

УДК 621.396.96

СТРУКТУРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В СЕКТОРИАЛЬНОМ РЕЗОНАТОРЕ

Ю.А. КРАСНИТСКИЙ¹

¹Рижский институт аэронавигации, г. Рига, Латвия

Основной практический интерес с учетом простоты возбуждения представляют колебания электрического типа, когда существует единственная составляющая электрического поля, а именно ориентированная перпендикулярно нижней и верхней стенкам резонатора и не испытывающая вариаций вдоль оси. Показан частотный спектр колебаний магнетрона с номинальной частотой 2,45 ГГц, используемого в бытовых микроволновых печах. Видно, что определенная доля энергии выделяется в области боковых частот спектра и может служить источником возбуждения соответствующих колебаний высших порядков. Для количественного описания равномерности распределения тепла в разогреваемом объеме применяют статистические критерии, в частности, величину стандартного отклонения рассеиваемой мощности, нормированную к среднему значению. Получено решение краевой задачи о поле в радиальном секториальном резонаторе с идеально проводящими стенками. Рассматриваются некоторые ее приложения. Проводится анализ возможности применения секториальных резонаторов в СВЧ-устройствах деления/сложения мощностей. Предлагается возможный вариант устройства сложения волн для микроволнового нагрева, использующего объединение четырех секториальных резонаторов с углом 90°.

Ключевые слова: секториальный резонатор, структура поля, секториальный сумматор.

Как известно, объемный резонатор представляет собой замкнутую полость, ограниченную металлическими стенками, внутри которой устанавливаются электромагнитные колебания. В технике СВЧ наиболее распространены прямоугольные и цилиндрические резонаторы [1, 2], другие же геометрические формы встречаются относительно редко. Ниже рассматриваются электромагнитные колебания в радиальном секториальном резонаторе. Его угловой размер $2\varphi_0$, длина a (рис. 1) и рабочая частота f_0 обычно считаются заданными. Определению подлежит структура поля во внутренней области резонатора.

Для описания поля воспользуемся цилиндрической системой координат r, φ, z с началом в вершине нижней стенки резонатора. Углы φ отсчитываются от оси симметрии этой стенки. Основной практический интерес с учетом простоты возбуждения представляют колебания электрического типа E_{mnp} при $p = 0$, когда существует единственная составляющая электрического поля, а именно E_z , ориентированная перпендикулярно нижней и верхней стенкам резонатора и не испытывающая вариаций вдоль оси z . Предполагая стенки идеально проводящими, структуру поля для этого случая запишем в виде [2]

$$\begin{aligned}\dot{E}_z &= (v_{mn}/a)^2 J_m(v_{mn}r/a) \cos m\varphi, \\ \dot{H}_r &= -\frac{i\omega\varepsilon}{r} m J_m(v_{mn}r/a) \sin m\varphi, \\ \dot{H}_\varphi &= -\frac{i\omega\varepsilon v_{mn}}{a} m J'_m(v_{mn}r/a) \cos m\varphi,\end{aligned}\tag{1}$$

где амплитудный множитель положен равным 1, ω – круговая частота, ε – абсолютная диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего резонатор.

Поведение составляющих поля вдоль радиальной координаты в (1) описывается функцией Бесселя $J_m(x)$ и ее производной $J_m'(x)$ (рис. 2). Здесь v_{mn} – n -й корень функции $J_m(x)$, m – ее порядок. Тригонометрические функции характеризуют угловые вариации поля.

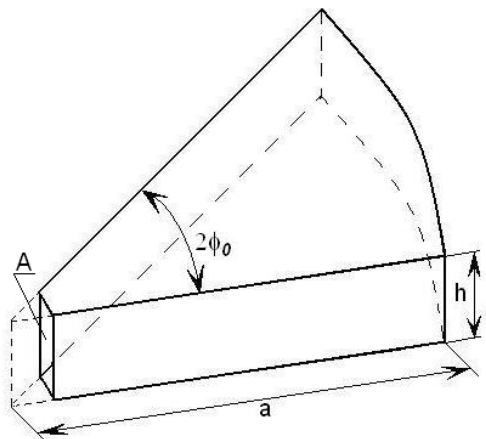


Рис. 1. Секториальный резонатор

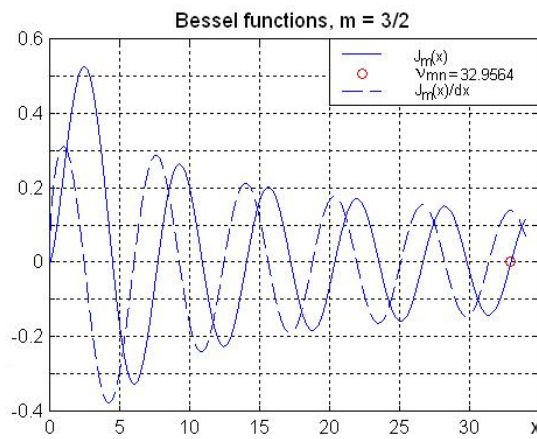


Рис. 2. Функции Бесселя полуцелого порядка

Неизвестные значения m , n и v_{mn} подлежат определению исходя из граничных условий, согласно которым тангенциальная составляющая E_z на всех проводящих поверхностях должна обращаться в нуль.

В частности, на радиальных (боковых) стенках резонатора, где $\varphi = \pm\varphi_0$,

$$E_z = 0, \quad (2)$$

что согласно (1) будет выполняться при $\cos m\varphi_0 = 0$, откуда

$$m = (2l + 1)\pi/(2\varphi_0), l = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Поскольку практически реализуемые значения угла φ_0 должны быть меньше 90° , то $m > 1$. В частном случае при $\varphi_0 = 60^\circ$ порядок функций Бесселя в (1) становится полуцелым ($m = 3/2$). Как известно [3], функции полуцелого порядка, часто называемые также сферическими функциями Бесселя, могут быть вычислены в виде линейных комбинаций элементарных функций.

Для нахождения ориентировочной величины v_{mn} воспользуемся условием резонанса, которое при воздушном заполнении объема резонатора и $p = 0$ имеет вид

$$v_{mn0} = 2\pi f_0 a / c, \quad (4)$$

где a – заданный радиус резонатора (рис. 1), $c = 0,3 \cdot 10^9$ м/с. Чтобы найти точное значение корня функции Бесселя, необходимо использовать граничное условие для E_z на цилиндрической (торцевой) поверхности резонатора, т. е. решить уравнение

$$J_m(v_{mn}) = 0, \quad (5)$$

варьируя v_{mn} в окрестности величины (4). Значение m в (3) целесообразно выбрать минимально возможным, положив $l = 0$. Результат численного решения уравнения (5) при $\varphi_0 = 60^\circ$, заданном

радиусе $a = 0,65$ м и частоте $f_0 = 2,45$ ГГц показан на рис. 2, где найденное значение корня отмечено кружком.

Для выполнения условия резонанса (4) заданную величину a необходимо скорректировать в соответствии с найденным значением корня, что дает

$$a_{corr} = cv_{mn} / 2\pi f_0. \quad (6)$$

В рассмотренном примере исходный размер $a = 0,65$ м следует заменить на $a_{corr} = 0,6423$ м.

Полученные результаты позволяют визуализировать структуру поля (1). На рис. 3, а показано поведение составляющей E_z в зависимости от координат r и φ , а на рис. 3, б–д – проекции линий постоянного уровня ортогональных компонентов поля на внутреннюю поверхность нижней стенки секториального резонатора. Построения выполнены с использованием вычислительной среды MATLAB [4].

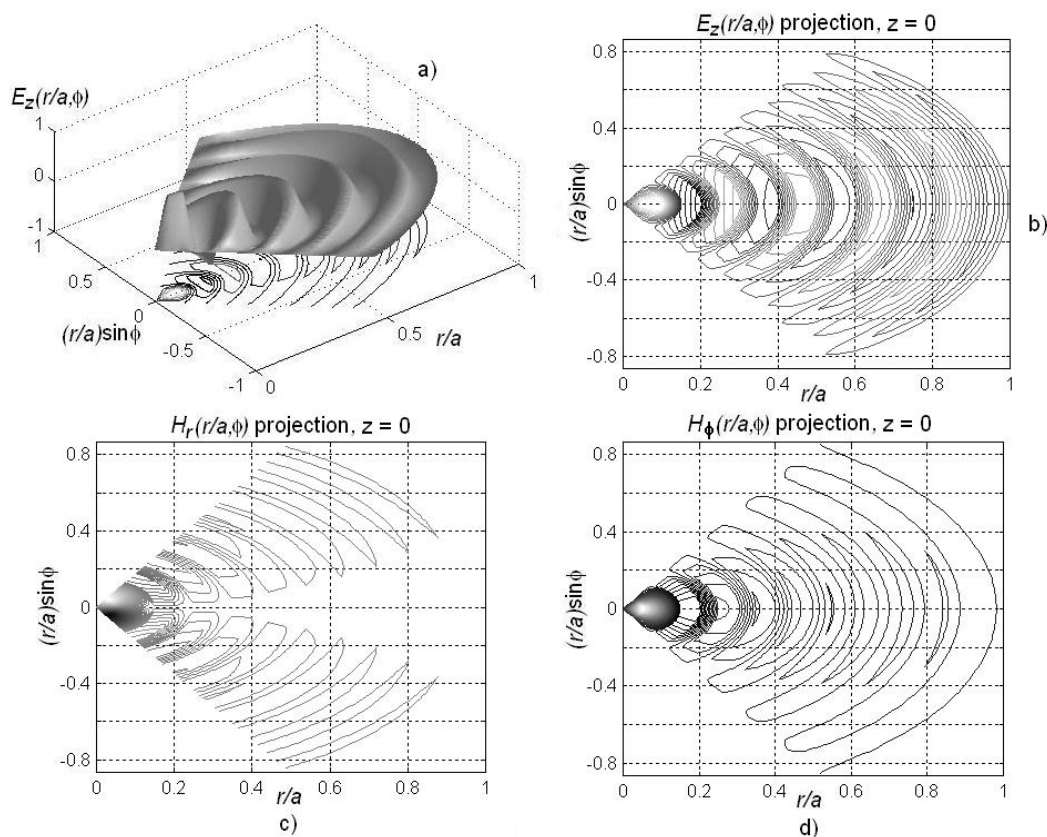


Рис. 3. Структура поля в секториальном резонаторе

Из формул (1) и результатов вычислений (рис. 3, с) следует, что при $\varphi = 0$ продольная составляющая H_r напряженности магнитного поля обращается в нуль. Она также остается небольшой по величине в области углов, примерно соответствующей значениям $\varphi = 0 \dots \pm 20^\circ$. Это означает, что в этой области поле определяется в основном компонентами E_z и H_φ , т. е. его структура должна быть близка к поперечной волне типа ТЕМ.

В общем случае в рассматриваемом резонаторе могут возникать волны высших порядков. Как известно [1, 2], собственные частоты этих волн для колебаний электрического типа E_{mnp} могут быть найдены из соотношения

$$\omega_{mnp}^E = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{(v_{mn}/a)^2 + (p\pi/h)^2}, \quad (7)$$

где $p = 1, 2, \dots$, а области возможных значений индексов m и n рассмотрены ранее. Для колебаний магнитного типа

$$\omega_{mnp}^H = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{(\mu_{mn}/a)^2 + (p\pi/h)^2}, \quad (8)$$

где μ_{mn} – n -й корень уравнения $J'_m(x) = 0$, а индекс p не равен нулю.

В большинстве приложений резонаторы работают на основном типе волны, играя роль узкополосных фильтров. Однако для некоторых применений электромагнитных резонаторов, например, в устройствах СВЧ-нагрева, существование волн высших порядков может оказаться полезным, так как при этом создается более равномерное амплитудное, а следовательно, и температурное, распределение в объеме резонатора [5–7].

На рис. 4 в качестве примера показан частотный спектр колебаний магнетрона с номинальной частотой 2,45 ГГц, используемого в бытовых микроволновых печах [8]. Видно, что определенная доля энергии выделяется в области боковых частот спектра и может служить источником возбуждения соответствующих колебаний высших порядков. Для количественного описания равномерности распределения тепла в разогреваемом объеме применяют статистические критерии, в частности, величину стандартного отклонения рассеиваемой мощности, нормированную к среднему значению [9]. Очевидно, при определенных условиях аналогичный критерий может быть использован и для оценки вклада волн высших порядков.

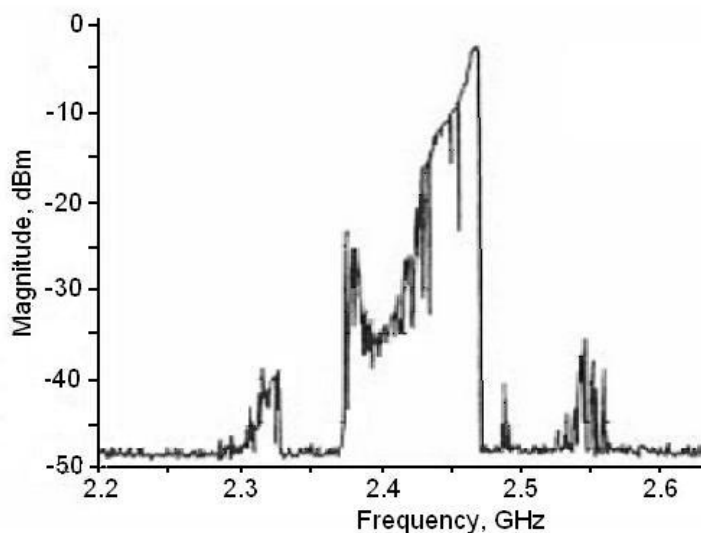


Рис. 4. Спектр колебаний магнетрона вблизи частоты 2,45 ГГц [6]

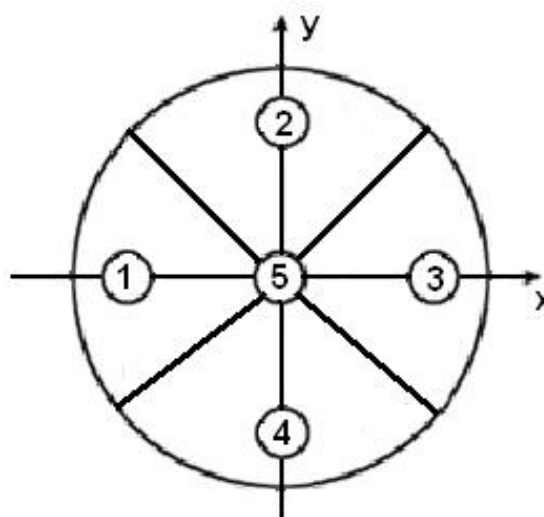


Рис. 5. Секториальный сумматор

Значительный интерес представляет исследование вопросов применения секториальных резонаторов в СВЧ-устройствах деления/сложения мощностей. Один из возможных вариантов устройства сложения для микроволнового нагрева показан на рис. 5, где схематично изображено объединение четырех секториальных резонаторов с углом $2\varphi_0 = 90^\circ$.

Цифрами 1–4 обозначены входы сумматора, в которых размещены антенны магнетронов, цифрой 5 – выход, т. е. область, где размещается нагреваемый объект. Выходы отдельных резонаторов в область суммирования могут быть выполнены в виде апертур, обозначенных буквой A на рис. 1 и образованных путем соответствующего среза резонатора перпендикулярно его продольной оси.

Операции деления/сложения мощностей в принципе обратимы, однако на практике отличаются тем, что для первой из них, широко применяемой, например, в фазированных антенных решетках, в качестве исходного источника колебаний используется единственный высокостабильный генератор. В большинстве же вариантов устройств сложения, повсеместно реализуемых в промышленных установках СВЧ-нагрева, работающих на частоте 2,45 ГГц, источниками часто служат относительно маломощные магнетроны, разработанные для бытовых микроволновых печей [5–9].

Отдельные из N магнетронов, даже принадлежащих к одной партии, генерируют колебания с находящимися в пределах допуска, близкими, но в общем случае не совпадающими, частотами ω_n и случайными начальными фазами ψ_n . Таким образом, мы имеем дело с некогерентным сложением колебаний от N источников. При одинаковой их поляризации мгновенное значение результирующей напряженности поля в точке суммирования будет

$$E_{\Sigma}(t) = \sum_{n=1}^N E_n \cos(\omega_n t + \psi_n - k_n r_n), \quad (9)$$

где k_n – продольная постоянная распространения в соответствующем тракте, r_n – длина последнего. Можно показать [10], что относительные потери мощности в этом случае составят

$$P_{mean} / P_{max} = \frac{1}{N^2} \sum_k \sum_m \exp(-\sigma_{km}^2 / 2), \quad (10)$$

где P_{mean} и P_{max} – среднее и максимальное (т. е. полученное в результате когерентного сложения) значения мощностей соответственно, σ_{km}^2 – дисперсия разности фаз на выходе сумматора относительно входов k и m . Если фазовые ошибки не зависят от влияния других входов, а дисперсии одинаковы и равны σ_0^2 , то $\sigma_{km}^2 = 2\sigma_0^2, k \neq m$. Тогда [11]

$$P_{mean} / P_{max} = \frac{1}{N^2} [N + \sum_k \sum_{m \neq k} \exp(-\sigma_0^2)] = \frac{1}{N} [1 - \exp(-\sigma_0^2)] + \exp(-\sigma_0^2). \quad (11)$$

Подсчеты показывают, что при среднеквадратичной фазовой ошибке порядка 20–30° потери мощности в случае $N = 4$ могут составить около 1,5–2 дБ.

В [12] рассмотрено многовходовое устройство, внешне похожее на N -секториальный сумматор. Это радиальный волновод, который можно рассматривать как структуру, состоящую из N идентичных секторных волноводов, отделенных друг от друга виртуальными магнитными боковыми ($\varphi = \pm\varphi_0$) стенками, где в идеальном случае $H_{\varphi}(\varphi_0)$ должно быть равно нулю. Однако в реальных ситуациях волноводы неидентичны, это условие не выполняется, что увеличивает их взаимное влияние и приводит к возрастанию фазовых ошибок в соотношениях (9)–(11). В устройствах же, построенных на основе секториальных резонаторов (рис. 5), взаимное влияние секторов минимально, так как они разделены металлическими перегородками.

Влияние синхронизации, захвата частоты и других похожих явлений нуждаются в отдельном исследовании, что выходит за рамки настоящей работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Пименов В.Ю., Вольман В.И., Муравцов А.Д.** Техническая электродинамика. М.: Радио и связь, 2002.
2. **Голубева Н.С., Митрохин В.Н.** Основы радиоэлектроники сверхвысоких частот. М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008.
3. **Бейтмен Г., Эрдейи А.** Высшие трансцендентные функции. Т. 2. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. М.: Наука, 1966.
4. **Потемкин В.Г.** Система инженерных и научных расчетов MATLAB 5.X. Т. 1–2. М.: Диалог МИФИ, 1999.
5. **Lorence M.W. and Pesheck P.S.** (Eds). Development of Packaging and Products for Use in Microwave Ovens. CRC Press LLC, 2009.
6. **Meredith R.** Engineers Handbook of Industrial Microwave Heating. London: The Institution of Electrical Engineers, 1998.
7. **Bradshaw S., Delpont S., van Wyk E.J.** Qualitative measurement of heating uniformity in a multimode microwave cavity. J. Microwave Power and Electromagn. Energy, 1997, vol. 32, No 2. pp. 87–95.
8. **Chen T.V., Reader H.C.** Understanding Microwave Heating Cavities. Artech House, 2000.
9. **Wäppling-Raaholt B., Olsson T.** Microwave Processing of Foods. Cambridge, 2003.
10. **D’Addario L.** Combining loss of a transmitting array due to phase errors. The Interplanetary Network Progress Report, November 2008, pp. 42–175.
11. **Ghanadi M.** A new compact broadband radial power combiner. Dr.–Ing. Dissertation. Technischen Universität Berlin, 2012.
12. **Song K., Fan1 Y., Zhou X.** Broadband radial waveguide power amplifier using a spatial power combining technique. IET Microwave Antennas Propag, 2009, vol. 3, iss. 8, pp. 1179–1185.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Краснитский Юрий Александрович, доктор технических наук, профессор РАИ, электронный адрес: krasn@tsi.lv.

THE ELECTROMAGNETIC FIELD STRUCTURE IN THE SECTORIAL RESONATOR

Yurij A. Krasnitsky

Riga Aeronautical Institute, Riga, Latvia, krasn@tsi.lv

ABSTRACT

Taking into account the easy excitation, oscillation of electric type are of main practical interest, when there is only one component of electric field, namely the one oriented perpendicularly to the top and bottom walls of cavity which does not experience variations along the axis. The frequency spectrum of the oscillation of the magnetron with a nominal frequency of 2.45 GHz, used in domestic microwave ovens is shown. It is evident that a certain fraction of the energy is released in the side of the frequency spectrum and can be a source of excitation of the corresponding vibration of higher

orders. For a quantitative descriptions of the heat distribution in the warming volume statistical criteria are used, in particular, the standard deviation of the power dissipation value, normalized to the average value. The solution of the problem of the field in the radial sectorial resonator with perfectly conducting walls is obtained. Some of its applications are considered. The analysis of the possibility of using sectorial resonators in microwave devices division / capacity addition is carried out. A possible variant of wave superimposition device for microwave heating, using the union of four sectorial cavities with an angle of 90° is proposed.

Key words: sectorial resonator structure of the field, sectorial adder.

REFERENCES

1. **Pimenov V.Yu., Volman V.I., Muravtsov A.D.** Tekhnicheskaya elektrodinamika. M.: Radio i svyaz, 2002. (in Russian)
2. **Golubeva N.S., Mitrokhin V.N.** Osnovy radioelektroniki sverkhvysokikh chastot. M.: Izd. MGTU im. N.E. Baumana, 2008. (in Russian)
3. **Beytmen G., Erdeyi A.** Vysshieye transtsendentnye funktsii. T. 2. Funktsii Besselya, funktsii parabolicheskogo tsilindra, ortogonalnye mnogochleny. M.: Nauka, 1966. (in Russian)
4. **Potemkin V.G.** Sistema inzhenernykh i nauchnykh raschetov MATLAB 5.X. T. 1–2. M.: DialogMIFI, 1999. (in Russian)
5. **Lorence M.W. and Pesheck P.S.** (Eds). Development of Packaging and Products for Use in Microwave Owens. CRC Press LLC, 2009.
6. **Meredith R.** Engineers Handbook of Industrial Microwave Heating. London: The Institution of Electrical Engineers, 1998.
7. **Bradshaw S., Delpont S., van Wyk E.J.** Qualitative measurement of heating uniformity in a multimode microwave cavity. J. Microwave Power and Electromagn. Energy, 1997, vol. 32, No 2, pp. 87–95.
8. **Chen T.V., Reader H.C.** Understanding Microwave Heating Cavities. Artech House, 2000.
9. **Wäppling-Raaholt B., Olsson T.** Microwave Processing of Foods. Cambridge, 2003.
10. **D’Addario L.** Combining loss of a transmitting array due to phase errors. The Interplanetary Network Progress Report, November 2008, pp. 42–175.
11. **Ghanadi M.** A new compact broadband radial power combiner. Dr.–Ing. Dissertation. Technischen Universität Berlin, 2012.
12. **Song K., Fan1 Y., Zhou X.** Broadband radial waveguide power amplifier using a spatial power combining technique. IET Microwave Antennas Propag., 2009, vol. 3, iss. 8, pp. 1179–1185.