УДК 336.274

АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ДОСРОЧНОГО ПОГАШЕНИЯ ДОЛГА В ОБОБЩЕННЫХ КРЕДИТНЫХ СДЕЛКАХ

Ю.Ф. КАСИМОВ, А.Н. КОЛЕСНИКОВ

Работа посвящена анализу моделей досрочного погашения долга в многопериодных кредитных сделках. Рассматривается одна из наиболее распространенных схем пересчета невыплаченных процентов при досрочном погашении, так называемое правило 78. Показана связь этого правила с линейной аппроксимацией точной величины погашаемого долга. Приведен анализ максимального избытка выплачиваемых процентов по правилу 78. Показана зависимость эффективной доходности погашения по правилу 78 от момента досрочного погашения.

Ключевые слова: Обобщенные кредитные сделки, досрочное погашение долга, погасительный поток платежей, правило 78.

Цель работы – рассмотреть вопросы, возникающие при досрочном погашении долга в кредитных сделках, в которых исходный долг погашается серией погасительных платежей. Такая ситуация возникает, например, в случае рефинансирования ипотечного кредита. Основной проблемой в таких случаях является определение окончательного погасительного платежа. Этот платеж должен включать как невыплаченный остаток долга, так и, возможно, некоторые дополнительные платежи, такие как штраф за досрочное погашение, комиссию за закрытие сделки и т.п. В работе рассматриваются вопросы досрочного погашения для схем равномерной амортизации (схем погашения с постоянными погасительными платежами) с различными правилами определения заключительного погасительного платежа, в частности, в соответствии с так называемым «правилом 78».

Схема с постоянными предполагает, что единовременно выданная сумма кредита P погашается регулярными и постоянными по величине платежами $C_k = C$. Такая кредитная сделка может быть представлена (с учетом знаков) потоком платежей

$$\boldsymbol{CF} = \{(t_0, -P), (t_1, C_1), (t_2, C_2), \ldots, (t_n, C_n).$$

Здесь моменты времени, $t_0, t_1, \ldots, t_n$, заданы в годовой шкале $\mathbf{T}$. При этом $T = t_n - t_0$ – срок сделки в годах, $h = t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = \ldots = t_n - t_{n-1}$ – постоянный погасительный период. В силу постоянства погасительного периода удобно перейти к шкале $\mathbf{T}_h$ погасительных периодов, в которой единицей времени служит погасительный период h. Поток платежей в этом случае будем обозначать $\boldsymbol{CF_h}$**:**

$$\boldsymbol{CF_h} = \{(0, -P), (1, C_1), (2, C_2), \ldots, (n, C_n)\}.$$

В шкале $\mathbf{T}_h$ срок сделки равен числу погасительных периодов или, что то же самое, общему числу платежей n, где

$$n = T \cdot f\,,\ \ f = \frac{1}{h}\,,$$

где f – *кратность* погасительных платежей в году.

Заметим, что в целом никаких других параметров сделки знать не нужно, т.к. поток платежей $\boldsymbol{CF}$ ($\boldsymbol{CF_h}$) полностью описывает сделку. В частности, не нужны упоминания о ставках, моделях погашения и т.п. Иными словами, если должник полностью и в указанные сроки выплачивает погасительные платежи, то не должно возникать никаких вопросов. Последний платеж $C_n = C$ полностью закрывает сделку.

На практике же кредитор, как правило, отслеживает погашение кредита, открывая должнику ссудный счет, на котором регулярно вычисляется текущее сальдо долга, уплаченные проценты и т.п. Эти операции становятся возможными только в рамках конкретной схемы погашения с указанием процентных ставок, правил начисления процентов и разложения платежей на основную и процентную части. Это становится необходимым в случае любых изменений исходного кредитного договора, досрочного погашения, рефинансирования и т.п. Более того, сам размер платежей, как правило, определяется исходя из выбранной модели погашения и заданной ставки.

В погасительных схемах исходными *модельными* параметрами являются нормированные (*годовые*) процентные ставки: номинальная $i^{(f)}$ или эффективная i_{ef}, связанные между собой соотношениями [1, 2]:

$$i^{(f)} = f\left[(1+i_{ef})^{1/f} - 1\right] \text{ и } i_{ef} = \left(1+\frac{i^{(f)}}{f}\right)^f - 1.$$

Кратность начисления f процентов номинальной ставки $i^{(f)}$, как правило, выбирается равной числу погасительных платежей в году. При работе в шкале погасительных периодов $\mathbf{T}_h$ удобней работать со ставкой i_h за погасительный период h, т.е. с *фактической* ставкой начисления процентов:

$$i_h = \frac{i^{(f)}}{f}, \quad i_h = (1+i_{ef})^h - 1.$$

Перейдем теперь к детальному анализу рассмотренной схемы погашения. В качестве базовой модели будем использовать стандартную модель равномерного погашения долга в схеме сложных процентов [1, 2].

Общая сумма L всех погасительных платежей равна, очевидно, $L = nC$, так что полная сумма выплаченных процентов $I_n = L - P = nC - P$. Отношение

$$r_T = \frac{I_n}{P}$$

называют *процентной ставкой за период сделки*. Эту ставку обычно нормируют, приводя ее либо к году, либо к погасительному периоду

$$j_h = \frac{r_T}{n}.$$

Важно понимать, что все эти ставки определены инвариантно, т.е. они не зависят от выбора модели погашения и определяются для любого потока погасительных платежей. Эти ставки играют определяющую роль в так называемом потребительском кредите, мы ниже их будем называть потребительскими ставками годовой – $j_{пр}$ и за погасительный период – j_h. В частности, они используются в схемах краткосрочной равномерной амортизации, что приводит часто к недоразумениям при рассмотрении их в рамках стандартной модели равномерной амортизации в схеме сложных процентов.

В стандартных схемах равномерной амортизации долга используются нормированные номинальная $i^{(f)}$ или эффективная i_{ef} модельные ставки, о которых говорилось выше. В этих схемах величину погасительных платежей можно найти из уравнения баланса [2]

$$FV_n\,(\boldsymbol{CF}_n) = 0$$

или

$$P(1+i_h)^n = C\frac{(1+i_h)^n - 1}{i_h},$$

откуда получаем

$$C = P\cdot i_h\frac{a^n}{a^n - 1}, \tag{1}$$

где $a = 1 + i_h$ – это коэффициент роста (множитель наращения). Аналогично, приводя k первых выплаченных платежей и сумму основного долга P к моменту k ($1 \le k \le n$), получим

$$S_k = -P\cdot a^k + C\frac{a^k - 1}{i_h}.$$

После элементарных преобразований имеем

$$S_k = -P\frac{a^n - a^k}{a^n - 1}, \tag{2}$$

где S_k представляет собой сальдо (остаток) кредитного счета в момент k, т.е. после k платежей.

Задание модельных ставок позволяет решить задачу декомпозиции – разложения для любого момента k погасительного платежа C_k на основную и процентную части:

$$C = C_k = C_k^{осн} + C_k^{пр}.$$

Процентный платеж для любого момента k представляет собой сумму процентов за k-й погасительный период, начисленных на остаток счета S_{k-1} в момент $k - 1$, т.е.

$$C_k^{пр} = S_{k-1}\cdot i_h. \tag{3}$$

Подставляя выражение (2), получаем

$$C_k^{пр} = P \cdot i_h \frac{a^n - a^{k-1}}{a^n - 1}. \quad (4)$$

Основная часть погасительного платежа находится из очевидного соотношения

$$C_k^{осн} = C - C_k^{пр}.$$

Подставляя выражения (1) и (4), получаем

$$C_k^{осн} = P \cdot i_h \frac{a^{k-1}}{a^n - 1}. \quad (5)$$

С помощью приведенных формул по величине кредита *P,* срока кредита *T* и процентной ставке *i* можно составить график погашения долга. С практической точки зрения представляет интерес сумма всех выплаченных по кредиту процентов, т.е. величина I_n – стоимость кредита в денежном выражении.

Эта величина была найдена нами ранее из очевидного соотношения

$$I_n = n \cdot C - P.$$

Подставляя выражение (1) и выполняя преобразования, получим

$$I_n = P \frac{(n \cdot i_h - 1)a^n + 1}{a^n - 1}.$$

Для дальнейшего удобно разделить числитель и знаменатель на a^n, что дает

$$I_n = P \cdot \frac{n \cdot i_h - 1 + a^{-n}}{1 - a^{-n}}. \quad (6)$$

Если общее число платежей по кредиту *n*, а последний выполненный платеж имеет номер *k*, то, очевидно, число оставшихся невыплаченных платежей будет $m = n - k$. Поэтому если по каким-то причинам заемщик хочет после *k*-го выплаченного платежа полностью погасить кредит (*досрочное погашение долга), то в рамках стандартной модели* ему необходимо выплатить *только* сумму S_k. Выражая (2) через число оставшихся невыплаченных платежей *m*, получим

$$S_k = -P \cdot \frac{1 - a^{-m}}{1 - a^{-n}}. \quad (7)$$

Это и есть точная сумма, которую должен выплатить заемщик при досрочном погашении долга (*m* невыплаченных платежей).

Однако, с точки зрения кредитора, досрочное погашение долга – процедура нежелательная, поскольку кредитор теряет проценты, которые он мог бы получать в случае полного погашения долга в соответствии с первоначальным контрактом. Поэтому для заемщика она часто бывает связана с различными штрафными санкциями.

Кроме санкций, предусмотренных контрактом, кредитор часто пытается «наказать» заемщика специальным расчетом суммы S_k. Крайним, но в настоящее время почти не встречающимся способом, является требование выплатить всю сумму невыплаченных платежей, т.е. величину $m \cdot C$. Такая процедура вообще не учитывает временную стоимость денег.

Поэтому кредитор может вернуть заемщику разницу между тем, что заемщик заплатил, и тем, что он должен был выплатить согласно (7). Эту возвращаемую сумму денег обозначим через B_m, т.е.

$$B_m = m \cdot C - S_k.$$

Подставляя выражения (1), (7) и выполняя элементарные преобразования, имеем

$$B_m = P \cdot \frac{m \cdot i_h - 1 + a^{-m}}{1 - a^{-n}}. \tag{8}$$

Для дальнейшего удобно ввести коэффициент X_m, который представляет собой отношение возвращаемой суммы процентов B_m к полной сумме выплачиваемых по кредиту процентов I_n

$$X_m = B_m / I_n .$$

Подставляя выражения (6) и (8), получим

$$X_m = \frac{m \cdot i_h - 1 + a^{-m}}{m \cdot i_h - 1 + a^{-n}}. \tag{9}$$

На практике именно с помощью коэффициента X_m рассчитывается возвращаемая сумма процентов B_m.

Разумеется, результат такого расчета будет тождествен вычислению остатка кредитного счета по формуле (2). Все дело в том, что вместо точной формулы (9) в практических вычислениях часто используются приближенные формулы для расчета коэффициента X_m. К выводу этих формул мы сейчас и перейдем.

Выражение (2) показывает, что остаток счета S_k нелинейно зависит от номера платежа k. Приближенный метод расчета по так называемому «правилу 78» позволяет избавиться от этой нелинейности. В этом правиле принимается, что процентная часть погасительного платежа, в отличие от (4), линейно уменьшается с ростом номера платежа k [3].

Если кредит погашается n одинаковыми по величине погасительными платежами C, то текущий баланс (состояние ссудного счета) в начальный момент времени будет $n \cdot C$. Временная стоимость денег не учитывается. Для последующих моментов времени $k = 1, 2, \ldots, n$ (соответственно, $m = n - 1, n - 2, \ldots$) текущий баланс будет составлять $(n - 1)C$, $(n - 2)C, \ldots$. По аналогии с соотношением (3) можно предположить, что процентная часть погасительного платежа в момент k пропорциональна текущему балансу в предыдущий момент времени $k - 1$, т.е.

$$C_k^{np} = \alpha \cdot S_{k-1} = \alpha \cdot (n - (k-1) \cdot C = \alpha \cdot (n - i + 1) \cdot C ,$$

где α – некий коэффициент пропорциональности. При этих предположениях сумма всех процентных платежей составит

$$I_n = \sum_{i=1}^{n} C_i^{np} = \alpha \cdot C \cdot \sum_{i=1}^{n} (n-(k-1)) = \alpha \cdot n(n+1)/2 .$$

Если же после k-го выплаченного платежа кредит погашается, то оставшаяся сумма процентных платежей $B_m^{'}$ ($m = n - k$) будет

$$B_m^{'} = \alpha \cdot C \cdot \sum_{j=k+1}^{n} (n-(j-1)) = \alpha \cdot m(m+1)/2 .$$

Обозначим для правила 78 отношение возвращаемой суммы процентов $B_m^{'}$ к полной сумме выплачиваемых по кредиту процентов I_n через $X_m^{'}$. Тогда

$$X_m^{'} = \frac{B_m^{'}}{I_n} = \frac{m(m+1)}{n(n+1)} . \qquad (10)$$

Это линейный аналог формулы (9), который следует из приближенного вычисления по «правилу 78» [3, 4]. Название «правило 78» берет свое начало из приближенного расчета годовых кредитов с ежемесячным погашением долга. В этом случае общее число платежей n = 12 и сумма порядковых номеров месяцев и дает число 78:

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 11 + 12 = 78.$$

Формулу (10) можно также получить непосредственно из формулы (9), используя биномиальное разложение степенной функции и деля разложение для $B_m^{'}$ на разложение I_n. В итоге получим соотношение

$$X_m = \lambda \cdot \frac{m(m+1)}{n(n+1)} = \lambda \cdot X_m^{'} .$$

Если в разложении сохранить только линейные относительно i_h члены, то для корректирующего множителя λ получим приближение

$$\lambda = 1 + (n-m)\frac{i_h}{3} . \qquad (11)$$

Из формулы (11) ясно, что в нулевом приближении относительно i_h коэффициенты X_m и $X_m^{'}$ совпадают.

Пример 1. Заем в 1 000 000 руб., выданный на два года, погашается ежемесячными и одинаковыми по величине платежами. Годовая процентная ставка задана как номинальная ставка с ежемесячным начислением и равна 18 %. Через десять месяцев заемщик досрочно погашает долг. Какую дополнительную сумму денег должен будет выплатить заемщик, если расчет ведется с помощью правила 78?

Общее число платежей $n = 24$, а момент, когда заемщик досрочно погашает долг, $k = 10$. Соответственно, $m = 14$. Так как процентная ставка задана как номинальная, то месячная ставка начисления составит $i_h = 0{,}015$ (в десятичных дробях).

Используя приведенные выше формулы, находим.

Ежемесячные платежи	$C = 49\,924{,}10$ руб.,
Сумма всех процентных выплат	$I_n = 198\,178{,}45$ руб.,
Коэффициент возврата процентов	$X_m = 0{,}3669438906$,
Коэффициент по правилу 78	$X'_m = 0{,}035000000$,
Возвращаемая сумма процентов	$B_m = 72\,720{,}37$ руб.,
Возвращаемая сумма по правилу 78	$B'_m = 69\,362{,}46$ руб.

Таким образом, если расчет ведется с помощью правила 78, то заемщик понесет дополнительные убытки в размере 3 357, 91 руб. Относительная погрешность составит

$$\delta = \frac{\left|B'_m - B_m\right|}{B_m} = 0{,}0462 \text{ или } 4{,}62\ \%.$$

Численные данные, приведенные в примере 1, являются типичными при автокредитовании. С этой точки зрения полученная точность вычислений, наверное, является приемлемой.

Пример 2. Заем в 10 000 000 руб., выданный на двадцать пять лет, погашается ежемесячными и одинаковыми по величине платежами. Годовая процентная ставка задана как номинальная ставка с ежемесячным начислением и равна 12 %. Через десять лет заемщик досрочно погашает долг. Определить сумму, которую дополнительно заплатит заемщик, если расчет ведется с помощью правила 78.

Общее число платежей $n = 300$, а момент, когда заемщик досрочно погашает долг – $k = 10$. Соответственно, $m = 180$. Месячная ставка начисления составит $i_h = 0{,}01$ (в десятичных дробях).

Приведенные данные являются типичными при приобретении недвижимости (ипотека). Как и в примере 1, находим.

Ежемесячные платежи	$C = 105\,322{,}41$ руб.
Сумма всех процентных выплат	$I_n = 21\,596\,724{,}27$ руб.
Коэффициент возврата процентов	$X_m = 0{,}4714787125$
Коэффициент по правилу 78	$X'_m = 0{,}3607973422$
Возвращаемая сумма процентов	$B_m = 10\,182\,395{,}75$ руб.
Возвращаемая сумма по правилу 78	$B'_m = 7\,793\,040{,}72$ руб.

Применение при расчете правила 78 приводит для заемщика к дополнительным затратам в размере 2 390 355,03 руб. Разумеется, переплата более чем двух с половиной миллионов рублей совершенно неприемлема. Также недопустимо велика относительная погрешность.

$$\delta = \frac{2390355{,}03}{10182395{,}75} = 0{,}2348 \text{ или } 23{,}48\ \%.$$

Приведенные примеры противоречат распространенному мнению, что «правило 78» является достаточно хорошим приближением для ведения расчетов. Очевидно, ошибка, возникающая при расчетах, связана с разницей между точным коэффициентом возврата процентов X_m и его приближенным значением по правилу 78 X'_m, т.е. с разностью

$$\Delta = X_m - X_m^{'} . \qquad (12)$$

Подставляя в (12) выражения (9) и (10), получим

$$\Delta(m,n,i_h) = \frac{m \cdot i_h - 1 + a^{-m}}{m \cdot i_h - 1 + a^{-n}} - \frac{m(m+1)}{n(n+1)} . \qquad (13)$$

Для дальнейшего удобно представить число оставшихся платежей m (после выплаты k платежей) в относительном виде

$$m = w \cdot n, \text{ где } 0 \le w \le 1.$$

Тогда формула (13) примет вид

$$\Delta(m,n,i_h) = \frac{w \cdot n \cdot i_h - 1 + a^{-w \cdot n}}{m \cdot i_h - 1 + a^{-n}} - \frac{w \cdot n(w \cdot n + 1)}{n(n+1)} . \qquad (14)$$

Из выражения (13) следует, что при $w = 0$ и $w = 1$ (кредит досрочно погашается, когда срок кредита истек или сразу после взятия) ошибка Δ обращается в нуль:

$$\Delta(0,n,i_h) = \Delta(1,n,i_h) = 0 .$$

Разумеется, практический интерес представляет ситуация, когда $w \neq 0$, и $w \neq 1$, и когда функция $\Delta(m,n,i_h)$ непрерывна и однозначна.

На рис. 1 представлена зависимость $\Delta(m,n,i_h)$ от срока до погашения w для различных значений n (полный срок кредита в месяцах) при месячной процентной ставке i_h = 1%.

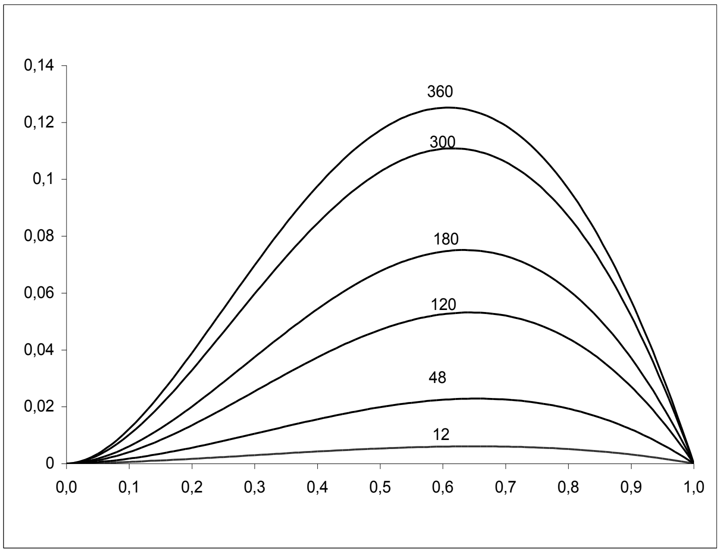

Рис. 1. Графики функций $\Delta(m,n,i_n)$ для различных значений m

Графики, приведенные на рис. 1, позволяют сделать несколько выводов.

1. Точность, связанная с использованием правила 78, падает с ростом общего числа платежей n.

2. Так же отрицательно влияет на точность рост процентной ставки.

3. Наихудший результат при использовании правила 78 имеет место, когда момент досрочного погашения долга отстоит приблизительно на 40 % от начала кредита (w = 0,6).

Таким образом, использование правила 78 накладывает на заемщика при досрочном погашении долга дополнительные денежные расходы. Эти дополнительные траты можно было бы интерпретировать как своего рода «штраф». Однако с точки зрения кредитора этот «штраф» должен равномерно уменьшаться с ростом k (уменьшения w), т.е. чем ближе к сроку окончания кредита погашается долг, тем меньше должен быть «штраф». Форма же кривых, представленных на рис. 1, явно имеет колоколообразную форму. Все это приводит к выводу, что правило 78 обеспечивает приемлемую точность расчетов при досрочном погашении долга только для непродолжительных кредитов (один-два года) и небольших процентных ставок. Если эти условия не соблюдаются, то заемщик может нести значительные дополнительные потери.

Запишем в явном виде дополнительные штрафные санкции, связанные с применением правила 78. В денежном выражении они имеют вид

$$E = \Delta \cdot I_n = (X_m - X_m^{'}) \cdot I_n. \tag{15}$$

Подставляя (6), (9) и (10), после элементарных преобразований имеем

$$E = P\frac{m}{1-a^{-n}}\left(i_h - \frac{1-a^{-m}}{m} - \frac{m+1}{n(n+1)(n \cdot i_h + 1 + a^{-n})}\right). \tag{16}$$

Поскольку E согласно (15) линейно зависит от Δ, то зависимость E от m должна повторять зависимость Δ от w. Для того, чтобы убедиться в этом, возьмем производную от E по m и приравняем нулю. Это дает уравнение

$$i_h - a^{-m}\ln a - \frac{2m+1}{n(n+1)}(n \cdot i_h - 1 + a^{-n}) = 0. \tag{17}$$

Учитывая представление $m = w \cdot n$, уравнение (17) можно переписать в виде

$$i_h - a^{-w \cdot n}\ln a - \frac{2w \cdot n+1}{n(n+1)}(n \cdot i_h - 1 + a^{-n}) = 0. \tag{18}$$

Численно решая уравнение (18), можно найти значения w_0 и, соответственно, m_0, при которых функция E достигает максимума. То, что это именно максимум, видно из рис. 1, а также легко проверяется по знаку второй производной. В таблице 1 представлены значения $w_0 = m_0 / n$, при которых штрафные санкции E, связанные с применением правила 78, достигают максимума. Платежи ежемесячные.

Таблица 1

Общее число платежей n	Процентная ставка за период (месяц) i_h				
	0,5 %	1 %	1,5 %	2 %	2,5 %
12 (1 год)	0,6524	0,6512	0,6501	0,6489	0,6477
24 (2 года)	0,6576	0,6554	0,6531	0,6509	0,6487
48 (4 года)	0,6587	0,6543	0,6400	0,6457	0,6416
120 (10 лет)	0,6543	0,6437	0,6337	0,6243	0,6155
300 (25 лет)	0,6395	0,6163	0,5969	0,5812	0,5687

Из таблицы 1 видно, что для широкого диапазона номинальных годовых процентных ставок от 6 % до 30 % и сроков кредита от 1 года до 25 лет штрафные санкции E достигают максимума, в случае когда кредит досрочно погашается чуть раньше половины от общего срока кредита. Если быть точнее, то между 57 и 66 процентами от общего срока кредита.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Досрочное погашение долга – это соглашение, по которому заемщик выплачивает кредитору сумму денег, равную текущему балансу (состоянию ссудного счета). После этого дальнейшие регулярные платежи прекращаются и контракт завершается. На практике, однако, текущий баланс заранее не рассчитывается. Вместо этого заемщик выплачивает кредитору сумму всех оставшихся невыплаченных погасительных платежей. В свою очередь, кредитор возвращает заемщику часть этой суммы, равную сумме процентных платежей после момента досрочного погашения. Для расчета этой возвращаемой части (доли) часто применяется приближенное правило 78. Это правило сохранило свое первоначальное название и в тех случаях, когда общее число платежей n отлично от 12. Использование правила 78 отличается простотой и наглядностью. Коэффициент, на который умножается сумма всех невыплаченных платежей, представляет собой дробь. Числитель этой дроби – это сумма целых чисел от 1 до m, где m – число невыплаченных платежей. А знаменатель дроби – это сумма целых чисел от 1 до n, где n – полное число изначально предполагаемых платежей. Эта дробь (10) и представляет собой коэффициент, на который умножается сумма невыплаченных платежей.

Как было показано в настоящей статье, правило 78 дает удовлетворительные результаты, когда общее число платежей n порядка 12, а процентная ставка i_h порядка 1 %. Если общее число платежей n порядка 100 или более (ипотека), то с точки зрения точности правило 78 становится неудовлетворительным для заемщика. Следует отметить, что правила расчета в большинстве случаев определяет кредитор. Поэтому дополнительные денежные траты заемщика, связанные с применением правила 78, могут рассматриваться как дополнительные штрафные санкции при досрочном погашении долга. Однако величина этих штрафных санкций в денежном выражении достигает максимальных значений, когда кредит досрочно погашается между 57 и 66 процентами от общего срока кредита. Здравый же смысл подсказывает, что штрафные санкции, применяемые кредитором, должны быть тем больше, чем раньше происходит досрочное погашение долга.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Касимов Ю.Ф.** Финансовая математика. – М.: Юрайт, 2014. – 460 с.

2. **Бочаров П.П., Касимов Ю.Ф.** Финансовая математика. – М.: Физматлит, 2006. – 576 с.

3. **Biehler T.J.** Mathematics of Money Math for Business and Personal Finance Decisions. McGraw-Hill, 2008. – 690 p.

4. **Slater J.** Practical Business Math Procedures. McGraw-Hill, 2012. – 702 p.

ANALYSIS OF MODELS OF EARLY DEBT REPAYMENT IN THE GENERALIZED CREDIT TRANSACTIONS

Kasimov Y.F., Kolesnikov A.N.

This paper analyzes the patterns of early repayment in multi-period credit transactions. Considered one of the most common ways of conversion of unpaid interest for early repayment, so-called 78 rule. The relationship of this rule with the linear approximation of the exact value; redeemable debt is determined. The analysis of the maximum excess payment of interest on 78 rule. It has been shown how interest payment on 78 rule depended on the time of early repayment.

Early repayment of debt is an agreement under which the borrower pays to the lender amount of money equal to the current balance (as of loan account). Then further regular payments cease and the contract terminates. However, the amount of outstanding debt is determined by the structure of prescription charges. So in the uniform schemes of repayment of consumer credit each payment contains the same part of principal amounts and the total interest. In case of early repayment the Bank loses a significant fraction of the expected interest payments. Therefore, in practice, often used so-called accelerated schemes of interest payments. One of them is 78 rule. Use the 78 rule is simple and straightforward. The name of the rule is due to the fact that the sum of the numbers 12 monthly payments is 78. In the schemes of consumer loan with a term of one year interest payment for the current month is equal to m/78 of the total amount of interest payments, where m is the number of remaining payments. The rule name is stored and in the more general case with an arbitrary number of payments. In general interest payment is determined by the relative weight of the total amount of interest in each payment. In uniform schemes it is constant. In accelerated with a particular speed decreases. Therefore, additional cash expenses by the 78 rule may be considered as additional penalties for early repayment of the debt. It this article is shown how this penalty depends on time before maturity. It is shown that the magnitude of these penalties in monetary terms reaches the maximum value when the loan is repaid early between half and two thirds of the total of the loan term.

Key words: Generalized credit transaction, early debt repayment, debt offsetting cash flow, 78 rule.

REFERENCES

1. Kasimov Y.F. Financial mathematics. M. Uraite. 2014. 460 p. (in Russian).

2. Kasimov Y.F., Bocharov P.P. Financial mathematics. M. Fizmathlit. 2006. 576 p. (in Russian).

3. Biehler T.J. Mathematics of Money Math for Business and Personal Finance Decisions. McGraw-Hill. 2008. 690 p.

4. Slater J. Practical Business Math Procedures. McGraw-Hill. 2012. 702 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Касимов Юрий Федорович, 1946 г.р., окончил МГУ (1970), зав. лаб. вычислительной техники МГТУ ГА, автор более 25 научных работ, учебников по финансовой и актуарной математике, область научных интересов – математические методы моделирования, финансовая и актуарная математика, электронный адрес: y.f.kasimov@mail.ru.

Колесников Алексей Николаевич, 1948 г.р., окончил АГУ (1971), ст. преп. каф. прикладной математики Финансового университета при правительстве РФ, автор учебников по математическим методам в экономике, теории вероятностей и финансовому анализу, область научных интересов – теоретическая физика, финансовая и актуарная математика, электронный адрес: alex.kolesnikov02@gmail.com.