому* полису, выписанному *в конце* рассматриваемого года, учитываться полностью или частично.

Это далеко непростые вопросы, как может показаться на первый взгляд. От принятого решения зависят получающиеся значения проведенных выше характеристик и, следовательно, полученные оценки риска и, в частности, основанные на этих оценках тарифы. Для того чтобы уметь правильно решать подобные задачи, необходимо более тщательно разобраться в том, что представляют собой те или иные временные и финансовые характеристики страховых контрактов, в частности, в способах *временной привязки* базовых характеристик (премия, страховая сумма, страховая выплата) и методах *количественного* учета этих характеристик. Этой теме посвящен следующий параграф.

2. Мгновенные и интервальные величины

Пожалуй, одним из важнейших обстоятельств, которое часто упускают из вида, является то, что финансовые характеристики страховых и вообще финансовых операций всегда имеют определенную *временную привязку*. Они относятся либо к *моментам времени*, например, курс ценной бумаги, либо к *временным промежуткам*, например, дивиденды или проценты. В соответствии с этим все величины в финансовом анализе (да и вообще в экономике) можно разделить на *два класса*.

Первый класс составляют величины, относящиеся к *моментам времени*. Они являются *функциями* времени, т.е. изменяются с течением времени. Их называют *мгновенными* (или *переменными*) *состояниями*. Эти величины представляют мгновенное значение различных финансовых характеристик, таких как стоимость, цена, курс. Все *балансовые* показатели относятся к величинам этого вида.

Второй класс составляют величины (переменные), которые *естественным образом* связаны с *промежутками, периодами времени*. Их называют *интервальными* или *распределенными* величинами. Так годовой доход, прибыль, процентная ставка - примеры величин этого класса. Большое семейство величин этого класса составляют характеристики, показывающие *изменение величин состояния* (т.е. величин первого класса) *за определенный промежуток времени*. Так *приращение* стоимости активов или резервов какого-либо фонда *за год* является также примером этого типа величин.

Между величинами указанных классов не всегда удается провести четкую грань. Рассмотрим, например, дивиденды, выплачиваемые по обыкновенным акциям. Конкретно очередная выплата дивидендов осуществляется в определенный *момент времени*. Для отдельного акционера это может быть момент перечисления дивидендов на его счет в банке или брокерской

конторе. Поэтому *на первый взгляд* эта сумма относится к моменту времени. Однако экономический смысл дивидендов как доли прибыли, полученной предприятием за определенный промежуток времени, например, за год, ясно указывает на то, что эта величина является функцией именно *промежутка*, а не *момента* времени. Так бессмысленно говорить о том, какова величина дивидендов на данную конкретную дату: сегодня, завтра, через месяц. Однако можно говорить о величине дивидендов за год, два, три и т.д. С другой стороны, не имеет смысла говорить о цене акции за год, два года и т.п. Можно говорить об *изменении цены* или *средней* цене за эти промежутки, но это уже характеристики *интервалов*, а не моментов времени.

Из отмеченного выше различия между величинами состояния и потока следует различный способ их математического представления. Величина первого типа есть функция *времени*, и обычно этот факт записывают в виде C_t или $C(t)$, где $C(t)$ (или C_t) - значение в момент времени t некоторой величины C , например стоимости актива.

Величины второго класса являются функциями промежутка, и поэтому для их определения необходимо задавать промежуток времени. Это можно сделать либо используя стандартное обозначение для промежутков времени J , например $[t_1, t_2]$ или (t_1, t_2) . Интервальную величину C , относящуюся к промежутку J , будем обозначать через $C(J)$, C_J или $C(t_1, t_2)$.

На практике интервальные события обычно преобразуют в мгновенные (например, выплата дивидендов за год осуществляется в конце года). Такое преобразование называют *актуализацией*. Чаще всего применяются два приема актуализации: сумма, относящаяся к некоторому периоду, приписывается к его концу (*финализация*) или к его началу (*авансирование*). Например, страховая премия – *интервальная* величина, выплачиваемая в начале страхового периода.

Как уже отмечалось, все приведенные выше характеристики риска являются интервальными характеристиками. Они получены суммированием (агрегированием) индивидуальных характеристик риска по всем полисам, относящимся к некоторому (оценочному) периоду.

3. Способы количественного учета интервальных показателей

Существенной чертой интервальных величин является их *распределенность*, иными словами, для интервальной величины C , относящейся к некоторому промежутку J , можно найти значение этой величины для любой *части* K исходного промежутка. Это значение называют *релевантным* значением, соответствующим заданной части промежутка. Конкретные способы определения релевантного значения разнообразны и зависят от типа рассматриваемых величин, специфики задачи и т.д. Однако одним из наиболее распространенных методов является так называемый *пропорциональный* метод (*pro rata*). В этом случае релевантное значение является долей исходного значения интервальной величины, определяемой отношением длин исходного промежутка и его части. Более точно это правило можно сформулировать следующим образом.

Допустим, что нам необходимо найти релевантное значение интервальной величины $C(J)$ для оценочного периода $I=[t_0, t_1]$ (рис. 1). Пусть $T = |J|$ - длина промежутка $J = [t_2, t_3]$, к которому относится интервальная величина C (например премия по полису), а L - длина общей части $J \cap I = [t_2, t_1]$, промежутка J и оценочного периода I

$$L = |J \cap I|.$$

Тогда релевантная относительно оценочного периода величина C будет $C(I) = (L/T) \cdot C(J)$. Так, например, для премии по годовому полису, равной 600 руб., ее релевантная часть, приходящаяся на первый квартал страхового года, будет равна
(4/12) · 600 = 150 (руб.).

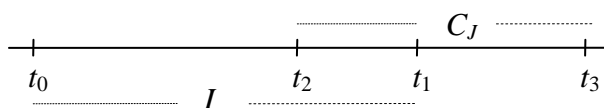


Рис. 1

4. Финансово-временные характеристики страхового контракта (полиса)

Каждый страховой полис характеризуется рядом временных и финансовых параметров. Часть этих параметров устанавливается в момент заключения контракта, другие связаны с конкретными условиями реализации контракта. К важнейшим *временным* параметрам относятся:

- 1) момент заключения контракта (t_0);
- 2) момент окончания срока действия полиса (t_1);
- 3) срок (продолжительность, период) действия контракта (T);
- 4) момент(ы) τ_1 страховых событий, связанных со страхуемым полисом;
- 5) момент(ы) τ_2 заявления о страховых событиях, т.е. моменты предъявления исков;
- 6) момент(ы) τ_3 урегулирования (оплаты) страховых претензий.

Заметим, что, вообще говоря, с данным полисом может быть связано несколько страховых случаев. Первые три временные характеристики являются *фиксированными*, они относятся к реквизитам полиса и устанавливаются в момент его заключения. Остальные характеристики являются *случайными* величинами и зависят от конкретных условий, сложившихся в период действия контракта.

К важнейшим *финансовым* характеристикам относятся:

- 7) объем страховой ответственности (объем застрахованного риска) (W), например страховая сумма S ;
- 8) стоимость страхового контракта (размер премии) B , включающей рисковую премию P и нагрузку E ;
- 9) размер (истинного, фактического) ущерба X , связанного со страховым событием;
- 10) размер иска L (оцененного ущерба) по страховому случаю;
- 11) размер страхового возмещения C по данному страховому событию.

Объем $W = m \times T \times S$ застрахованного риска задаёт «степень подверженности риску» (*exposure*) по данному полису и включает в качестве составных компонент следующие величины:

- 12) m - число однородных застрахованных объектов;
- 13) T - срок страхования;
- 14) S - страховая сумма.

Для типичных полисов рискового (например, имущественного) страхования: $m=1$ объект, $T=1$ год, поэтому объем страхового риска по полису численно равен страховой сумме $W = S$, однако в отличие от страховой суммы объем риска - интервальная величина, относящаяся ко всему периоду действия полиса.

Среди финансовых величин объем страхового риска W (или S) и премия B устанавливаются в момент подписания контракта, т.е. являются авансированными интервальными величинами относительно периода действия контракта. Размеры истинного X и оцененного ущерба L , а также страхового возмещения C являются, напротив, мгновенными величинами, относящимися к моментам τ_1 , τ_2 и τ_3 соответственно. Тройку $\{(\tau_1, X); (\tau_2, L); (\tau_3, C)\}$ часто называют *триплетом* страхового случая.

Следует различать эти величины. Страховое возмещение не может быть больше, чем величина ущерба, а оцененный ущерб L есть некоторая *приближенная оценка* истинного ущерба X

$$C \leq L \approx X.$$

Связь между ними устанавливается принятыми для данного класса риска *правилами (схемами) страхового покрытия*.

5. Схемы покрытия страховых убытков

Ниже мы опишем наиболее типичные схемы покрытия, используемые на практике. Пусть L - реальные убытки при возникновении страхового случая, а C - соответствующее страховое возмещение. На практике используются различные схемы определения страхового покрытия. Мы укажем лишь основные (базовые) схемы [8].

1. *Схема полного возмещения (схема действительной стоимости).* $C = Y$.

В этом случае страховое возмещение совпадает с величиной реального ущерба.

2. *Схема пропорционального возмещения.* Пусть застрахованный объект имеет страховую стоимость V , и он застрахован на сумму S . Тогда убыток величины L компенсируется в размере

$$C = a \cdot L, \text{ где } a = S/V.$$

Таким образом, убыток компенсируется в пропорции, равной доле страховой суммы в полной страховой стоимости объекта.

3. *Схема I-го риска.* По этой схеме фиксируется верхний предел страховой ответственности M , и все убытки, не превосходящие M , возмещаются полностью, а превосходящие M , лишь на эту максимальную сумму:

$$C = L, \text{ если } L \leq M \text{ и } C = M, \text{ если } L > M.$$

4. *Франшизы.* В этих схемах фиксируется нижний предел ущерба d , начиная с которого риск подлежит компенсации. В случае *безусловной франшизы* схема покрытия описывается правилом:

$$C = 0, \text{ если } L \leq d \text{ и } C = L - d, \text{ если } L > d.$$

Ущерб, не превышающий порога d , не возмещается, а превосходящий этот порог, возмещается лишь на сумму превышения ущерба над d .

Для *условной франшизы*:

$$C = 0, \text{ если } L \leq d \text{ и } C = L, \text{ если } L > d.$$

Ущерб, не превосходящий d , не возмещается, а превосходящий возмещается полностью.

На практике, кроме этих базовых схем, используются и другие более сложные схемы, например, комбинированные.

Общая схема описывается функциональным соотношением

$$C = \Phi(L),$$

где C - страховое возмещение; L - реальный убыток; Φ - определяющее правило, согласно которому вычисляется страховое возмещение.

Статистические данные для L порождают соответствующую статистику для C . Ниже мы не будем различать эти величины, считая, если не оговорено противное, $L = C$, однако надо помнить, что на практике эти величины могут различаться, причем существенно, и это различие необходимо учитывать, например, при определении тарифных ставок, вычисляемых на основе статистических данных.

Страховой контракт может быть наглядно изображен своей временной диаграммой, указывающей временную привязку финансовых параметров контракта.

Различные типы временных диаграмм для контрактов представлены на рис. 2 - 4.

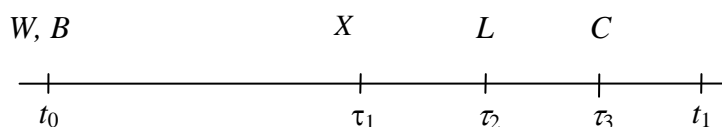


Рис. 2

В этом случае (рис. 2) все три момента (весь триплет) укладываются в период действия контракта. Временная «сжатость» триплета страхового характерна для относительно «несложных» видов массового страхования (например, в автостраховании), когда риск поддается быстрой оценке и возможности быстрого урегулирования.

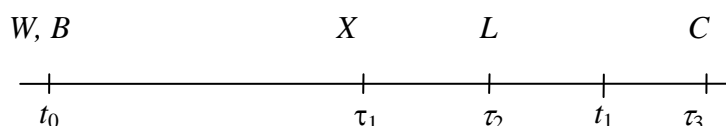


Рис. 3

Для схемы на рис. 3 страховое событие и его регистрация относятся к периоду действия контракта, а урегулирование иска осуществляется после окончания срока действия полиса. В этом случае страховой размер страховой выплаты к концу периода страхования еще неизвестен, но может быть оценен. Такая оценка осуществляется в рамках оценки *резервов заявленных, но неурегулированных убытков*.

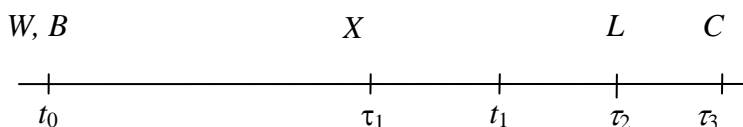


Рис. 4

Наконец, для схемы на рис. 4 к периоду действия контракта относится только наступление страхового события, а предъявление иска и оплата страхового возмещения осуществляются после окончания срока действия. В этом случае к концу периода страхования эти величины, как и сам факт наступления страхового случая, неизвестны. При оценке агрегированных показателей эти величины либо не учитываются вовсе, либо их учет осуществляется в рамках оценки *резерва произошедших, но не заявленных убытков*.

Таким образом, моменты наступления страхового события, его регистрация и оплата связанного с этим событием страхового возмещения необязательно сосредоточены вблизи друг друга в пределах срока действия контракта, а могут быть удалены и притом значительно друг от друга.

6. Принципы расчета агрегированных характеристик

Упомянутая удаленность (отделенность) важнейших временных характеристик создает трудности при *статистическом агрегировании* данных или формировании *временных когорт* исков, полисов и т.д., *относящихся к некоторому временному промежутку* - периоду анализа или оценки¹. Так при расчете некоторой суммарной или средней характеристики портфеля полисов (например суммарного возмещения), относящегося к данному временному промежутку, необходимо *точно указать правило (критерий релевантности)*, в соответствии с которым используемая характеристика портфеля относится (или нет) к указанному промежутку.

При нахождении агрегированных, в частности средних характеристик портфеля, рисков необходимо не только указывать *способ образования* соответствующих временных когорт, но и принцип *количественного* учета характеристик пула, относящихся к данной когорте. На практике чаще всего используют два метода: *полный*, при котором *все отнесенные к заданному периоду характеристики* (число полисов, страховые суммы, премии, выплаты и др.) учитываются *полностью*, т.е. по их исходным значениям, и *частичный* метод (называемый также *учетным* или бухгалтерским), при котором учитывается только *релевантное относительно данного периода*

¹ Напомним, что когортой в демографии называют группу лиц, связанных одним и тем же демографическим событием, произошедшим в данном периоде. Так можно рассматривать когорту лиц, родившихся в данном году, лиц, вступивших в первый брак в данном году, и т.п.

значение учитываемой характеристики. Так, если некоторый полис был по выбранному критерию отнесен к заданному периоду времени, то при полном методе учета все финансовые и другие показатели (страховые суммы, премии, выплаты, число полисов, застрахованных объектов и др.) учитываются полностью. В частности, в сумму страховых выплат войдут *все* выплаты по этому полису независимо от того, действительно ли страховые события, связанные с этими выплатами, произошли в течение данного периода и независимо от того, когда были сделаны сами эти выплаты. Напротив, при использовании частичного (учетного метода) из мгновенных характеристик, таких как страховые события и соответствующие им выплаты, будут учтены только события, произошедшие в данном периоде. При этом интервальные характеристики будут учтены лишь по их релевантной для данного периода части, например, для премии будет учитываться ее заработанная в данном периоде часть, для числа полисов соответствующее число полис-годов и т.д.

Рассмотрев общие принципы, связанные с временной привязкой финансовых - экономических характеристик и с методами их учета, перейдем к более детальному изложению этих принципов и анализу конкретных следствий из них по отношению к страховым контрактам (полисам).

7. Критерии формирования полисных когорт

На практике используются три критерия соотнесения (способа образования временных когорт). Период, относительно которого осуществляется отбор полисов, называется *когортным периодом* [11-13].

Год полиса (police year). В этом случае к выбранному году (или любому другому когортному периоду I) относятся все полисы, выписанные в этом году (периоде). Таким образом, контракты и их характеристики группируются в соответствии с моментом выписки полиса (t_0). Сам критерий можно описать правилом: $t_0 \in I$, т.е. момент выписки полиса принадлежит когортному периоду I .

Год события (accident year). В этом случае контракты и их характеристики группируются в соответствии с моментом наступления страховых событий (τ_1). Таким образом, полис будет включен в когорту данного года (когортного периода J), если хотя бы один страховой случай по полису произошел в этом году (периоде J). Формально этот критерий можно записать в виде $\tau_1^j \in I$ для некоторого j . Здесь $\tau_1^1, \tau_1^2, \dots, \tau_1^i, \dots$ - последовательность страховых случаев по данному полису.

Календарный год (calendar year). В этом случае формируемая когорта содержит все полисы, период действия которых имеет общую часть с заданным годом (оценочным периодом), независимо от того, были ли эти полисы выписаны в данном календарном году, происходили ли в этом году связанные с ними страховые события и т.д. Формально критерий формирования когорты календарного года можно записать в виде: $J \cap I \neq \emptyset$. Здесь J - период действия полиса, а I - оценочный (когортный) период.

Год заявления (reporting year). В этом случае контракты группируются по моменту заявления, регистрации страхового события (τ_2), независимо от года его происхождения.

Критерий можно описать правилом: $\tau_2^j \in I$, для некоторого j . Здесь $\tau_2^1, \tau_2^2, \dots, \tau_2^i, \dots$ - последовательность моментов предъявления исков по данному полису.

Теоретически можно строить и другие когорты. Мы ограничимся лишь тремя наиболее часто используемыми когортами: по году полиса, году события и календарному году.

Для иллюстрации введенных понятий рассмотрим следующий пример. Пусть распределение трех полисов (1), (2), (3) и их финансовых характеристик имеет вид, представленный на рис. 5. На рисунке все полисы изображены горизонтальными отрезками одинаковой длины, соответствующей их продолжительности, равной 1 году. Слева от полисов задан объем страхового риска

(страховая сумма), а крестиками – страховые случаи, размер ущерба по которым представлен числом над крестиком. Временная (горизонтальная) ось разбита двумя вертикальными пунктирными линиями на три последовательных года $Z-1$, Z и $Z+1$.

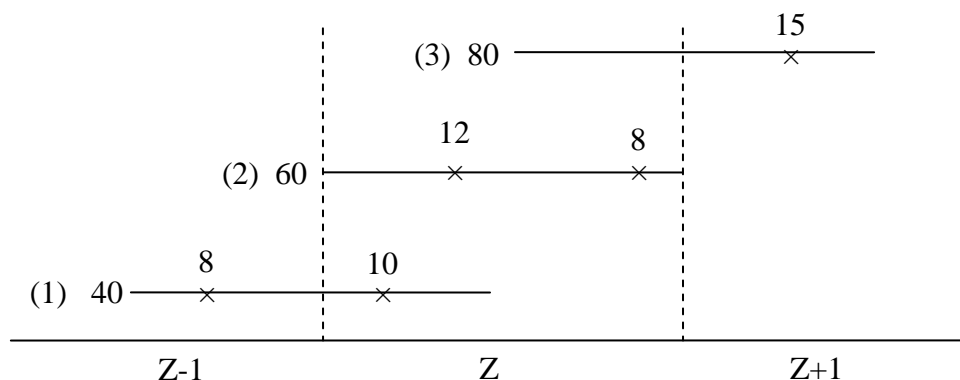


Рис. 5

Если взять за оценочный период год Z , то в соответствии с тремя критериями формирования когорт можно выделить три когорты для года Z .

Когорта года полиса: $\{(2), (3)\}$, т.к. только второй и третий полис выписаны в году Z .

Когорта года события: $\{(1), (2)\}$, т.к. в году Z произошли события, связанные только с первым и вторым полисами.

Когорта календарного года: $\{(1), (2), (3)\}$, т.к. период действия всех трех полисов имеет непустое пересечение с оценочным годом Z .

8. Принципы учета количественных характеристик полисов

Сформировав когорту полисов, необходимо указать *метод учета* временных и финансовых характеристик полисов при расчете агрегированных характеристик. На практике чаще всего используются два метода: *полный* и *частичный*.

В полном методе агрегированная характеристика данного оценочного периода получается суммированием всех соответствующих характеристик по всем полисам, входящим в когорту данного периода. При этом соответствующая (мгновенная или интервальная) характеристика учитывается *полностью*. Например, при расчете суммарного убытка \mathcal{L} в оценочном году Z будут учитываться и, значит, суммироваться убытки по *всем страховым случаям*, связанным с полисами, входящими в когорту, независимо от того, когда *реально наступило* страховое событие, и был оплачен связанный с ним иск. Аналогично при расчете суммарного объема страхового риска \mathcal{M} (страховой суммы \mathcal{S}) страховые объемы (страховые суммы) всех полисов, входящих в когорту, будут учитываться *полностью*.

Формально расчет некоторой *агрегированной* характеристики \mathcal{R} по полному методу для оценочного периода Z можно описать формулой

$$\mathcal{R}(Z; \mathcal{H}) = \sum \{ R_k \mid \pi_k \in \mathcal{H} \},$$

где $\mathcal{H} = \{ \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N \}$ - заданная когорта полисов; R_k - соответствующая характеристика полиса π_k .

В частичном методе учитываются только соответствующие *релевантные* характеристики полисов. Релевантность мгновенной величины означает принадлежность соответствующего этой величине момента времени оценочному периоду. Так убыток по полису, входящему в когорту, будет учтен в оценочном периоде, только если страховой случай произошел в оценочном

периоде. Интервальная величина учитывается только в своей *релевантной части*, относящейся к оценочному периоду. Формально это правило можно записать в виде

$$\tilde{\mathcal{R}}_k(Z; \mathcal{H}) = \sum \{ \tilde{R}_k(Z) \mid \pi_k \in \mathcal{H} \}.$$

Здесь знак «тильда» означает релевантную характеристику полиса относительно данного оценочного периода.

Подведем итог. Расчет любой агрегированной характеристики для заданного периода осуществляется в два этапа. На первом этапе в соответствии с заданным критерием формируется соответствующая когорта полисов. Затем по выбранному методу учета рассчитывается соответствующая агрегированная характеристика.

Три критерия и два метода учета дают шесть способов расчета абсолютных и теоретически 36 способов относительных агрегированных характеристик из приведенного в начале статьи списка, если допускать различные способы вычисления числителя и знаменателя относительной характеристики. На практике обычно придерживаются правила согласования, требующего тождественность способов вычисления числителя и знаменателя относительной характеристики.

Проиллюстрируем сказанное для данных предыдущего примера (рис. 5).

Так для когорты *полис года* полный метод дает следующие значения для периода Z :
суммарный объем страхового риска (общая страховая сумма)

$$\mathcal{S}(Z) = S_2 + S_3 = 60 + 80 = 140;$$

общая сумма страхового ущерба

$$\mathcal{L}(Z) = L_2 + L_3 = 15 + 12 = 27;$$

убыточность страховой суммы

$$\tau = \mathcal{L} / \mathcal{S} = 27/140 = 0,1929.$$

С другой стороны, частичный метод для этой когорты дает:
суммарный объем страхового риска (общая страховая сумма)

$$\tilde{\mathcal{S}}(Z) = \tilde{S}_2 + \tilde{S}_3 = 60 + (1/2) \cdot 80 = 100.$$

При вычислении общей страховой суммы по частичному методу предполагалось, что первый и третий полисы выписаны в точности в середине $Z-1$ и Z -го годов соответственно;

общая сумма страхового ущерба

$$\tilde{\mathcal{L}}(Z) = \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3 = 15;$$

убыточность страховой суммы

$$\tilde{\tau} = \tilde{\mathcal{L}}(Z) / \tilde{\mathcal{S}}(Z) = 15/100 = 0,1500.$$

Для когорты *календарного года* полный метод дает:

суммарный объем страхового риска (общая страховая сумма)

$$\mathcal{S}(Z) = S_1 + S_2 + S_3 = 40 + 60 + 80 = 180;$$

общая сумма страхового ущерба

$$\mathcal{L}(Z) = L_1^1 + L_1^2 + L_2 + L_3 = 8 + 10 + 15 + 12 = 45,$$

где L_1^1 и L_1^2 - убытки по первому и второму страховому случаю для первого полиса;

убыточность страховой суммы

$$\tau = \mathcal{L} / \mathcal{S} = 45/180 = 0,2500.$$

С другой стороны, частичный метод для этой когорты дает:
суммарный объем страхового риска (общая страховая сумма)

$$\tilde{\mathcal{F}}(Z) = \tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 + \tilde{S}_3 = (1/2) \cdot 40 + 60 + (1/2) \cdot 80 = 120;$$

общая сумма страхового ущерба

$$\tilde{\mathcal{L}}(Z) = \tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3 = L_1^2 + L_2 = 10 + 15 = 25;$$

убыточность страховой суммы

$$\tilde{\tau} = \tilde{\mathcal{L}}(Z) / \tilde{\mathcal{F}}(Z) = 25/120 = 0,2083.$$

9. Проблема определенности данных при вычислении агрегированных характеристик

Выше при определении и примерах расчета агрегированных характеристик страхового портфеля мы неявно предполагали, что все индивидуальные характеристики полисов, входящих в когорту, известны. Вообще говоря, на практике это далеко не так. Предположим, что мы вычисляем убыточность страховой суммы для текущего календарного года, причем это вычисление осуществляется в конце этого года. Если мы используем полный метод для (любой) когорты текущего года, то согласно этому методу при определении суммарного убытка мы должны учитывать *все* страховые случаи по полисам когорты. В это число формально входят и будущие страховые случаи, которые пока не произошли. Использование частичного метода отчасти снимает эту проблему, однако мы не можем быть уверены, что к концу текущего года нам известно о всех страховых случаях, произошедших в этом году. Таким образом, приходится делать оценку суммарного убытка по всем таким случаям. Эта оценка представляет собой не что иное, как резерв произошедших, но незаявленных убытков текущего года. Заметим, что здесь речь идет об интервальной характеристике – резерве убытков текущего года. Обозначим его $\overline{RL}(Z)$. В страховании обычно рассчитывают резерв убытков для заданного момента времени (на заданную дату). Такой резерв обозначим через $RL(t)$. Интервальный резерв текущего года равен, естественно, изменению (приращению) мгновенного резерва, т.е. он равен разности мгновенных резервов на конец и начало периода. Для $Z = (t_1, t_2)$ имеем

$$\overline{RL}(Z) = \overline{RL}(t_1, t_2) = RL(t_2) - RL(t_1).$$

Таким образом, строго говоря, значение агрегированных характеристик зависит еще от одного временного параметра – *момента t вычисления характеристик*. Для того чтобы можно было определить когорту для оценочного периода Z , необходимо выполнение условия: $t_1 < t_2 \leq t$. Как было сказано выше, это условие обеспечивает принципиальную возможность расчета агрегированных характеристик по частичному методу. Однако для применения полного метода необходимо, чтобы момент расчета (оценки) был «более отдален» от конца периода оценки. В случае годовых (по сроку) полисов необходимо выполнение неравенства $t - t_2 \geq 1$. Тогда к моменту оценки все полисы когорты периода Z будут завершены (т.е. окончится их срок действия). Это означает, что все индивидуальные характеристики полисов когорты становятся реализованными (хотя возможно и неизвестными) для оценщика. Проблема неопределенности (точнее неизвестности) как и в случае частичного метода решается использованием различных оценок (например оценок резерва убытков). Чем более отдаленным является момент оценивания относительно периода оценивания, тем более определенной становится задача расчета характеристик. Для большинства рисков имеется некоторый предельный «период развития», по истечении которого все характеристики полисов когорты становятся известными *полностью*.

Проблема дублирования. До сих пор речь шла о расчете агрегированных характеристик для отдельного периода. На практике обычно требуемые характеристики вычисляются пери-

дически, например ежемесячно, ежеквартально или ежегодно. В этом случае оценочные периоды образуют последовательность смежных промежутков. Поскольку полисы распределены произвольным образом относительно оценочных периодов, то вполне возможно включение одного полиса в смежные когорты, и при полном методе учета его характеристики будут «продублированы». Среди всех критериев формирования когорт лишь критерий полис года исключает дублирование полисов в принципе, т.к. когорты последовательных периодов в этом случае не пересекаются. Для критерия «год-события» полис будет учтен в двух последовательных когортах, только если с ним связаны два или более страховых случая, относящиеся к двум различным оценочным периодам. Наконец для календарных когорт (в случае годовых полисов) практически все полисы будут принадлежать двум последовательным когортам. Исключением являются полисы, «точно вписанные» в оценочный период (как полис 2 на рис. 5). Дублирование полисов не представляет проблемы, если используется частичный метод учета, поскольку в этом методе все характеристики «разлагаются» на «релевантные части», которые учитываются в смежных когортах. Если исключить схемы расчета, приводящие к дублированию характеристик, то из 6 способов останется 4: полный и частичный методы для полисных когорт и частичные методы для когорт-события и календарных когорт.

Проблема многозначности. Сказанное выше приводит к необходимости мириться с тем, что нет естественных (или, как говорят математики, канонических) способов однозначного вычисления агрегированных характеристик страховых портфелей. При этом ясно, что абсолютные характеристики когорт, вычисленные по полному методу, всегда превышают эти же характеристики, вычисленные по частичному методу, и чем больше размер когорты (число полисов), тем больше расхождение между этими значениями. Большинство относительных характеристик (но не все!) устойчивы как относительно выбора когорт, так и метода учета. Так вычисление убыточности страховой суммы (использующейся, как известно, в оценке тарифа) для больших однородных (по риску) когорт полным и частичным методами дает близкие значения, каждое из которых может служить оценкой этой характеристики. Существенное расхождение значений в этом случае указывает обычно либо на *неоднородность* страхового портфеля, либо на небольшой объем когорт, что приводит к *статистической вырожденности* данных [12-14].

Заключительные замечания. Описанные в работе методы вычисления агрегированных характеристик, безусловно, хорошо известны и широко используются актуариями в странах с развитой актуарной наукой и практикой. Однако автору не встречалось *явное* и *систематическое* изложение этого круга вопросов ни в зарубежной, ни тем более в отечественной литературе. Устранить этот пробел и призвана настоящая работа.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Burrows R.A.P.** Aviation Insurance, Study Course P60. The Chartered.
2. Insurance Institute, Distance Learning Division, Sevenoaks, Kent, UK. 1990.
3. **Margo R.D.** Aviation Insurance, 3rd Edition. Butterworths (UK) Ltd., London, UK. 2000.
4. **Hartmann M.** Demographic Methods for the Statistical Office. 2009.
5. **Graziella C.** Demography Analysis and Synthesis. Academic Press. 2006.
6. Общее страхование: материалы Лондонского института актуариев. - ЛИА, 2004.
7. **Фридланд Ж.** Базовые методы оценки неоплаченных претензий. – KPMG, 2009.
8. **Вернер Дж.** Базовые методы оценки страховых тарифов. - CASACT, 2010.
9. **Блейд Д.** Страхование: принципы и практика. - М.: Финансы и Статистика, 1998.
10. **Бауэр Дж. и др.** Актуарная математика. - М.: Янус, 2002.
11. **Томас Мак.** Математика рискованного страхования. - М.: Олимп-Бизнес, 2005.
12. **Klugman S.A., Panjer H.** Loss Models-From Data to Decisions. Wiley. 2010.
13. **Lawless J.F.** Statistical Models and Methods for Lifetime Data. Wiley. 2003.
14. **Hardle W.** Statistical Tools For Finance and Insurance. Springer. 2003.
15. **Corazza M.** Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance. Springer. 2010.
16. **Katrien A.** Statistical Tools For Non-Life Insurance. University Leuven.

COGORT METHOD AND OTS APPLICATIONS TO INSURANCE STATISTICS**Kasimov Yu.F., Kerimov A.K.**

The paper considers the so-called cohort method of accounting aggregates insurance portfolios. In insurance statistics systematization and processing of aggregate data on the issued policies, premiums and insurance payments are often made with gross errors, because ones don't set the criteria written policies and related payments to the analyzed statistical universe. Besides, it is often not clearly specify the scheme of calculation of aggregate statistical associated with these policies. The study gives a detailed and rigorous presentation as a method of formation of different cohorts data for a specified period of assessment the aggregated characteristics and methods of calculation of interest to insurance of indicators (absolute and relative) for these cohorts. The knowledge of these methods is necessary for a correct assessment of insurance premiums and reserves.

Key words: cohort policies, premiums and losses, accounting methods, complete and partial methods.

Сведения об авторах

Касимов Юрий Федорович, 1946 г.р., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова (1970), доцент кафедры прикладной математики Финансового университета при правительстве РФ, автор более 26 научных работ, область научных интересов - финансовая и актуарная математика, теория инвестиций, математическая информатика.

Керимов Александр Керимович, 1947 г.р., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова (1971), кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики Финансового университета при правительстве РФ, автор более 54 научных работ, область научных интересов – оптимальное управление, обратные задачи математической физики, финансовая и актуарная математика.