

УДК 629.735.33

СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ПОВТОРЯЕМОСТЯМИ АМПЛИТУД И МАКСИМУМОВ ПЕРЕГРУЗКИ ПРИ ПОЛЕТЕ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

П.А. ФОМИЧЕВ, Н.А. ЛАВРО, С.В. ВАКУЛЕНКО

Установлена функциональная зависимость между интегральной повторяемостью максимальных приращений перегрузки и интегральной повторяемостью эквивалентных амплитуд перегрузки. Эта зависимость получена на основе статистического соотношения между коэффициентом асимметрии цикла и амплитудой перегрузки, предложенного по результатам обработки записей перегрузки при полетах на пожаротушение. Интегральная повторяемость максимальных приращений перегрузки и максимальная перегрузка цикла "земля-воздух-земля", рассчитанные по интегральной повторяемости эквивалентных амплитуд, полученной схематизацией по методу полных циклов, хорошо согласуются с результатами, рассчитанными с использованием схематизации по методу экстремумов.

Ключевые слова: интегральная повторяемость эквивалентных амплитуд перегрузок, интегральная повторяемость максимумов перегрузок, асимметрия цикла нагружения.

Введение

При оценке нагруженности самолета по результатам летных испытаний используют полетные записи вертикальных перегрузок в центре тяжести. Для получения статистических результатов в виде интегральных повторяемостей повреждающих факторов полетные записи перегрузок подвергают схематизации. При этом используется ряд стандартных методов [1], наиболее широкое распространение из которых получили метод экстремумов и метод полных циклов.

Усталостное повреждение, накапливаемое самолетом, представляют в виде суммы усталостного повреждения от закономерно повторяющегося в каждом полете огибающего цикла "земля-воздух-земля" (ЗВЗ) и от вложенных циклов меньшей амплитуды. Максимальная нагрузка цикла ЗВЗ соответствует полетным режимам, минимальная – режиму посадки. Для определения этих нагрузок необходимы интегральные повторяемости максимумов и минимумов перегрузок, которые получают, как правило, с помощью схематизации по методу экстремумов.

Метод полных циклов является двухпараметрическим методом схематизации и используется для расчета усталостного повреждения от вложенных циклов перегрузки. В связи с необходимостью учета асимметрии цикла нагрузок результат обработки по методу полных циклов представляют в виде однопараметрической интегральной повторяемости эквивалентных амплитуд, соответствующих циклу со средним значением перегрузки, равным единице.

В настоящее время проведение обработки по обоим методам схематизации не представляет технической трудности. Вместе с тем, обширные объемы данных о нагруженности самолета, накопленные в рамках решения конкретных задач [2-5], как правило, получены обработкой записей перегрузок по одному из методов схематизации. В таком случае возникает необходимость расчета интегральной повторяемости максимумов перегрузки по интегральной повторяемости эквивалентных амплитуд перегрузки либо наоборот. Установление соотношения между этими интегральными повторяемостями составляет цель данной работы.

В качестве исходных данных использованы записи вертикальной перегрузки в центре тяжести пожарного самолета на конвейерах полетов на пожаротушение. Конвейер представляет собой совокупность этапов типового полета от снижения для забора воды и до полета к водоему для следующего забора включительно. Таким образом, проведенная обработка не охватывает наземные режимы, а также начальные и конечные этапы полета, связанные с полетом от аэродрома до места тушения пожара и обратно. Выполнена обработка совокупности из 17 полетов.

Учет асимметрии цикла при схематизации по методу полных циклов

Результатом схематизации по методу полных циклов является набор из циклов, каждый из которых характеризуется двумя параметрами: средним n_m и амплитудным n_a значениями перегрузки. Для получения однопараметрического распределения вводят величину эквивалентной амплитуды перегрузки Δn_1 . Символ " Δ " и индекс " 1 " указывают на то, что эквивалентная амплитуда определяется как амплитуда цикла со средним значением, равным единице, обеспечивающего усталостное повреждение, равное повреждению от цикла с параметрами n_m и n_a .

Для расчёта эквивалентной амплитуды перегрузки Δn_1 воспользуемся формулой для максимального напряжения эквивалентного отнулевого цикла, предложенной Одингом [6]. Если напряжение в рассматриваемой точке конструкции линейно зависит от перегрузки в центре тяжести самолета, получим

$$n_0 = \sqrt{2 \cdot \Delta n_1 \cdot (1 + \Delta n_1)} = \sqrt{2 \cdot n_a \cdot (1 + n_a)} \quad (1)$$

где n_0 – максимальная перегрузка эквивалентного отнулевого цикла.

Из уравнения (1) имеем

$$\Delta n_1 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + n_a \cdot (1 + n_a)} \quad (2)$$

Определив значение Δn_1 для каждого из выделенных в результате схематизации циклов, находим интегральную повторяемость эквивалентных амплитуд перегрузки $H_1(\Delta n_1)$

$$H_1(\Delta n_1) = H_0 \cdot F(\Delta n_1),$$

где H_0 – общее число зарегистрированных за некий промежуток времени циклов; $F(\Delta n_1)$ – вероятность превышения эквивалентной амплитудой перегрузки значения Δn_1 .

Зная функцию $H_1(\Delta n_1)$, плотность вероятности распределения эквивалентных амплитуд $f_1(\Delta n_1)$ находим как

$$f_1(\Delta n_1) = \frac{1}{H_0} \cdot \left| \frac{dH_1(\Delta n_1)}{d\Delta n_1} \right|.$$

Методика расчета параметров распределения максимальных приращений перегрузки по параметрам распределения эквивалентных амплитуд перегрузки

Плотности вероятности распределения эквивалентных амплитуд $f_1(\Delta n_1)$ и максимальных приращений перегрузки $f_{max}(\Delta n_{max})$ связаны следующим соотношением

$$f_{max}(\Delta n_{max}) \cdot d\Delta n_{max} = f_1(\Delta n_1) \cdot d\Delta n_1,$$

откуда

$$f_{max}(\Delta n_{max}) = f_1(\Delta n_1) \cdot \frac{d\Delta n_1}{d\Delta n_{max}}.$$

Интегральная повторяемость максимальных приращений перегрузки может быть найдена интегрированием плотности вероятности распределения

$$H_{max}(\Delta n_{max}) = H_0 \cdot \int_{\Delta n_{max}}^{\infty} f_1(\Delta n_1) \cdot \frac{d\Delta n_1}{d\Delta n_{max}} \quad (3)$$

Таким образом, для нахождения параметров распределения максимальных приращений перегрузки по параметрам распределения эквивалентных амплитуд необходимо знать функциональную зависимость $\Delta n_1(\Delta n_{max})$. Эту зависимость можно установить с помощью экспериментальных данных о коэффициенте асимметрии цикла перегрузки.

Зависимость коэффициента асимметрии от амплитуды перегрузки

Цикл перегрузки однозначно определяется любыми двумя из его параметров: минимальным и максимальным значениями n_{min} и n_{max} , средним и амплитудным значениями n_m и n_a , коэффициентом асимметрии $R = n_{min}/n_{max}$. Нагружение самолета носит случайный характер, и параметры циклов меняются в широких пределах. Установление зависимости между любыми двумя параметрами цикла возможно путем привлечения соотношения, имеющего статистический характер. Такое соотношение может быть найдено из рассмотрения значения коэффициента асимметрии цикла R в зависимости от амплитуды перегрузки n_a . На рис. 1 показана зависимость $R(n_a)$, полученная экспериментальным путем для совокупности из 17 полетов на пожаротушение. Точки на графике соответствуют циклам, выделенным из полетной записи перегрузки схематизацией по методу полных циклов.

Для аппроксимации экспериментальных данных можно предложить следующее статистическое соотношение $R(n_a)$

$$R(n_a) \approx e^{-2 \cdot n_a}. \quad (4)$$

График этой функции нанесен на рис. 1.

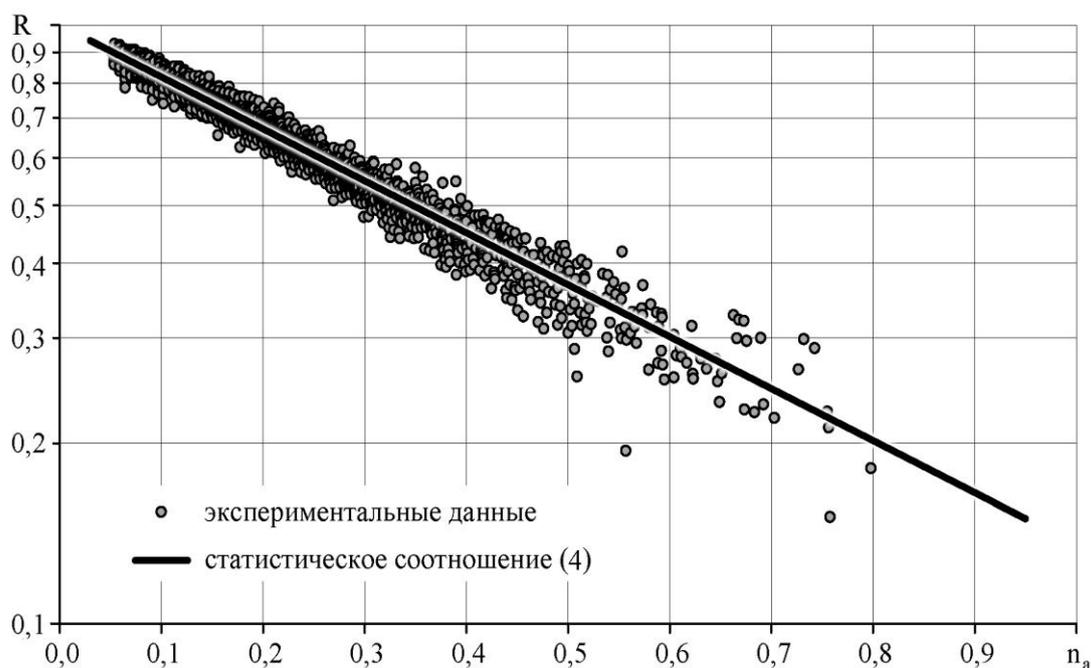


Рис. 1. Зависимость коэффициента асимметрии цикла от амплитуды перегрузки при полетах на пожаротушение

Зависимость эквивалентной амплитуды от максимального приращения перегрузки

Эквивалентная амплитуда перегрузки определяется зависимостью (2) и с учетом соотношения (4), равна

$$\Delta n_1(n_a) \approx -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2 \cdot n_a^2}{1 - e^{-2 \cdot n_a}}}. \quad (5)$$

Максимальное приращение перегрузки найдем через амплитуду перегрузки n_a и коэффициент асимметрии R в соответствии с выражением (4)

$$\Delta n_{max} \stackrel{a}{\approx} \frac{2 \cdot n_a}{1-R} - 1 = \frac{2 \cdot n_a}{1 - e^{-2 \cdot n_a}} - 1. \quad (6)$$

Выражения (5) и (6) определяют искомую функцию $\Delta n_1(\Delta n_{max})$ в неявном виде. Строгий переход к явному виду этой функции не представляется возможным, однако с точностью до 1,5% во всем диапазоне Δn_{max} её можно описать выражением

$$\Delta n_1 \stackrel{a}{\approx} a \cdot \Delta n_{max} + b \cdot (-e^{-k \cdot \Delta n_{max}}), \quad (7)$$

где a , b и k – параметры, определяемые путем математического анализа функций:

$$a = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad b = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1; \quad k = \sqrt{2}.$$

Расчет интегральной повторяемости максимальных приращений перегрузки по интегральной повторяемости эквивалентных амплитуд

Проведена обработка записей перегрузок для конвейеров 17 полетов на пожаротушение. С помощью схематизации по методу экстремумов получена интегральная повторяемость $H_{max}(\Delta n_{max})$ максимумов приращений перегрузки. Ширина класса схематизации [1] при обработке составляла 0,1. На рис. 2 приведены интегральные повторяемости (ИП) за 1 км полета, осредненные по 17 полетам. Там же приведена интегральная повторяемость эквивалентных амплитуд $H_1(\Delta n_1)$, полученная с помощью схематизации по методу полных циклов.

Интегральные повторяемости эквивалентных амплитуд и максимальных приращений перегрузки аппроксимированы функциями экспоненциального вида

$$H \stackrel{a}{\approx} H_0 \cdot e^{-\frac{\Delta n}{c}}, \quad (8)$$

где H_0 , c – параметры аппроксимации; Δn – приращение перегрузки, для которого вычисляется интегральная повторяемость H .

Плотность вероятности распределения при этом составляет

$$f \stackrel{a}{\approx} \frac{1}{c} \cdot e^{-\frac{\Delta n}{c}}.$$

Аппроксимация выполнена по методу наименьших квадратов, полученные зависимости нанесены на рис. 2, их параметры указаны в табл. 1.

Таблица 1

Параметры интегральных повторяемостей, аппроксимированных экспоненциальной функцией (8)

Параметр аппроксимации	H_0	c
ИП максимумов приращений перегрузки $H_{max}(\Delta n_{max})$	3,46	0,1035
ИП эквивалентных амплитуд перегрузки $H_1(\Delta n_1)$	3,46	0,09

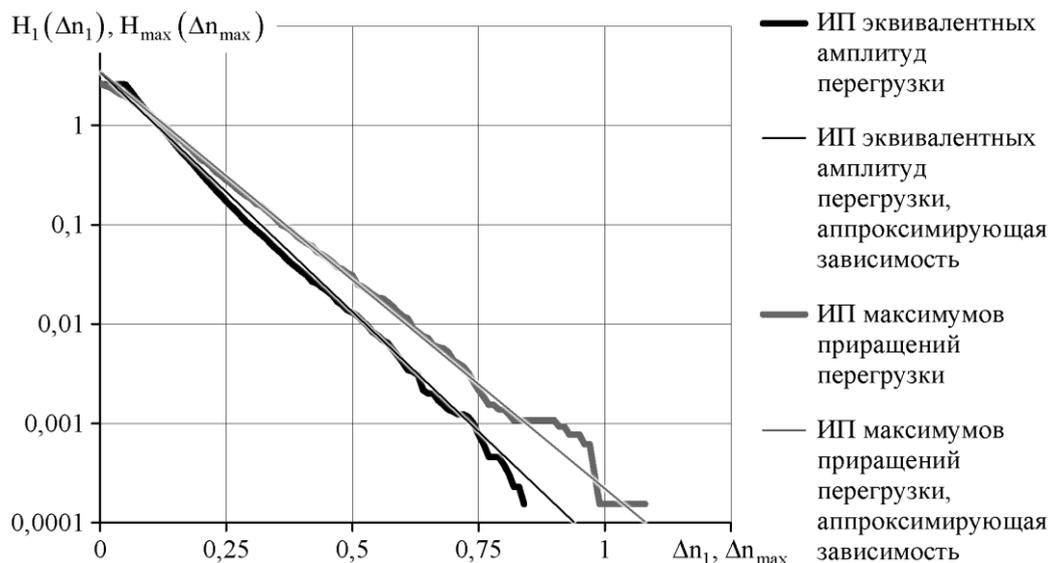


Рис. 2. Интегральные повторяемости максимумов приращений перегрузки и эквивалентных амплитуд перегрузки

Для расчета интегральной повторяемости максимумов приращений перегрузки $H_{max}(\Delta n_{max})$ по параметрам интегральной повторяемости эквивалентных амплитуд, заданной в форме (8), подставим зависимость (7) в выражение (3)

$$H_{max}(\Delta n_{max}) = -\frac{H_0}{c} \cdot \int_{\Delta n_{max}}^{\infty} e^{-\frac{a \cdot \Delta n_{max} + b \cdot (-e^{-k \cdot \Delta n_{max}})}{c}} \cdot (a + b \cdot k \cdot e^{-k \cdot \Delta n_{max}}) d\Delta n_{max}. \quad (9)$$

Параметры H_0 и c в этом выражении соответствуют интегральной повторяемости эквивалентных амплитуд. Интеграл в выражении (9) может быть найден численно. Полученная в результате расчета интегральная повторяемость $H_{max}(\Delta n_{max})$ приведена на рис. 3.

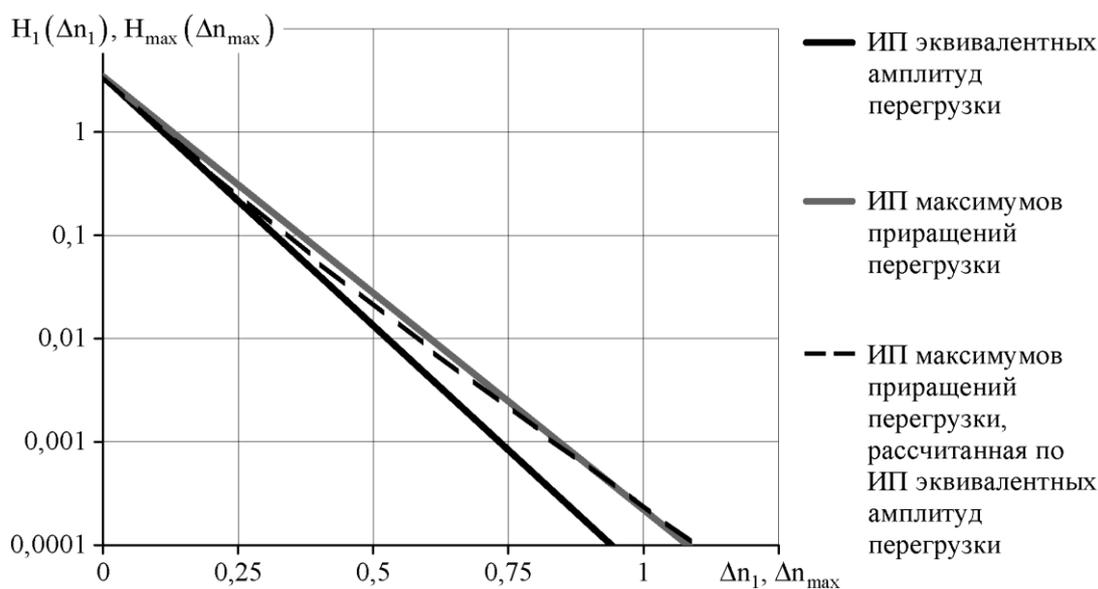


Рис. 3. Сравнение интегральных повторяемостей максимумов приращений перегрузки, полученных в результате схематизации и рассчитанных по распределению эквивалентных амплитуд перегрузки

Определение максимальной перегрузки цикла "земля-воздух-земля" типового полета на пожаротушение

В соответствии с рекомендациями ЦАГИ [7], максимальную перегрузку n_{max}^{3B3} цикла ЗВЗ типового полета следует определять как медиану распределения экстремальных значений максимумов перегрузки за полет. Исходя из закона распределения экстремальных значений, имеем

$$e^{-H_{max} \Delta n_{max}^{3B3} L_{ТП}} = 0,5, \quad (10)$$

где Δn_{max}^{3B3} – максимальное приращение перегрузки цикла ЗВЗ, $\Delta n_{max}^{3B3} = n_{max}^{3B3} - 1$; $L_{ТП}$ – дистанция типового полета в километрах.

Интегральная повторяемость максимумов приращений перегрузки $H_{max}(\Delta n_{max})$ в формуле (10) соответствует дистанции полета 1 км.

Логарифмируя выражение (10), получим

$$H_{max} \Delta n_{max}^{3B3} L_{ТП} = \frac{\ln 2}{L_{ТП}}. \quad (11)$$

При использовании аппроксимации интегральной повторяемости максимальных приращений перегрузок в виде экспоненциальной функции (8) величина n_{max}^{3B3} может быть найдена аналитически:

$$n_{max}^{3B3} = 1 + c \cdot \ln \frac{H_0 \cdot L_{ТП}}{\ln 2}. \quad (12)$$

Для дистанции $L_{ТП} = 650$ км получим $n_{max}^{3B3} = 1,837$.

При использовании интегральной повторяемости максимальных приращений перегрузок, рассчитанной по зависимости (9), величина n_{max}^{3B3} , найденная численным решением уравнения (11), составляет $n_{max}^{3B3} = 1,828$. Это значение хорошо согласуется со значением, определенным по формуле (12). Следует отметить, что при определении n_{max}^{3B3} непосредственно по интегральной повторяемости эквивалентных амплитуд получим $n_{max}^{3B3} = 1,728$, что на 6 % меньше значения, определенного по интегральной повторяемости максимальных приращений перегрузки.

Выводы

Установлено функциональное соотношение между интегральной повторяемостью максимальных приращений перегрузки и интегральной повторяемостью эквивалентных амплитуд перегрузки. Это соотношение получено на основе статистической зависимости между коэффициентом асимметрии цикла и амплитудой перегрузки, предложенной по результатам обработки записей перегрузки в центре тяжести самолета при полетах на пожаротушение.

По интегральной повторяемости эквивалентных амплитуд перегрузки, полученной в результате схематизации 17 полетов на пожаротушение по методу полных циклов, найдена интегральная повторяемость максимальных приращений перегрузок. Выполнено сопоставление с данными, полученными схематизацией той же совокупности полетов по методу экстремумов. Установлено, что интегральные повторяемости максимальных приращений перегрузок, рассчитанные по предложенной методике и полученные схематизацией по методу экстремумов, имеют хорошее согласование.

Максимальная перегрузка цикла "земля-воздух-земля" типового полета на пожаротушение, определенная по интегральной повторяемости эквивалентных амплитуд перегрузок с использованием предложенного соотношения (9), имеет хорошее согласование со значением, определенным по интегральной повторяемости максимальных приращений перегрузок, полученной схематизацией по методу экстремумов. Расчет максимальной перегрузки цикла "земля-воздух-земля" непосредственно по интегральной повторяемости эквивалентных амплитуд занижает величину перегрузки на 6 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. **ГОСТ 25.101-83.** Методы схематизации случайных процессов нагружения элементов машин и конструкций и статистического представления результатов. - Введ. 01.07.84. - М.: Изд-во стандартов, 1983.
2. **Тейлор Дж.** Нагрузки, действующие на самолет / пер. с англ. - М.: Машиностроение, 1971.
3. **Стрижиус В.Е.** Типизированная программа нагружения элементов конструкции крыла регионального транспортно-пассажирского самолета // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2006. - № 103. - С. 145-154.
4. **Фейгенбаум Ю.М.** Мониторинг условий эксплуатации и нормирование запасов на рассеивание эксплуатационной нагруженности при установлении ресурса пассажирского самолета по условиям прочности: автореф. дисс. ... канд. техн. наук. – М.: МГТУ ГА, 2011.
5. **Королев В.С.** Оценка вероятности превышения нормируемых вертикальных порывов атмосферы по данным измерений максимальных перегрузок за полет магистральных самолетов гражданской авиации // Проблемы безопасности полетов. - 2011. - № 11.- С. 40-48.
6. **Одинг И.А.** Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая прочность металлов. - 3-е изд., испр. - М.: Машгиз, 1947.
7. **Чижов В.М.** Применение метода экстремальных значений к определению максимальных эксплуатационных нагрузок // Ученые записки ЦАГИ. - 1972. – Т. III. - №1. - С. 45-50.

**RELATIONSHIP BETWEEN CUMULATIVE PROBABILITIES
OF EQUIVALENT AMPLITUDES AND MAXIMUMS OF LOAD FACTORS
DURING THE FLIGHT IN TURBULENT ATMOSPHERE**

Fomichev P.A., Lavro N.A., Vakulenko S.V.

The functional relationship between cumulative probability of maximum load factors and cumulative probability of equivalent load factor amplitudes was determined. This relationship was derived from statistical correlation between cycle ratio and amplitude of load factor suggested on the basis of processing of firefighting flight records of load factor. The cumulative probability of maximum load factors and ground-air-ground cycle maximum load factor calculated through the cumulative probability of equivalent load factor amplitudes obtained using the range-pair cycle counting method have good agreement with the results calculated using the peak counting method.

Key words: cumulative probability of equivalent load factor amplitudes, cumulative probability of maximum load factors, load cycle ratio.

Сведения об авторах

Фомичев Петр Александрович, 1950 г.р., окончил ХАИ (1973), профессор, лауреат Государственной премии Украины 2003 года, доктор технических наук, заведующий кафедрой прочности летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", автор более 85 научных работ, область научных интересов – методы расчетов долговечности элементов авиационных конструкций при нерегулярном нагружении.

Лавро Николай Александрович, 1950 г.р., окончил ХАИ (1974), кандидат технических наук, первый заместитель генерального конструктора ТАНТК им. Г.М. Бериева, автор более 50 научных работ, область научных интересов – самолеты-амфибии (конструкции, технологии, испытания), авиационные конструкции из полимерных композиционных материалов (материалы, конструкции, технологии изготовления).

Вакуленко Сергей Владимирович, 1987 г.р., окончил ХАИ (2009), младший научный сотрудник ПНИЛ "Прочность", автор 2 научных работ, область научных интересов – долговечность авиационных конструкций, нагрузки в эксплуатации.