

УДК 621.396

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СРЕДСТВ РАДИОСВЯЗИ В ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

Е.И. ГРИГОРЬЕВА

В статье предложена и обоснована модель для описания процесса изменения качества функционирования средств радиосвязи при воздействии помех в виде дискретного полумарковского процесса, характеристики которого определяются характеристиками воздействующих помех. Разработана методика расчета показателей надежности и эффективности функционирования средств радиосвязи с использованием данной модели при воздействии помех и технического состояния приемопередающих средств. Изложенный подход к определению основной характеристики надежности канала авиационной радиосвязи позволяет более достоверно определить его надежность в реальных условиях эксплуатации.

Ключевые слова: помехи, радиосвязь, надежность, сигнал.

ВВЕДЕНИЕ

Для обеспечения безопасности и регулярности воздушного движения важнейшими условиями являются высокое качество функционирования каналов связи и ее правильная организация. Анализ воздействующих на средства радиосвязи помех показал, что к ухудшению их качества функционирования приводят в основном помехи от сеансных средств радиосвязи [1].

При работе средств радиосвязи в комплексе уровень помех на входе радиоприемных устройств, а значит и качество их функционирования, определяется набором работающих на излучение радиопередающих устройств и изменяется во времени.

Для расчета показателей надежности средств радиосвязи необходимо в первую очередь формализовать процесс изменения качества его функционирования.

Известно, что основными источниками взаимных помех в каналах авиационной радиосвязи являются помехи, обусловленные функционированием однотипных радиосредств, и что функционирование средств связи в гражданской авиации осуществляется не непрерывно, а в отдельные моменты времени, называемые сеансами радиосвязи. В связи с этим качество функционирования канала радиосвязи изменяется во времени и в каждый момент определяется набором работающих на излучение передающих устройств – источников помех [2].

Рассмотрим комплекс средств радиосвязи, состоящий из $n+1$ радиоканалов, функционирующих независимо друг от друга. Для каждого из радиоприемных устройств, входящих в комплекс, n радиопередающих устройств являются потенциальными источниками помех и одно – источником полезного сигнала. Процесс включения и выключения i -го радиопередающего устройства на излучение может быть описан случайным импульсным потоком $\xi_i(t)$, длительность импульса в котором $\tau \frac{1}{i}$ соответствует длительности работы i -го радиопередающего

устройства на излучение, а длительность интервалов между импульсами $\tau \frac{0}{i}$ – длительности пауз в его работе.

Суммарный процесс, представляющий собой суперпозицию потоков $\xi_i(t)$ ($i = \overline{1, n}$), является дискретным полумарковским процессом [3] с непрерывным временем. Каждому состоянию суммарного процесса, характеризующемуся определенным набором включенных и выключенных передающих устройств, можно поставить в соответствие определенное состояние процесса изменения отношения сигнал/шум + помеха на входе радиоприемного устройства $q(t)$.

То есть $q(t)$ также является дискретным полумарковским процессом. В свою очередь, при известных частотно-энергетических характеристиках каждого i -го излучения на входе радиоприемного устройства и параметра последнего, характеризующих его восприимчивость к помехам данного вида, для каждого состояния процесса $q(t)$ может быть определено качество функционирования рассматриваемого канала связи, то есть отношение сигнал/шум + помеха на его выходе. Таким образом, изменение качества функционирования канала авиационной радиосвязи во времени при прочих равных условиях определяется статистическими характеристиками потоков $\xi(t)$ воздействующих помех.

На практике достаточно просто могут быть получены функции распределения $F_i^1(t), F_i^0(t)$ длительностей $t \frac{1}{i}$ – импульсов и пауз $t \frac{0}{i}$ – потоков $\xi_i(t)$ [4, 5, 3]:

$$F_i^s = P\{\tau_i^s \leq t\}, \text{ при } s = 0, 1.$$

Если $F \frac{s}{i}(t)$ – экспоненциальна, то потоки $\xi_i(t)$ и процесс $q(t)$ являются дискретными марковскими процессами [6].

Как показано в [6], гипотеза об экспоненциальном распределении длительности сеанса в каналах авиационной воздушной связи не всегда оправдана.

По известному соответствию между состояниями процесса $q(t)$ и качеством функционирования канала связи все множество состояний K может быть разбито на два непересекающихся подмножества K_0 и K_i , качество функционирования в которых ниже и выше допустимого уровня. Соответственно определим указанные подмножества как отказ канала радиосвязи, обусловленный воздействием помех и как область работоспособных состояний.

Анализ характеристик пребывания полумарковского процесса в подмножестве состояния является основой при определении показателей надежности систем. В связи с этим приведем краткие сведения из теории полумарковских процессов [6, 3].

Полумарковский процесс $q(t)$ полностью задается матрицей одношаговых вероятностей перехода π_{ij} и матрицей функций распределения $\{F_{ij}(t)\}$ [6]. Элемент последней представляет собой функцию распределения случайного времени τ_{ij} пребывания процесса $q(t)$ в i -м состоянии при условии, что следующим будет переход в состояние j (рис. 1).

Основной задачей в анализе полумарковских процессов является вычисление вероятностей состояний. Пусть $\phi_{ij}(t)$ есть условная вероятность того, что в момент времени t процесс $q(t)$ находится в состоянии j , если в момент времени $t_0 = 0$ он занимал i -е состояние. В литературе $\phi_{ij}(t)$ называется интервально-переходной вероятностью, которая определяется из решения уравнения

$$\phi_{ij}(t) = \delta_{ij} \psi_i(t) + \sum_{k=1}^k \pi_{ik} \int_0^t f_{ik}(\tau) \phi_{kj}(t - \tau) d\tau, \tag{1}$$

где δ_{ij} – символ Кронекера

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{при } i = j \\ 0, & \text{при } i \neq j \end{cases}$$

$$\psi_i(t) = 1 - \sum_{j=1}^k \pi_{ij} F_{ij}(t)$$

Хотя аппарат теории полумарковских процессов в достаточной степени разработан, т. е. разработаны методы решения уравнений марковского восстановления (1), исследованы стационарное поведение этих решений и методы определения по ним характеристик надежности систем, вопросам задания полумарковского процесса по статистическим характеристикам импульсных потоков $\xi_i(t)$, его образующих, внимания уделяется крайне мало. В нашей постановке задачи этот вопрос является весьма существенным, т. к. позволяет по функциям распределения времен $t \frac{S}{i}$ переключения отдельных передающих средств $F \frac{S}{i}(t)$ задать полумарковский процесс $q(t)$ и, следовательно, получить характеристики надежности радиоканала. Остановимся на этом вопросе подробнее.

Как видно из уравнений (1), процесс может быть задан матрицей

$$Q_{ij}(t) = \{ \pi_{ij} F_{ij}(t) \}, \text{ при } l \leq i, j \leq K, \tag{2}$$

называемой иногда полумарковским ядром. Элемент $Q_{kl}(t)$ определяется как вероятность перехода процесса $q(t)$ в состояние l за время, меньшее или равное t , при условии, что процесс находится в K -м состоянии. Для упрощения способа получения матрицы $Q_{kl}(t)$ по функциям распределения $F \frac{S}{i}(t)$, состояния процесса целесообразно задавать с учетом номера потока, за счет которого произошел переход в данное состояние. Общее число состояний процесса $q(t)$ в этом случае равно $k = n \cdot 2^n$.

Предположим, что в некоторый момент времени, при смене состояния в потоке $\xi_i(t)$, происходит переход процесса $q(t)$ в состояние (рис. 2). Далее в течение времени τ , никаких изменений в потоках $\xi_i(t)$, ($i = 1, n$), а поэтому и в процессе $q(t)$, не происходит. По истечении времени при смене состояния в потоке $\xi_2(t)$ процесс $q(t)$ переходит в состояние 1. По определению элемент $Q_{kl}(t)$ вычисляется как совместная вероятность двух событий:

$\tau_{ki} \leq 1$ и события, заключающегося в переходе на следующем шаге в состояние 1 при условии, что в данный момент имеет место k -е состояние. Последнее (рис. 2) статистически эквивалентно событию $\tau_r^s < \tau_{\min}$,

где $\tau_{\min} = \min(\tau_1^{*s}, \dots, \tau_{i-1}^{*s}, \tau_i^{*s}, \tau_{i+1}^{*s}, \dots, \tau_{n-1}^{*s}, \tau_n^{*s})$,

τ_{ij}^{*s} – промежуток времени с момента перехода в состояние до ближайшего момента перехода в другое состояние в потоке $\xi_i(t)$. Так как τ_r^{*s} , для $Q_{kl}(t)$ можем записать

$$Q_{kl}(t) = P\{ \tau_r^{*s} < t, \tau_r^{*s} < \tau_{\min} \}. \tag{3}$$

Таким образом, получение $Q_{kl}(t)$ сводится к задаче определения вероятности превышения одной случайной величиной значения другой при наложенных ограничениях на

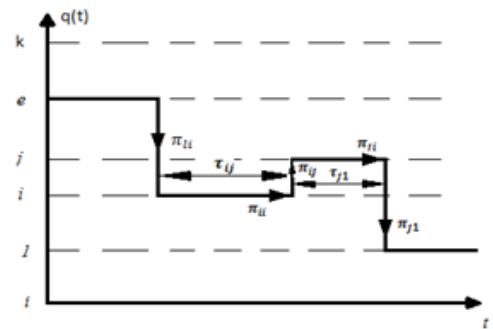


Рис. 1

первую. Если функции распределения случайных величин τ_r^{*s} и τ_{\min} известны, (3) запишется в виде

$$Q_{kl}(t) = \int_0^t \frac{dF_r^*(\tau)}{d\tau} \overline{F_{\min}(\tau)} d\tau, \tag{4}$$

где $\overline{F_{\min}(\tau)}$ – обратная функция распределения времени τ_{\min} .

Используя известный результат [3] относительно функции распределения минимальной из независимых величин, получим

$$\overline{F_{\min}(\tau)} = [1 - F_i^s(\tau)] \prod_{j=1}^n [1 - F_i^{*s}(\tau)] d\tau. \tag{5}$$

Функции распределения $F_i^{*s}(t)$ случайных времен τ_j^{*s} легко находятся по известным $F_i^s(t)$. Действительно, так как потоки $\sum_i(t)$ независимы, для функции распределения $F_j^s(t)$ прямого времени возвращения τ_j^{*s} можем записать [3]

$$F_j^{*s}(\tau) = \frac{1}{\tau_j^*} \int_0^{\tau_j^*} [1 - F_i^s(\tau)] \prod_{j=1}^n [1 - F_i^{*s}(\tau)] d\tau. \tag{6}$$

Подставляя отношения (5) и (6) в (4), получим искомый элемент полумарковского ядра. Отметим [3, 5], что переходные одношаговые вероятности $\{\pi_{ij}\}$ цепи Маркова равны $\pi_{ij} = \lim_{i \rightarrow \infty} Q_{ij}(t)$, а функции распределения условных времен τ_{ij} пребывания в состояниях – $F_{ij}(t) = \frac{Q_{ij}(t)}{\pi_{ij}}$.

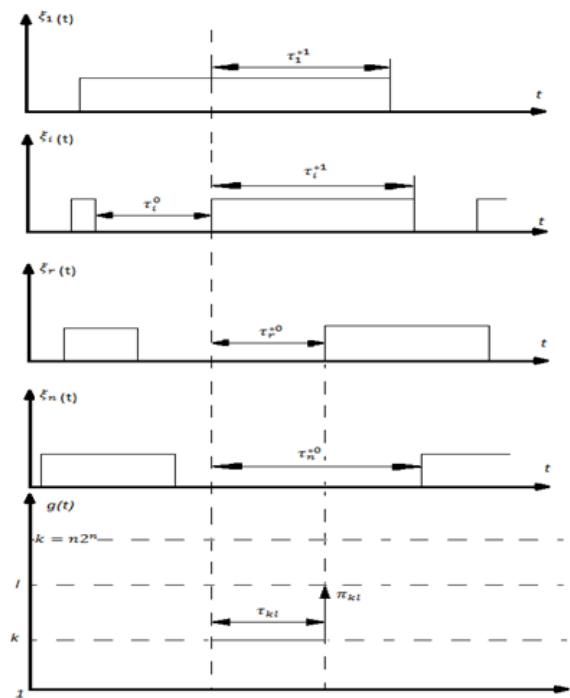


Рис. 2

Как указывалось, элементы $Q_{ij}(t)$ полумарковского ядра входят в уравнения Марковского восстановления, а их решение позволяет определить характеристики надежности радиоканала по отказам, обусловленным влиянием помех.

В подавляющем большинстве случаев отказы канала связи за счет воздействия помех являются самоустраняющимися. С этих позиций надежность канала радиосвязи характеризуется основным показателем надежности восстанавливаемых систем – функцией готовности, которую можно определить следующим образом.

Предположим, что в начальный момент времени процесс $q(t)$ находился в i -м состоянии. Тогда, в момент времени t он будет находиться в одном из состояний j , принадлежащего подмножеству работоспособных состояний K , с вероятностью

$$\sum_{j \in k} \varphi_{ij}(t).$$

Если задать вероятности P_i^0 начальных состояний, для функции готовности можем записать:

$$G_n(t) = \sum_{i=1}^k P_i^0 \sum_{j \in k} \phi_{ij}(t). \quad (7)$$

При $t \rightarrow \infty$ функция готовности стремится к своему установившемуся значению – коэффициенту готовности K_{zn} . С учетом очевидного соотношения

$$\sum_{i=1}^k P_i^0 = 1 \text{ получим } K_{zn} = \sum_{j \in k} \phi_{ij}(t),$$

где $\phi_j = \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_{ij}(t)$ – финальные интервально-переходные вероятности, которые определяют как

$$\phi_i = P_j \langle T_j \rangle \left[\sum_{j=1}^k P_j \langle T_j \rangle \right], \quad (8)$$

где $\langle T_j \rangle$ – среднее значение безусловного времени пребывания в j -м состоянии

$$\langle T_j \rangle = \int_0^{\infty} \left[1 - \sum_{i=1}^k Q_{ji} \right] dt P_j,$$

P_j – финальные вероятности вложенной цепи Маркова, определяющиеся решением системы алгебраических уравнений: $P_j = \sum_{i=1}^k P_i \pi_{ij}$.

Следовательно, для коэффициента готовности получим:

$$K_{zn} = \frac{\sum_{j \in k} P_j \langle T_j \rangle}{\sum_{j=1}^k P_j \langle T_j \rangle}. \quad (9)$$

Полученные выражения для функции готовности и коэффициента готовности характеризуют надежность канала радиосвязи только с учетом отказов, вызванных воздействием помех. Приемопередающие средства, входящие в состав радиоканала, являются восстанавливаемыми устройствами, и их надежность с точки зрения необратимых отказов также характеризуется функцией или коэффициентом готовности. Сопоставимость показателей (7) и (9) с используемыми в настоящее время показателями надежности (учитывающих только отказы, вызванные изменениями параметров приемопередающих средств) позволяет комплексно характеризовать надежность радиоканала с учетом двух видов отказов. Так как отказы радиоканала, обусловленные влиянием помех, и отказы, вызванные изменением технического состояния средств, являются независимыми для функции готовности, учитывающей оба вида отказов, можем записать

$$G = G_n(t) \cdot G_m(t), \quad (10)$$

где $G(t)$ – функция готовности, учитывающая отказы, вызванные изменениями параметров приемопередающих средств. Соответственно:

$$K_g = K_{gn} \cdot K_{gm}.$$

ВЫВОДЫ

Таким образом, изложенный подход к определению основной характеристики надежности канала авиационной радиосвязи позволяет более достоверно определить его надежность в реальных условиях эксплуатации. Полученные результаты позволяют сформулировать следующие выводы.

1. Формализация процесса изменения качества функционирования позволяет использовать разработанный аппарат теории полумарковских процессов для анализа надежности средств связи по отказам, обусловленным влиянием взаимных помех в комплексе РЭС.

2. Надежность средств радиосвязи по обусловленным воздействием помех отказам, может характеризоваться такими традиционно используемыми показателями, как функция и коэффициент готовности.

3. Рассчитываемые с использованием данной модели показатели надежности средств по отказам за счет влияния помех являются сопоставимыми с используемыми в настоящее время, что позволяет получить комплексную оценку надежности каналов радиосвязи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соломенцев В.В., Федотова Т.Н., Игнатенко О.А. Функциональная модель надежности КС А УВД // Гражданская авиация на современном этапе развития науки, техники и общества. Тезисы докладов МНТК. М.: МГТУ ГА, 2003. 278 с.

2. Бабанов Ю.Н., Силин А.В. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных систем. Горький: ГГУ, 1976. 76 с.

3. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности системы. Киев: Наукова думка, 1982. 236 с.

4. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их приложения. Киев: Наукова думка, 1976. 182 с.

5. Королюк В.С., Томусьяк А.А. Описание функционирования резервированных систем посредством полумарковских процессов. М.: Кибернетика, 1965. 55 с.

6. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Сов. Радио, 1977. 488 с.

MATHEMATICAL MODEL FOR ASSESSING THE QUALITY OF THE RADIO COMMUNICATION AIDS OPERATION IN CIVIL AVIATION

Grigorieva E.I.

The model for assessing radio communication aids reliability in the form of discrete semi-Markovian process which characteristics are determined by the characteristics of acting interferences is offered and justified in the article. The method of calculating the reliability indexes of the radio communication aids operation with consideration of interference effects and the technical condition of transceiver facilities has been worked out.

Key words: radio communication, reliability, signal, interferences.

REFERENCES

1. **Solomentsev V.V., Fedorova T.N., Ignatenko O.A.** Functional model of reliability A COP ATC. Civil aviation at the present stage of development of science, technology and society. Abstracts of the IRTC. M.: MSTUCA, 2003. 278 p.
2. **Babanov Y.N., Silin A.V.** Electromagnetic compatibility of electronic systems. Gorky: GSU, 1976. 76 p.
3. **Koroljuk B.C., Turbin A.F.** Markov renewal processes in problems of reliability of the system. Kiev: Naukova Dumka, 1982. 236 p.
4. **Koroljuk B.C., Turbin A.F.** Semi-Markov processes and their applications. Kiev: Naukova Dumka, 1976. 182 p.
5. **Koroljuk B.C., Tomusyak A.A.** Functional redundant systems via semi-Markov processes. M.: Science, 1965. 55 p.
6. **Tikhonov V.I., Mironov M.A.** Markov processes. M.: Sov. Radio, 1977. 488 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Григорьева Елена Ивановна, старший преподаватель кафедры управления воздушным движением и навигации ФГБОУ ВО «УИ ГА им. Главного маршала авиации Б.П. Бугаева». 25_grig@mail.ru.