

УДК 621.396

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ ОБЪЕКТА ПО ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ СТРУКТУРЕ ПОЛЯ ОТРАЖЕННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

А.И. КОЗЛОВ¹, В.Ю. МАСЛОВ²

¹МГТУ ГА, г. Москва, Россия

²МИРЭА, г. Москва, Россия

Рассматривается задача обратного рассеяния электромагнитной волны на объекте при однопозиционной радиолокации, когда комплексная матрица рассеяния симметрична. Исследуется, как будет изменяться величина поля, регистрируемого приемной антенной, при плавном изменении параметров матрицы рассеяния. Решается задача обратного рассеяния электромагнитной волны на произвольном трехмерном объекте. Приводятся графики изменения величины модуля поляризационного коэффициента отраженной волны от угла поворота объекта и соответствующие им диаграммы обратного рассеяния. Получено дифференциальное уравнение, которое связывает изменение поляризационного коэффициента отраженной волны с изменением элементов матрицы рассеяния объекта. Полученные соотношения дают возможность разработать алгоритмы быстрого численного решения обратной задачи рассеяния на этом объекте, т. е. определение комплексной функции рассеяния поверхности объекта и восстановления формы неизвестного объекта по распределению фазы отраженной волны. Метод использует лучевые представления полей рассеяния, базирующиеся на принципе Гюйгенса – Френеля. Алгоритм восстановления формы объекта по фазе отраженной волны позволяет восстанавливать не только гладкие поверхности, но и поверхности объектов, имеющие неровности меньшие, чем длина волны.

Ключевые слова: поляризация радиоволн, матрица рассеяния радиоволн, обратная задача радиополяриметрии.

Рассмотрим задачу обратного рассеяния электромагнитной волны на объекте при однопозиционной радиолокации, когда комплексная матрица рассеяния \underline{S} симметрична ($s_{12} = s_{21}$). Тогда в приближении плоских электромагнитных волн связь отраженной объектом электромагнитной волны с падающей на этот объект волной определяется соотношением [1]

$$\underline{E}_o = \underline{S}\underline{E}_n \quad (1)$$

или в развернутом виде

$$\begin{pmatrix} \underline{E}_{o1} \\ \underline{E}_{o2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{12} & s_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{E}_{n1} \\ \underline{E}_{n2} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Исследуем, как будет изменяться величина поля \underline{E}_o , регистрируемого приемной антенной, при плавном изменении параметров матрицы рассеяния. Например, это может быть поворот на небольшой угол исследуемого объекта вокруг начала координат или можно зафиксировать исследуемый объект и произвести поворот на небольшой угол вектор облучения объекта. Предполагается, что в обоих случаях величина поля облучения объекта одинакова и поддерживается постоянной.

Рассмотрим матрицу рассеяния $\underline{S}(t)$ в качестве оператора, у которого элементы матрицы являются функциями некоторого параметра t . Связь отраженной объектом волны с падающей на этот объект волной определяется уравнением

$$\underline{E}_o = \underline{S}(t)\underline{E}_n. \quad (3)$$

В этом случае изменение отраженной объектом волны будет связано с изменениями элементов матрицы рассеяния $\underline{\mathbf{S}}(t)$ уравнением

$$\dot{\underline{\mathbf{E}}}_0 = \dot{\underline{\mathbf{S}}}(t)\underline{\mathbf{E}}_{\Pi}. \quad (4)$$

Из уравнения (3) следует, что

$$\underline{\mathbf{E}}_{\Pi} = \underline{\mathbf{S}}^{-1}(t)\underline{\mathbf{E}}_0(t), \quad (5)$$

где $\underline{\mathbf{S}}^{-1}(t)$ – обратная матрица.

Подставляя соотношение (5) в уравнение (4), получаем дифференциальное уравнение для вектора $\underline{\mathbf{E}}_0(t)$ отраженной волны

$$\dot{\underline{\mathbf{E}}}_0(t) = \dot{\underline{\mathbf{S}}}(t)\underline{\mathbf{S}}^{-1}(t)\underline{\mathbf{E}}_0(t) = \underline{\mathbf{W}}(t)\underline{\mathbf{E}}_0(t), \quad (6)$$

где матрица $\underline{\mathbf{W}}(t) = \dot{\underline{\mathbf{S}}}(t)\underline{\mathbf{S}}^{-1}(t)$.

Так как все элементы, входящие в уравнение (6), зависят от параметра t , то в дальнейшем указание на эту зависимость опускаем. Матрица $\underline{\mathbf{W}}$ является матрицей дифференциальных форм

$$\underline{\mathbf{W}} = \dot{\underline{\mathbf{S}}}\underline{\mathbf{S}}^{-1} = \frac{1}{\det \underline{\mathbf{S}}} \begin{pmatrix} \dot{s}_{11}s_{22} - \dot{s}_{12}s_{21} & \dot{s}_{11}s_{12} - \dot{s}_{12}s_{11} \\ \dot{s}_{12}s_{22} - \dot{s}_{22}s_{12} & \dot{s}_{12}s_{12} - \dot{s}_{22}s_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

В произвольном поляризационном базисе поляризация электромагнитной волны может быть задана отношением ортогонально поляризованных компонент этой волны $\underline{\mathbf{E}}_{01}$ и $\underline{\mathbf{E}}_{02}$ и

$$\underline{p} = \frac{\underline{E}_{02}}{\underline{E}_{01}} = p e^{i\varphi}, \quad (8)$$

которое называют поляризационным коэффициентом (поляризационным фазором), а p и φ – модулем и аргументом поляризационного коэффициента. Матричное уравнение (6) можно представить в виде

$$\dot{\underline{\mathbf{E}}}_{01} = w_{11}\underline{\mathbf{E}}_{01} + w_{12}\underline{\mathbf{E}}_{02}; \quad \dot{\underline{\mathbf{E}}}_{02} = w_{21}\underline{\mathbf{E}}_{01} + w_{22}\underline{\mathbf{E}}_{02}. \quad (9)$$

Если в системе уравнений (9) перейти к отношению ортогонально поляризованных компонент волны $\underline{\mathbf{E}}_{02}$ и $\underline{\mathbf{E}}_{01}$, то с учетом соотношения (8) можно получить уравнение для поляризационного коэффициента

$$\dot{p} = \frac{\dot{\underline{\mathbf{E}}}_{02}\underline{\mathbf{E}}_{01} - \underline{\mathbf{E}}_{02}\dot{\underline{\mathbf{E}}}_{01}}{\underline{\mathbf{E}}_{01}^2} = \frac{(w_{21}\underline{\mathbf{E}}_{01} + w_{22}\underline{\mathbf{E}}_{02})\underline{\mathbf{E}}_{01} - \underline{\mathbf{E}}_{02}(w_{11}\underline{\mathbf{E}}_{01} + w_{12}\underline{\mathbf{E}}_{02})}{\underline{\mathbf{E}}_{01}^2}. \quad (10)$$

После упрощения соотношения (10) получается искомое дифференциальное уравнение для поляризационного коэффициента

$$\dot{P} = -\underline{w}_{12} P^2 - \underline{w}_{21} + (\underline{w}_{22} - \underline{w}_{11}) P. \quad (11)$$

Выражение (11) является комплексным уравнением Риккати, которое связывает изменение поляризационного коэффициента отраженной волны с изменением элементов матрицы рассеяния объекта. Изменения элементов матрицы рассеяния объекта описываются с помощью дифференциальных форм

$$\begin{aligned} \underline{w}_{11} &= \dot{\underline{s}}_{11} \underline{s}_{22} - \dot{\underline{s}}_{12} \underline{s}_{12}, & \underline{w}_{12} &= \dot{\underline{s}}_{11} \underline{s}_{12} - \dot{\underline{s}}_{12} \underline{s}_{11}, \\ \underline{w}_{21} &= \dot{\underline{s}}_{12} \underline{s}_{22} - \dot{\underline{s}}_{22} \underline{s}_{12}, & \underline{w}_{22} &= \dot{\underline{s}}_{12} \underline{s}_{12} - \dot{\underline{s}}_{22} \underline{s}_{11}. \end{aligned} \quad (12)$$

Для полного описания поведения поляризационного коэффициента отраженной волны необходимо задать три комплексных элемента матрицы рассеяния $\underline{S}(t)$ и три комплексных величины приращения этих элементов. Варианты видов решения уравнения (11) отличаются большим разнообразием. Кроме того, полный анализ поведения решений уравнения (11) представляет собой отдельную сложную математическую задачу. Поэтому в настоящей статье приходится ограничиться несколькими примерами.

Рассмотрим некоторые характерные решения уравнения (11), в которых скорость изменения элементов матрицы рассеяния $\dot{\underline{s}}_{11}, \dot{\underline{s}}_{12}, \dot{\underline{s}}_{22}$ связывается с изменением ракурса наблюдения объекта, т. е. предполагается, что объект совершает в течение времени вращение вокруг одной из своих собственных осей.

На рис. 1–3 приводятся графики изменения величины модуля поляризационного коэффициента отраженной волны от угла поворота объекта и соответствующие им диаграммы обратного рассеяния.

Рассмотренные выше примеры показывают, что, задавая соответствующие коэффициенты в уравнении (11), можно моделировать диаграммы обратного рассеяния реальных объектов. Для сложных и протяженных объектов необходимо будет суммировать определенное количество решений уравнения (11) имеющих различные коэффициенты.

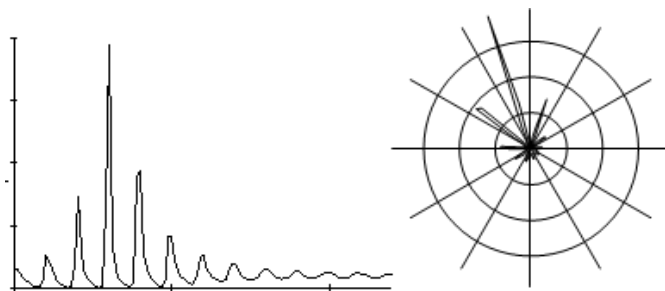


Рис. 1. Изменения модуля поляризационного коэффициента отраженной волны в зависимости от угла поворота объекта и соответствующие им диаграммы обратного рассеяния

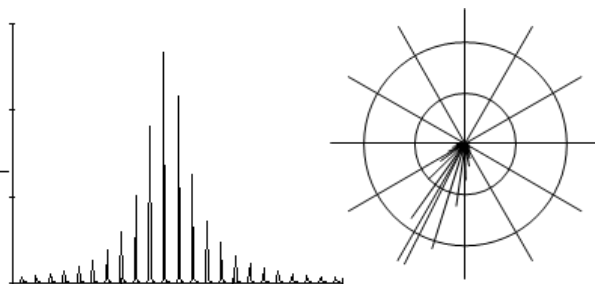


Рис. 2. Изменения модуля поляризационного коэффициента отраженной волны в зависимости от угла поворота объекта и соответствующие им диаграммы обратного рассеяния

Полученные соотношения дают возможность перейти к решению задачи обратного рассеяния электромагнитной волны на объекте при однопозиционной радиолокации, когда комплексная матрица рассеяния \underline{S} симметрична ($\underline{s}_{12} = \underline{s}_{21}$). Тогда в приближении плоских электромагнитных волн связь отраженной объектом электромагнитной волны с падающей на этот объект волной определяется соотношением [1].

Решаемая задача заключается в следующем. Пусть на неизвестный трехмерный объект с гладкой поверхностью падает плоская электромагнитная волна. Поверхность объекта имеет комплексную функцию рассеяния. На некотором известном расстоянии от объекта измеряется электромагнитное поле отраженной волны. Необходимо восстановить форму поверхности.

Метод численного решения этой задачи использует лучевые представления полей рассеяния, базирующиеся на принципе Гюйгенса – Френеля. Метод включает в себя специально разработанные для данного случая алгоритмы быстрого численного прямого и обратного преобразования Гюйгенса – Френеля [1] и алгоритм восстановления формы неизвестного объекта по распределению фазы отраженной волны.

Рассмотрим разработанный в работе [1] алгоритм быстрого численного прямого и обратного преобразования Гюйгенса – Френеля, обобщив его на случай восстановления формы объекта. При этом предполагается, что ни для падающей волны, ни для рассеянной нет затенений каких-либо элементов поверхности объекта.

Если на поверхность объекта падает плоская электромагнитная волна, то в точке наблюдения (рис. 3) комплексная амплитуда напряженности электрического поля отраженной волны находится по формуле

$$\underline{e}_{m,n} = \int_{D(x,y)} \underline{S}_{x,y} \frac{e^{ik\rho}}{\rho} dx dy, \quad (13)$$

где $\underline{S}_{x,y}$ – функция рассеяния объекта, ρ – расстояние между рассеивающей точкой на поверхности объекта и точкой, где определяется величина отраженного поля, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, $D(x, y)$ – контур объекта. Начало координат совпадает с первыми элементами соответствующих двумерных массивов $\underline{S}_{x,y}$ и $\underline{e}_{m,n}$.

Поэтому если поверхность трехмерного объекта описывается уравнением $z = f_{x,y}$ и облучается плоской волной, нормаль к которой совпадает с осью z , то расстояние

$$\rho = \left[d^2 \left((x-m)^2 + (y-n)^2 \right) + (r + f_{x,y})^2 \right]^{1/2}. \quad (14)$$

Точки, в которых задается функция рассеяния объекта, и точки, где определяются величины отраженного поля, располагаются в параллельных плоскостях на расстоянии d друг от друга. В области, в которой отраженные волны имеют сферический фронт, в сомножителе $1/\rho$ расстояние ρ полагается $\rho \approx r$, а расстояние ρ в показателе экспоненты можно представить в виде двух членов разложения в ряд Тейлора:

$$\rho \approx r + f_{x,y} + \frac{d^2 \left((x-m)^2 + (y-n)^2 \right) + f_{x,y}^2}{2r} = \rho_0 + \rho_f, \quad (15)$$

где $\rho_0 = r + \frac{d^2 \left((x-m)^2 + (y-n)^2 \right)}{2r}$, $\rho_f = f_{x,y} + \frac{f_{x,y}^2}{2r}$.

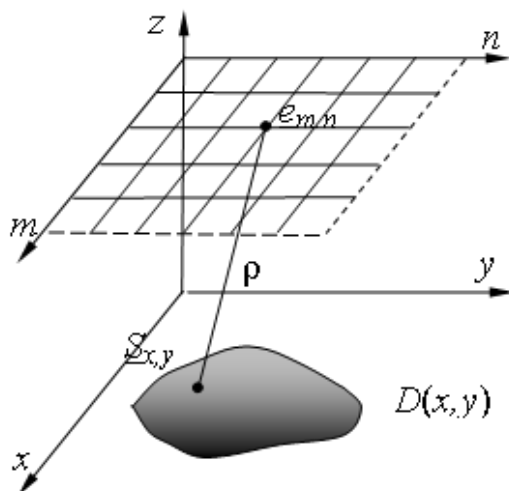


Рис. 3. Схема взаимного расположения объекта и плоскости наблюдения отраженного от объекта электромагнитного поля

С учетом сделанных предположений комплексная амплитуда вектора напряженности электрического поля отраженной волны определяется как

$$e_{m,n} = \sum_{y=1}^N \sum_{x=1}^N \underline{S}_{x,y} \frac{e^{ik\rho}}{r} = \sum_{y=1}^N \sum_{x=1}^N \underline{S}_{x,y} \frac{e^{ik(\rho_0 + \rho_f)}}{r}, \quad (16)$$

$$e_{m,n} = \sum_{y=1}^N \sum_{x=1}^N \frac{e^{ik\rho_0}}{r} \underline{S}_{x,y} \frac{e^{ik\rho_f}}{r}, \quad (17)$$

где размерность двумерных массивов $\underline{S}_{x,y}$ и $e_{m,n}$ определяется произведением $N \times N$.

Выражение (17) можно представить в виде произведения матриц

$$\mathbf{G} = \mathbf{\Phi} \mathbf{P}. \quad (18)$$

При этом двумерный массив $\underline{p}_{x,y} = \underline{S}_{x,y} \exp \left[ik \left(f_{x,y} + \frac{1}{2r} f_{x,y}^2 \right) \right]$ в уравнении (18)

преобразуется в матрицу \mathbf{P} размером $N^2 \times 1$:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{r} \left(\underline{p}_{1,1} \quad \underline{p}_{1,2} \quad \dots \quad \underline{p}_{1,N} \quad \underline{p}_{2,1} \quad \underline{p}_{2,2} \quad \dots \quad \underline{p}_{N,N} \right)^T. \quad (19)$$

Матрица $\mathbf{\Phi}$ размером $N^2 \times N^2$ имеет элементы

$$\underline{\varphi}_{m,n}^{x,y} = \exp \left\{ \frac{1}{2r} ikd^2 \left[(x-m)^2 + (y-n)^2 \right] \right\}. \quad (20)$$

Матрица $\mathbf{\Phi}$ зависит только от двух величин r и d , определяющих взаимное положение объекта и точек наблюдения отраженного поля. Поэтому при неизменных величинах r и d требуется лишь однократный расчет этой матрицы. Этим достигается высокое быстродействие предложенного алгоритма прямого преобразования Гюйгенса – Френеля.

Полученную в результате расчета по формуле (7) матрицу \mathbf{G} размером $N^2 \times 1$

$$\mathbf{G} = (\underline{e}_{1,1} \quad \underline{e}_{1,2} \quad \cdots \quad \underline{e}_{1,N} \quad \underline{e}_{2,1} \quad \underline{e}_{2,2} \quad \cdots \quad \underline{e}_{N,N})^T \quad (21)$$

следует затем преобразовать в двумерную матрицу размером $N \times N$

$$\mathbf{G}_0 = \begin{pmatrix} \underline{e}_{1,1} & \cdots & \underline{e}_{1,N} \\ \vdots & & \vdots \\ \underline{e}_{N,1} & \cdots & \underline{e}_{N,N} \end{pmatrix}. \quad (22)$$

На рис. 4 в качестве отражающего объекта изображена поверхность гиперболического параболоида с постоянной функцией рассеяния $\underline{S}_{x,y}$. Результаты расчета по формуле (7) комплексной амплитуды напряженности электрического поля отраженной волны $\underline{e}_{m,n}$ на расстоянии r от поверхности гиперболического параболоида представлены на рис. 5.

Алгоритм обратного преобразования Гюйгенса – Френеля заключается в нахождении матрицы \mathbf{P} размером $N^2 \times 1$, элементы которой характеризуются функцией рассеяния объекта $\underline{S}_{x,y}$. Эта задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений вида

$$\Phi \mathbf{P} = \mathbf{G}. \quad (23)$$

В уравнении (23) матрица Φ определяется из соотношения (19) при заданных геометрических величинах r и d , определяющих взаимное положение объекта и точек наблюдения отраженного поля. Матрица \mathbf{G} размером $N^2 \times 1$ образуется из массива комплексных значений отраженного поля $\underline{e}_{m,n}$ (21). Для решения системы (23) можно использовать, например, алгоритм LU -разложения. При постоянных величинах r и d , определяющих взаимное положение объекта и точек наблюдения отраженного поля, требуется однократное нахождение разложения матрицы

$$\Phi = \mathbf{LU}, \quad (24)$$

где \mathbf{L} – нижняя треугольная, а \mathbf{U} – верхняя треугольная матрицы. Этим обстоятельством определяется высокое быстродействие предложенного алгоритма обратного преобразования Гюйгенса – Френеля.

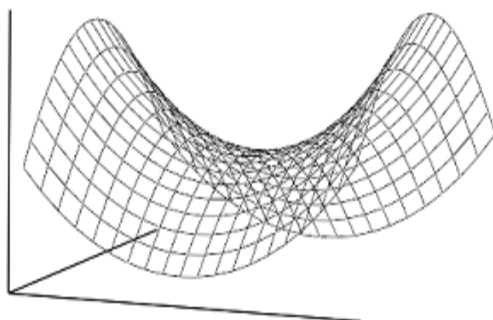


Рис. 4. Отражающая поверхность гиперболического параболоида ($N = 20$)

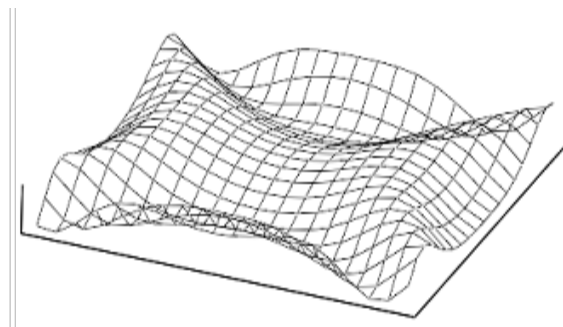


Рис. 5. Массив значений модуля комплексной амплитуды напряженности электрического поля отраженной волны $\underline{e}_{m,n}$ ($N = 20$)

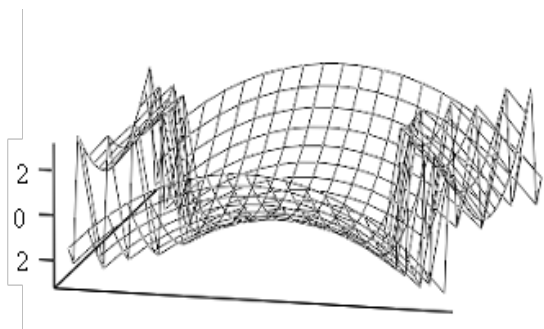


Рис. 6. Массив значений аргументов комплексных элементов матрицы P_0 ($N = 20$)

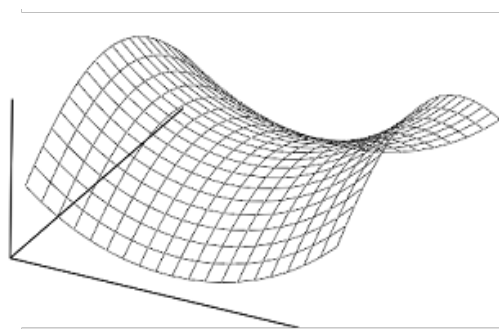


Рис. 7. Восстановленная форма поверхности гиперболического параболоида ($N = 20$)

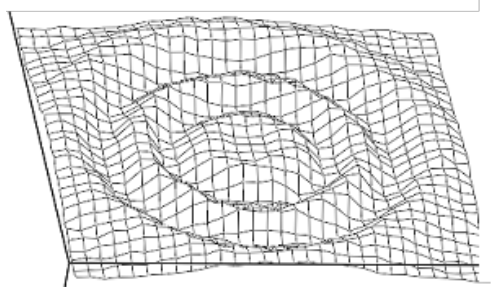


Рис. 8. Массив значений аргументов комплексных элементов матрицы P_0 гауссовой поверхности ($N = 30$)

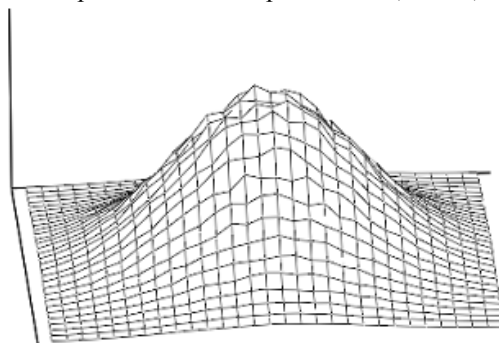


Рис. 9. Пример восстановления формы гауссовой поверхности, имеющей неровности ($N = 30$)

Рис. 6 дает представление обо всем массиве значений аргументов комплексных элементов матрицы P_0 при $N = 20$, с опорой на который проводилось восстановление формы поверхности гиперболического параболоида, для чего использовались значения фазы обратного преобразования Гюйгенса – Френеля. Полученная поверхность иллюстрируется рис. 7.

После нахождения искомой матрицы P ее надо преобразовать в квадратную матрицу P_0 размером $N \times N$. На рис. 8 представлен массив фазы комплексных элементов матрицы P_0 .

Для нахождения формы поверхности неизвестного объекта используется алгоритм восстановления формы объекта по фазе отраженной волны, основанный на нахождении по аргументам элементов матрицы P_0 зависимости абсолютной фазы, которая пропорциональна расстоянию до соответствующей точки объекта $kr_{m,n}$ ($k = 2\pi/\lambda$).

Алгоритм восстановления формы объекта по фазе отраженной волны позволяет восстанавливать не только гладкие поверхности, но и поверхности объектов, имеющие неровности меньшие чем длина волны λ . На рис. 9 изображен пример восстановления формы поверхности объекта, имеющего неровности. Восстановление произведено по массиву значений аргументов комплексных элементов матрицы P_0 гауссовой поверхности (рис. 9).

Таким образом, разработанный алгоритм дает возможность проводить восстановление формы объекта по фазе отраженной волны. При этом речь может идти не только об объектах с гладкой поверхностью, но и об объектах с неровной поверхностью, размер шероховатостей на которых меньше длины волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлов А.И., Логвин А.И., Сарычев В.А. Поляризация радиоволн. Кн. 2. Радиолокационная поляриметрия. М.: Радиотехника, 2007.
2. Козлов А.И., Маслов В.Ю. Численный метод решения трехмерной обратной задачи рассеяния электромагнитных волн на препятствии // Научный Вестник МГТУ ГА. 2012. № 179 (5).

3. **Козлов А.И., Маслов В.Ю.** Численный метод определения неоднородной комплексной диэлектрической проницаемости плоской поверхности объектов по поляризационной структуре поля отраженной электромагнитной волны // Научный Вестник МГТУ ГА. 2012. № 179 (5).

4. **Козлов А.И., Маслов В.Ю.** Дистанционное определение диэлектрической проницаемости поверхности в оптическом диапазоне // Научный Вестник МГТУ ГА. 2014. № 210.

5. **Козлов А.И., Маслов В.Ю.** Дифференциальные уравнения эволюции матрицы рассеяния // Научный вестник МГТУ ГА. 2014. № 210 (12). С. 43–46.

6. **Козлов А.И., Логвин А.И., Сарычев В.А.** Поляризация радиоволн. Кн. 3. Радиополяриметрия сложных по структуре сигналов. М.: Радиотехника, 2008.

7. **Козлов А.И., Маслов В.Ю.** Дифференциальные свойства матрицы рассеяния // Научный Вестник МГТУ ГА. 2004. № 79. С. 19–25.

8. **Маслов В.Ю.** Дифференциальные свойства поляризационного коэффициента электромагнитной волны // Научный Вестник МГТУ ГА. 2004. № 79. С. 26–30.

9. **Маслов В.Ю.** Дифференциальные свойства матрицы когерентности отраженной от объекта электромагнитной волны // Научный Вестник МГТУ ГА. 2004. № 79. С. 31–34.

10. **Маслов В.Ю.** Матрица когерентности в дифференциальной радиополяриметрии и ее основные свойства // Научный Вестник МГТУ ГА. 2005. № 93. С. 13–18.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Козлов Анатолий Иванович, Заслуженный деятель науки и техники РФ, профессор, доктор физико-математических наук, профессор кафедры ТЭРЭО ВТ МГТУ ГА, электронный адрес: vilandes@yandex.ru.

Маслов Виктор Юрьевич, доктор технических наук, профессор МТУ(МИРЭА), электронный адрес: vilandes@yandex.ru.

SHAPE RESTORATIONS OF OBJECT SURFACE ON POLARIZATION STRUCTURE OF REFLECTED ELECTROMAGNETIC WAVE FIELD

Anatoliy I. Kozlov

Moscow State Technical University of Civil Aviation, Moscow, Russia, vilandes@yandex.ru

Viktor Yu. Maslov

Moscow Technological University, Moscow, Russia, vilandes@yandex.ru

ABSTRACT

A problem of electromagnetic wave backscattering on a chosen 3D object is solved. A differential equation which is linked change of polarization coefficient of reflected wave with variation of matrix elements of object scattering is obtained. Obtained relation enables to develop algorithms of fast numerical solution of inverse problem of scattering on this object that is determination of complex function of object surface scattering and restoration of unknown object shape on phase distribution of reflected wave. The method uses ray representation of scattering fields based on principle Huygens-Fresnel. The algorithm of object shape restoration on phase of reflected wave allows to restore not only smooth surfaces, but also object surfaces with smaller roughness than a wave length.

Key words: radiowave polarization, matrix of radiowave scattering, inverse problem of radiopolarization.

REFERENCE

1. **Kozlov A.I., Logvin A.I., Sarychev V.A.** Polyarizaciya radiovoln. Kn. 2. Radiolokacionnaya polyarimetriya. – М.: Radiotekhnika, 2007. (in Russian)

2. **Kozlov A.I., Maslov V.Yu.** Chislennyj metod resheniya trexmernoj obratnoj zadachi rasseyanija elektromagnitnyx voln na prepyatstvii. Nauchnyj Vestnik MGTU GA, 2012, № 179 (5). (in Russian)
3. **Kozlov A.I., Maslov V.Yu.** Chislennyj metod opredeleniya neodnorodnoj kompleksnoj dielektricheskoj pronicaemosti ploskoj poverxnosti obektov po polarizacionnoj strukture polya otrazhennoj elektromagnitnoj volny. Nauchnyj Vestnik MGTU GA, 2012, № 179 (5). (in Russian)
4. **Kozlov A.I., Maslov V.Yu.** Distancionnoe opredelenie dielektricheskoj pronicaemosti poverxnosti v opticheskom diapazone. Nauchnyj Vestnik MGTU GA, 2014, № 210. (in Russian)
5. **Kozlov A.I., Maslov V.Yu.** Differencialnye uravneniya evolyucii matricy rasseyanija. Nauchnyj Vestnik MGTU GA, 2014, № 210 (12), s. 43–46. (in Russian)
6. **Kozlov A.I., Logvin A.I., Sarychev V.A.** Poljarizaciya sloznych signalov. Kn. 3. Radiopolyarimetriya slozhnyh po strukture signalov. M.: Radiotekhnika, 2008. (in Russian)
7. **Kozlov A.I., Maslov V.Yu.** Differencialnie svoistva matrici rasseiana. Nauchnyj Vestnik MGTU GA, 2004, № 79, s. 19–25. (in Russian)
8. **Maslov V.Yu.** Differencialnie svoistva polariacionnogo koeficienta EMW. Nauchnyj Vestnik MGTU GA, 2004, № 79, s. 26–30. (in Russian)
9. **Maslov V.Yu.** Differencialnie svoistva matrici kogerentnosti otrazheennoj EMW. Nauchnyj Vestnik MGTU GA, 2004, № 79, s. 31–34. (in Russian)
10. **Maslov V.Yu.** Matritsa kogerentnosti v differentsialnoy radiopolyarimetrii I eyo osnovnye svoystva. Nauchnyj Vestnik MGTU GA, 2005, № 93, s. 13–18. (in Russian)