

УДК 629.7.05

ВОЗМОЖНОСТИ КОРРЕКЦИИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ КАРТ ЗЕМЛИ

**В.В. ПОПАДЬЁВ, А.И. СОРОКА, А.И. ПОЛУБЕХИН, В.Ю. ЦЫГАНКОВ,
С.Г. БРАЙТКРАЙЦ, Р.Н. АКИНШИН, А.В. ХРУЩЕВ**

Рассмотрены возможности коррекции параметров бортовых инерциальных навигационных систем летательных аппаратов на основе гравиметрических карт. Данные о вертикальной составляющей аномалии силы тяжести усредняются по регулярной сетке; горизонтальные составляющие силы тяжести вычисляются на основе картосхем уклонов отвесной линии. Приведены общие сведения о гравитационном поле Земли, его изученности, а также основные рабочие формулы.

Ключевые слова: инерциальная навигационная система, геофизические поля, гравитационное поле Земли, гравитационный потенциал, уклонение отвесной линии, сферические функции.

1. Введение

Создание прецизионных чувствительных элементов для инерциальных навигационных систем (ИНС) привело к тому, что в настоящее время основным фактором, ограничивающим дальнейшее развитие ИНС, становится неопределенность используемых в бортовом вычислителе данных о гравитационном поле Земли (ГПЗ). Недостаточная информация о параметрах гравитационного поля вносит следующие ошибки:

- для серийных ИНС - 10% в определении координат и до 50% в определении скорости;
- для разрабатываемых ИНС - 40% в определении координат и до 75% в определении скорости;
- для перспективных систем - 60 % в определении координат и до 90% в определении скорости.

Приведенные данные обуславливают актуальность и важность опережающих исследований по разработке и исследованию гравиметрической аппаратуры, алгоритмического обеспечения гравиинерциальной навигации, разработке концепций построения гравиинерциальных систем в интересах повышения точности, автономности определения навигационных параметров и совершенствования методов картографирования аномального поля Земли.

В области навигации с использованием гравитационных данных выделяются два основных направления:

- гравиинерциальная навигация, основанная на учете гравитационных данных при навигационных вычислениях в ИНС;
- корреляционно-экстремальная навигация по гравитационному полю Земли.

Для реализации режимов корреляционно-экстремальной навигации по ГПЗ необходимо рассмотрение проблем создания высокоточных измерителей параметров ГПЗ – гравиметров и градиентометров, что выходит за рамки данной работы, посвященной вопросам алгоритмической компенсации неопределенностей параметров ГПЗ в бортовых ИНС на основе использования глобальной модели гравитационного поля Земли.

2 Современные модели гравитационного поля Земли

Гравитационное поле Земли отличается от поля идеальной планеты, главным образом, из-за рельефа земной поверхности и различий пород, слагающих земную кору и верхнюю мантию. Гравитационное поле неоднородно и неизотропно, т.е. его характеристики изменяются в разных местах и по разным направлениям. В значительно меньшей степени, чем электромагнитное поле, оно изменяется с течением времени из-за тектонических движений и приливного действия тел Солнечной системы. Неоднородность гравитационного поля безусловно влияет на движение летательных аппаратов в приземном пространстве,

поскольку изменяется траектория полёта и искажаются показания бортовых инерциальных навигационных систем. Неоднородность поля сказывается и на движении низкоорбитальных ИСЗ. Для высокоорбитальных спутников поле притяжения Земли зачастую основано на моделях Земли типа эллипсоида или сфероида, и только в отдельных случаях, в высокоточных субмиллиметровых геодезических выводах учитывается нестационарность гравитационного поля во времени.

Возможности применения данных об аномальном гравитационном поле в баллистических и навигационных расчётах вытекают из относительной стабильности параметров ГПЗ. Однократные измерения отклонений реального поля от нормального по поверхности Земли полученные характеристики можно использовать в течение десятков лет. Так используются результаты гравиметрических съёмок (в т. ч. гравиметрические карты), и в меньшей степени схемы уклонений отвесной линии и вариометрические данные (определения горизонтальных градиентов силы тяжести). Известно, что корректировка акселерометров по трём компонентам реального гравитационного поля может улучшить навигационные характеристики до 14% по положению и до 30% по скорости [1].

Вся территория России и СНГ покрыта гравиметрической съёмкой масштаба 1:1 000 000 с плотностью 1 пункт на 25—30 км² и ошибкой 0,5 мГал¹. Для расчётов на ЭВМ информацию с гравиметрических карт М 1:200 000 и М 1:1 000 000 осредняют на регулярную сетку аномалий силы тяжести по ячейкам 5'×7,5' (широта×долгота).

В последние два десятилетия состоялись крупные зарубежные международные проекты по изучению тонкой структуры гравитационного поля Земли, многократно возросли детальность и объём доступных данных. В проектах реализованы новые методы: спутниковая альтиметрия (измерение высоты спутника над морской топографической поверхностью), спутниковая градиентометрия (измерение вторых производных потенциала вдоль орбиты низкоорбитального ИСЗ).

Спутниковые данные об аномальном потенциале комбинируют с наземными и получают разложение потенциала притяжения в ряд по сферическим функциям — наиболее традиционный способ представления гравитационного поля Земли. Что есть V? При планетарных исследованиях фигуры и гравитационного поля Земли используют разложение в виде [2]:

$$V = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \varphi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{R}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \right], \quad (1)$$

где φ , λ , r — геоцентрические координаты, $P_n(\sin \varphi)$ и $P_{nm}(\sin \varphi)$ — основные и присоединённые функции Лежандра, J_n , C_{nm} и S_{nm} — зональные и незональные гармонические коэффициенты геопотенциала, R — средний радиус Земли (часто принимается $R=a$). Количество коэффициентов этого ряда характеризует разрешение ψ° модели гравитационного поля. Рассчитанное с помощью ряда значение представляет собой некоторую осреднённую по трапеции $\psi \times \psi^\circ$ характеристику поля, то есть интерполированное, а не точечное значение, поскольку ряд по сферическим функциям является одним из методов приближения функций, интерполяцией. В таблице 1 для каждой максимальной степени модели приведены соответствующее число коэффициентов разложения, а также разрешение, рассчитанное по приближенной и точной формулам, в градусах широты и километрах на поверхности Земли.

Таблица 1. Зависимость углового и линейного разрешения модели гравитационного поля по приближенной и точной формулам от степени разложения ряда сферических функций и числа гармонических коэффициентов

¹ 1 Гал (Гал) = 1 см/с²

**Возможности коррекции инерциальных навигационных систем
на основе гравиметрических карт земли**

N_{\max}	Число гармонических коэффициентов	Разрешение			
		Приближенно		Точно	
		в угловой мере $\psi^\circ \approx \frac{180^\circ}{N_{\max}}$	в линейной мере $\frac{\pi R}{N_{\max}}$ [км]	в угловой мере $\psi^\circ = 4 \arcsin \frac{1}{N_{\max}+1}$	в линейной мере [км]
180	32761	1.000	111.111	1.266	140.690
360	130321	0.500	55.556	0.635	70.540
500	251001	0.360	40.000	0.457	50.828
1000	1002001	0.180	20.000	0.229	25.439
2000	4004001	0.090	10.000	0.115	12.726

В современных подходах степень уверенного разложения поля находится на уровне $N=200$, что соответствует количеству членов ряда $(N+1)^2 \approx 40,5$ тыс. Несмотря на то, что последние модели имеют степень разложения уже более двух тысяч, вблизи поверхности Земли обнаруживаются признаки расходимости ряда при увеличении степени старшей учитываемой гармоники. Особенно ярко это проявляется при попытках суммирования ряда для уклонения отвесной линии, характеризующего горизонтальные производные потенциала. При этом ряд сходится лишь вне сферы, охватывающей Землю. Аномалия силы тяжести вычисляется с помощью ряда, представляющего производные от ряда для компонентов потенциала.

3 Проблемы применения гравитационных данных в ИНС

Расчёты по моделям гравитационного поля Земли (ГПЗ) в виде ряда сферических функций осложняются необходимостью вычисления специальных присоединенных функций Лежандра $P_{nm}(\sin \varphi)$ (первого рода). С увеличением степени разложения поля их количество увеличивается, а вид усложняется, и уже при степени $N=15$ количество цифр начинает приближаться к пороговому даже в многоразрядных вычислительных машинах $P_{15,15}(t) = 6190283353629375(1-t^2)^{15/2}$. Индексы 15, 15 означают степень и порядок функции. При более высоких степенях разложение геопотенциала по сферическим гармоникам становится громоздким и неудобным. Перечисленные вычислительные и принципиальные трудности заставляют рассматривать другие методы представления гравитационного поля Земли, например, большое распространение имеют методы представления потенциалом точечных масс, расположенных под поверхностью Земли. Однако подбор распределения таких точечных масс представляет достаточно нетривиальную задачу, имеющую множество решений.

Для информационного обеспечения ИНС целесообразно пользоваться исходной информацией непосредственно: интерполировать значение аномалии силы в текущую точку с ближайших точек. Такой алгоритм не содержит трудоёмкого процесса вычисления присоединённых функций Лежандра и позволяет вычислять текущее значение аномалии более высокой частоты обновления (400 сек^{-1}) благодаря отработанным методам интерполирования функций, заданных на регулярной сетке, тем более, что модель гравитационного поля в виде разложения по сферическим функциям так или иначе является продуктом математической обработки исходной гравиметрической информации, осреднённой по трапециям. Рассчитанные по зарубежным моделям поля аномалии силы тяжести в свободном воздухе существенно коррелируют (с коэффициентом 0,5) со специальными аномалиями Буге (в плотности $2,3 \text{ г/см}^3$, средняя плотность земной коры), в то время как должно наблюдаться сходство в поведении с полем аномалий в свободном

воздухе. Кроме того, в этом случае результаты последующих вычислений получатся искажённые [1, 2].

На рисунке 1 приведена информация сайта Дельфтского технологического университета (DTU) http://www.space.dtu.dk/english/Research/Scientific_data_and_models, с глобальными сетками аномалий в свободном воздухе разрешением $1 \times 1'$ и $2 \times 2'$.

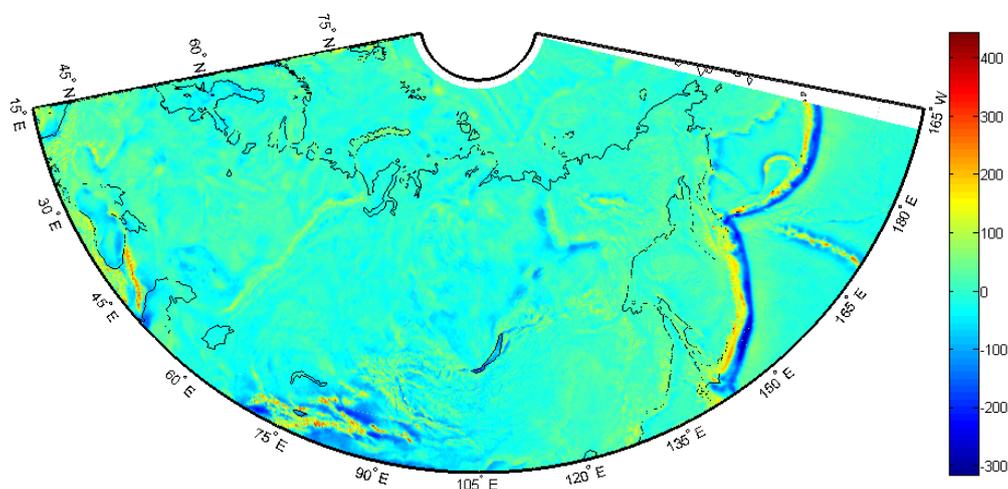


Рис.1. Аномалии DTU $2 \times 2'$ на территорию России

Сравнение отечественных данных с разрешением $5 \times 7,5'$ и сетки аномалий DTU представлено по разностям в узлах сетки на рисунке 2.

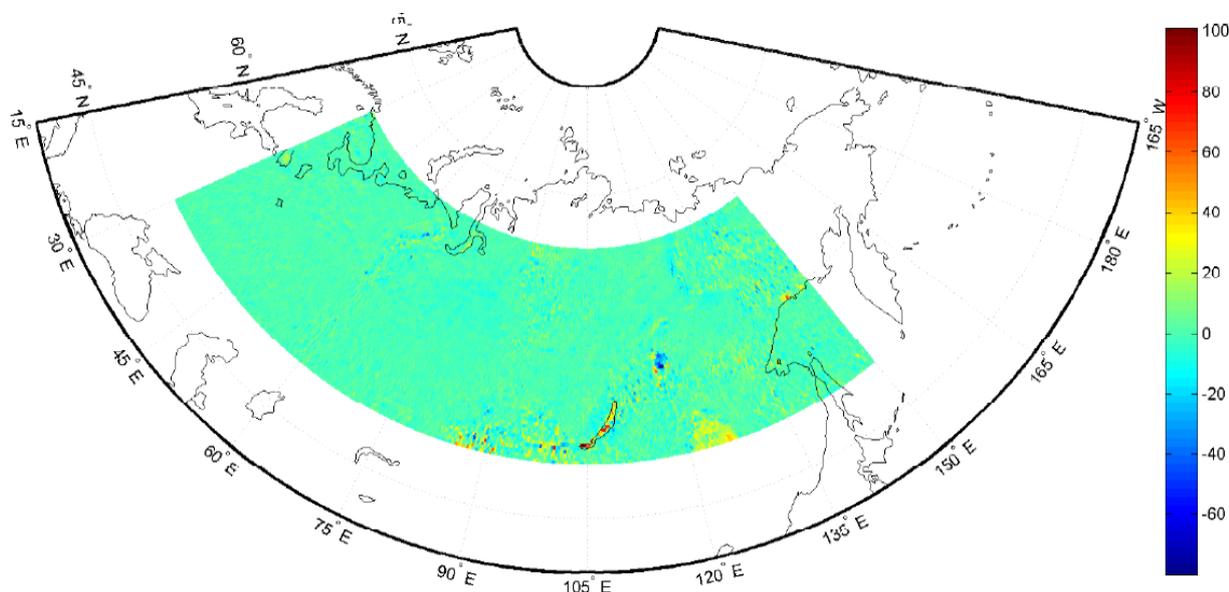


Рис.2. Разности данных DTU и отечественных данных аномалий гравитационного поля

На большей части России отклонения редко превышают 20 мГал , при точности бортового акселерометра порядка 30 мГал .

Вблизи Земли, на высотах до 10 км можно использовать данные об аномалии силы тяжести, полученные на поверхности. При этом следует исключить влияние центробежной силы. Далее с увеличением высоты следует учитывать отличие реального градиента силы тяжести от нормального по данным градиентометрии [3, 4].

**Возможности коррекции инерциальных навигационных систем
на основе гравиметрических карт земли**

Полное значение ускорения силы тяжести получится при сложении аномалии силы тяжести и нормальной силы тяжести:

$$g = \gamma + \Delta g \quad (2)$$

Значение Δg интерполируется по сетке, нормальная сила тяжести

$$\gamma = \gamma_0 - 0,3086H \quad (3)$$

где $0,3086H$ — поправка в свободном воздухе, множитель $0,3086$ мГал/м — нормальный градиент силы тяжести (в поле отсчётного эллипсоида вблизи его поверхности); а γ_0 — значение нормальной силы тяжести на поверхности отсчётного эллипсоида, его можно вычислить по «нормальной формуле 1971 года»:

$$\gamma_0 = 978,0318(1 + 0,0053024 \sin^2 B - 0,0000059 \sin^2 2B) \text{ мГал} \quad (4)$$

Затем следует исключить вертикальный компонент центробежной силы, величину которого можно найти достаточно точно по результатам ГНСС-определений:

$$g_c = \omega^2 r \cos B, \quad (5)$$

где r — радиус параллели, $r = (N + H) \cos B$, где N — радиус кривизны первого вертикала отсчётного эллипсоида (приблизенно средний радиус Земли), B — широта, H — высота над отсчётным эллипсоидом (приблизенно равна сумме высоты полёта и топографической высоты места). Максимум достигается на экваторе и составляет $3,37 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$.

Расчеты показывают, что достаточно хранить массив Δg на исследуемую территорию и интерполировать текущее значение в точке через соседние узлы. Например, в случае бикубической интерполяции достаточно взять соседние 16 точек, при этом вдоль трассы полёта их следует постоянно выбирать так, чтобы текущая точка была в центре интерполируемого участка (рисунок 3).

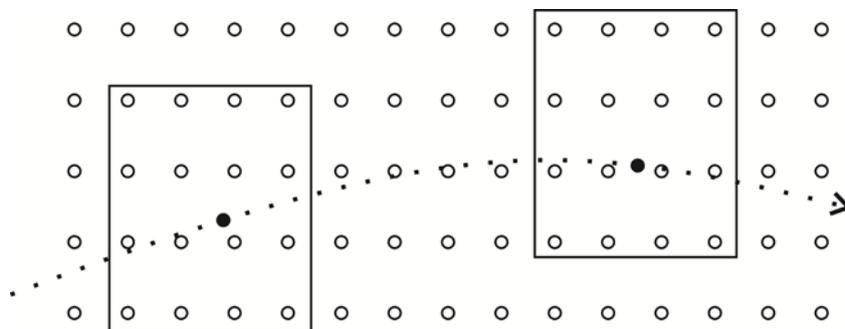


Рис.3. Сдвиг соседних узлов сетки при движении объекта

Уклонение отвесной линии (в геометрическом смысле) — это угол между реальным вектором силы тяжести и нормалью к эллипсоиду. При этом его разделяют на две составляющие: составляющая, лежащая в плоскости меридиана и составляющая, лежащая в плоскости первого вертикала (рисунок 4).

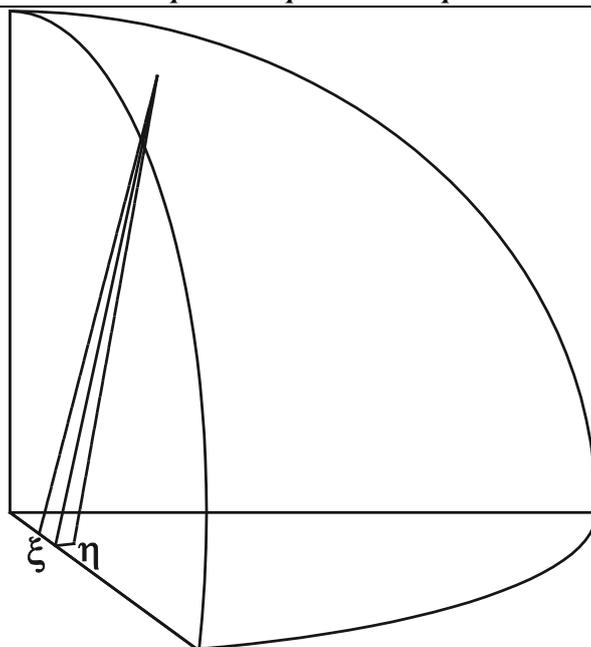


Рис.4. Составляющие уклонения отвесной линии (пунктиром) в плоскости меридиана ξ и первого вертикала η . Сплошной линией показана нормаль к эллипсоиду из точки над его поверхностью

В физическом смысле следует учитывать и кривизну силовых линий нормального поля, создаваемого отсчетным эллипсоидом. При этом для геодезической широты B следует вводить поправку $+0,171'' N_{\text{км}} \sin 2B$, которая принимает максимальное значение на широте 45° , и на высоте 10 км составляет $1,71''$.

Используя составляющие уклонений отвесной линии, горизонтальные компоненты вектора силы тяжести: g_x и g_y , легко найти по следующим формулам:

$$g_x = g_z \operatorname{tg} \xi \approx g \xi, \quad (6)$$

$$g_y = g_z \operatorname{tg} \eta \approx g \eta, \quad (7)$$

где ξ и η задаются в радианной мере. В практических задачах используют специальные картосхемы уклонений отвесной линии.

4 Заключение

Выполненный анализ современного состояния разработок аэрогравиметрических систем показал, что актуальность исследований в области создания специализированной аппаратуры (аэрогравиметров, спецвычислителей, неинерциальных корректоров ИНС и т. п.) резко возрастает в гравитационной картографии и геофизической разведке полезных ископаемых, а также в прикладных исследованиях, например, при разработке перспективных комплексов автономных систем навигации. Использование картографической информации об аномалиях ГПЗ позволит повысить точность автономной навигации за счет устранения методической погрешности ИНС. Корректировка первичных показаний акселерометров ИНС по картографическим данным реального гравитационного поля должна на 25-30% повысить точность ИНС, что подтверждено результатами моделирования с использованием осреднённых аномалий силы тяжести.

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлов Ю.Н., Селезнев А.В., Толстоусов Г.Н. Геоинформационные системы. М.: Машиностроение, 1978. 272 с.
2. Гравиметрия и геодезия. – М.: Научный мир, 2010. 572 с.
3. Огородова Л.В., Шимбирев Б.П., Юзefович А.П. Гравиметрия. М.: Недра. 1978. 325 с.

4. ЦУБОИ Т. Гравитационное поле Земли. М.: Мир, 1982. 287 с.
5. **Richard H. Rapp**. Potential coefficient determinations from 5° terrestrial gravity data. Report. University Columbus, 1977. 77 с.
6. **Edgene J. Pelka, Daniel B. Bra**. The effects of relative instrument orientation upon gravity gradiometer system performance. AIAA, 77-1070, с. 247-255.

THE POSSIBILITIES OF CORRECTION PARAMETERS OF ONBOARD INERTIAL NAVIGATION SYSTEMS FOR AIRCRAFT BASED ON GRAVIMETRIC MAPS OF THE EARTH

Popadiev V.V., Soroka A.I., Polubehin A.I., Tsygankov V.Y., Braytkrayts S.G., Akinshin R.N., Khrushchov A.V.

The possibilities of correction parameters of onboard inertial navigation systems for aircraft based on gravimetric maps are considered. Data on the vertical component of the gravity force anomaly is averaged over a regular grid; horizontal components of the force are calculated on the basis of map-chart of deflexures of plumb line. We give general information about the Earth's gravity field, the study thereof, as well as basic working formulas.

Keywords: inertial navigation system, geophysical fields, the gravitational field of the Earth, the gravitational potential, deflexure of plumb line, spherical functions.

REFERENCES

1. **Pavlov YU.N., Seleznev A.V., Tolstousov G.N.** Geoinformatsionnye sistemy. М.: Mashinostroenie, 1978. 272 с.
2. **Gravimetriya i geodeziya.** – М.: Nauchnyy mir, 2010. 572 с.
3. **Ogorodova L.V., SHimbirev B.P., YUzefovich A.P.** Gravimetriya. М.: Nedra. 1978. 325 с.
4. **TSUBOI T.** Gravitatsionnoe pole Zemli. М.: Mir, 1982. 287 с.
5. **Richard H. Rapp**. Potential coefficient determinations from 5o terrestrial gravity data. Report. University Columbus, 1977. 77 с.
6. **Edgene J. Pelka, Daniel B. Bra**. The effects of relative instrument orientation upon gravity gradiometer system performance. AIAA, 77-1070, с. 247-255.

Сведения об авторах

Попадьёв Виктор Валерьевич, 1987 г.р., окончил МИИГАиК (2009), кандидат технических наук, начальник отдела геодезии ФГБУ «Центр геодезии, картографии и ИПД» г. Москва, автор более 15 научных работ, область научных интересов – геодезия, аэрофотосъемка, картография, гравиметрия.

Сорока Александр Иванович, 1940 г.р., окончил МИИГАиК (1964), ведущий аналитик ИТЦ КНП МГТУ им. Н.Э. Баумана, автор более 60 научных работ, область научных интересов – навигация и гравиметрия.

Полубехин Александр Иванович, 1980 г.р., окончил ВА РВСН имени Петра Великого (2002), кандидат технических наук, руководитель ИТЦ КНП МГТУ им. Н.Э. Баумана, автор более 100 научных работ, область научных интересов – радиолокация, связь, навигация, программно-целевое планирование развития ВВСТ.

Цыганков Виктор Юрьевич, 1952 г.р., окончил Московский государственный институт электронного машиностроения (1974), кандидат технических наук, ведущий аналитик ИТЦ КНП МГТУ им. Н.Э. Баумана г. Москва, автор более 25 научных работ, область научных интересов – микроэлектроника, микроэлектромеханические системы, навигация и управление, радиолокация.

Брайткрайц Сергей Гарриевич, 1961 г.р., окончил Рижский институт инженеров гражданской авиации (1984), доктор технических наук, старший научный сотрудник 46-го

***Возможности коррекции инерциальных навигационных систем
на основе гравиметрических карт земли***

центрального научно-исследовательского института при Министерстве обороны, автор более 60 научных работ, область научных интересов – навигация, системы управления и наведения.

Акиншин Руслан Николаевич, 1980 г.р., окончил ТАИИ (2002), доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник СПП РАН, автор более 180 научных трудов, область научных интересов – радиотехнические системы, информационная безопасность, методы обработки информации.

Хрущев Александр Викторович, 1985 г.р., окончил Московскую финансово-промышленную академию (2009), инженер ИТЦ КНП МГТУ им. Н.Э. Баумана, автор 5 научных работ, область научных интересов – автономная навигация по геополям, экспертные системы.