

УДК 629.735.07

## ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ВЕРТОЛЕТА С ГРУЗОМ НА ВНЕШНЕЙ ПОДВЕСКЕ В ЧАСТИ УПРАВЛЯЕМОСТИ

Г.Н. БАБЕНКО, В.В. ЕФИМОВ, В.А. ИВЧИН

Рассматривается адекватность математической модели динамики вертолета Ми-8МТВ с грузом на внешней подвеске в части управляемости на основе сравнения данных вычислительных экспериментов и летных испытаний. Представлены результаты оценки адекватности математической модели вертолета Ми-8МТВ, а также совместно функционирующих математической модели динамики вертолета и математической модели динамики груза на внешней подвеске. В качестве базы для оценки адекватности были использованы данные летных испытаний вертолета без груза и выводы, сделанные на основе результатов летных испытаний вертолета с грузом на внешней подвеске. В статье приведены основные результаты вычислительных экспериментов и летных испытаний. Данные представлены в виде следующих зависимостей: изменения угла тангажа и крена по времени, при определенном отклонении органов управления; нарастания угловой скорости вертолета; отклонения груза в плоскости тангажа; изменения силы натяжения троса. На основании анализа результатов вычислительных экспериментов сделан положительный вывод об адекватности совместно функционирующих математической модели динамики вертолета и математической модели динамики груза на внешней подвеске в части реакции на управляющие воздействия. Программное обеспечение на основе данных математических моделей признано пригодным для использования в качестве инструмента исследования управляемости вертолета с грузом на внешней подвеске.

**Ключевые слова:** вертолет, математическая модель, динамика полета, адекватность, идентификация, управляемость, груз на внешней подвеске.

Для проведения вычислительных экспериментов (ВЭ) в рамках решения задачи комплексного исследования влияния параметров груза на внешней подвеске (ВП) вертолета на его управляемость в качестве инструмента исследования предполагается использовать программное обеспечение (ПО), объединяющее в себе математическую модель (ММ) динамики вертолета и ММ динамики груза на ВП, – программный комплекс HeliCargo [1].

В настоящее время существует множество ММ динамики вертолета. Одной из них является ММ динамики вертолета Ми-8МТВ, созданная на ОАО «МВЗ им. Миля» при участии одного из авторов данной статьи – Ивчина В.А. Речь идет о «сеточной» модели, в которой силы и моменты, действующие на вертолет, заданы в виде многомерных массивов в зависимости от параметров, меняющихся с заранее определенным интервалом, а для вычисления промежуточных значений применяется метод линейной интерполяции.

Отметим, что работоспособность данной модели подтверждена многолетней практикой использования в качестве ПО для пилотажного стенда, эксплуатирующегося на ОАО «МВЗ им. Миля». Кроме того, была проведена оценка адекватности ММ, по результатам которой установлено, что адекватность ММ Ми-8МТВ можно считать удовлетворительной как на установленных режимах полета, так и на неустановившихся [2].

Для воспроизведения полета вертолета с грузом на ВП, рассматриваемую выше модель вертолета Ми-8МТВ необходимо дополнить математической моделью груза на внешней подвеске. Такая ММ была разработана Ефимовым В.В. и подробно описана в работе [3]. Стоит отметить, что ранее уже проводилась проверка адекватности данной модели динамики груза на ВП. Эта проверка была основана на сравнении данных вычислительных экспериментов и физических экспериментов с моделью груза в аэродинамической трубе [4].

Также проводилась оценка адекватности совместно функционирующих ММ динамики вертолета и ММ динамики груза динамике реальной системы «вертолет – груз на ВП» путем сравнения ВЭ с данными летных испытаний (ЛИ) вертолета Ми-8Т с водосливным устройством ВСУ-5А на ВП [5].

Несмотря на это, необходимо учитывать, что любая ММ имеет ограничения и допущения, которые могут быть приемлемы для выполнения одних задач и совершенно недопустимы при решении иных задач. Поэтому перед использованием ПО, основанного на ММ, необходимо выполнить проверку адекватности для конкретных задач исследования.

Ключевой задачей исследования является получение количественной оценки влияния груза на управляемость вертолета. Основным же количественным показателем управляемости является эффективность управления. Физически управляемость вертолета представляет собой отношение величины управляющего момента, действующего на вертолет, к единичному отклонению рычага управления [6]. Под действием управляющего момента вертолет совершает вращательное движение, приобретая при этом угловую скорость  $\omega$ . Таким образом, для проверки адекватности необходимо убедиться в соответствии результатов, получаемых с помощью модели, реальному поведению вертолета в части реакции на управляющие воздействия. Другими словами, необходимо идентифицировать изменение углов крена, тангажа и рыскания, а также их угловые скорости при равных отклонениях органов управления, чего не было реализовано в работе [2].

Для оценки адекватности ММ движения летательных аппаратов (ЛА) данным летных испытаний успешно применяются два метода, разработанные Кублановым М.С. [7]: обобщенная проверка адекватности с помощью статистических критериев и эвристическая проверка адекватности.

Обобщенная проверка адекватности основывается на статистических показателях и не учитывает физические особенности явления, а это значит, что результаты такой проверки нельзя считать абсолютно истинными. Это особенно актуально при отсутствии полных данных ЛИ или наличии атмосферной турбулентности, которая не была воспроизведена при ВЭ. Именно поэтому этот способ используется в комплексе с эвристическим методом, в котором приоритетом является не точность, а непротиворечивость, т. к. он основан на анализе качественной взаимосвязи внешних воздействий и параметров ЛА.

Для оценки ММ вертолета в части реакции на управляющие воздействия в качестве реального поведения рассматриваются данные, полученные при выполнении летных испытаний вертолета Ми-17 в 2010 году, имеющиеся в распоряжении авторов данной статьи. Поскольку Ми-8МТВ создан на базе Ми-17 [8] и является его доработкой, допускается использование данных полученных при проведении ЛИ этого вертолета для идентификации с ММ Ми-8МТВ.

Программа виртуального полета состояла из следующих этапов полета:

- отрыв вертолета и зависание на малой высоте;
- разгон с набором высоты;
- установившийся горизонтальный прямолинейный полет.

На третьем этапе полета задавалось ступенчатое отклонение ручки циклического шага (РЦШ), соответствующее отклонению РЦШ, осуществленному в ЛИ. При этом фиксировалось изменение углового положения вертолета по тангажу и крену, а также угловая скорость, приобретаемая вертолетом при данном отклонении РЦШ.

Оценим адекватность ММ в части реакции по тангажу при даче ручки от себя. На рис. 1 показаны зависимость приращения ручки циклического шага от времени по данным ЛИ и ВЭ. На рис. 2 показана ответная реакция вертолета на это отклонение. Необходимо отметить, что углы тангажа при построении графиков были скорректированы таким образом, чтобы в момент начала дачи РЦШ их величины равнялись друг другу. Это допустимо в силу того, что начальные величины этих углов могут корректироваться летчиком произвольно в некотором диапазоне.

Из графиков на рис. 2 видно, что в данном случае результаты, полученные при проведении вычислительного эксперимента с помощью математической модели в части воспроизведения изменения угла тангажа по времени, расходятся с данными, полученными при выполнении

летных испытаний. Это объясняется тем, что при выполнении летных испытаний, в момент отклонения РЦШ от себя, вертолет уже имел некоторую угловую скорость, т. е. движение в результате отклонения РЦШ происходило не из равновесного положения, как это реализовано в ВЭ. Таким образом, по полученным результатам вычислительного эксперимента и летных испытаний оценить точность математической модели в отношении воспроизведения углов отклонения не представляется возможным.

Тем не менее, рассматривая промежуток с 1 по 2 секунду можно отметить хорошую качественную согласованность тенденций изменения углов, полученных в ВЭ и ЛИ. Угловые скорости  $\omega_z$ , приобретенные при данном приращении РЦШ (тангенсы углов наклона касательных к кривым на рис. 2), равны 4 рад/с при проведении ВЭ и  $\omega_z = 5$  рад/с по данным ЛИ, что свидетельствует об удовлетворительной точности в части воспроизведения угловых скоростей.

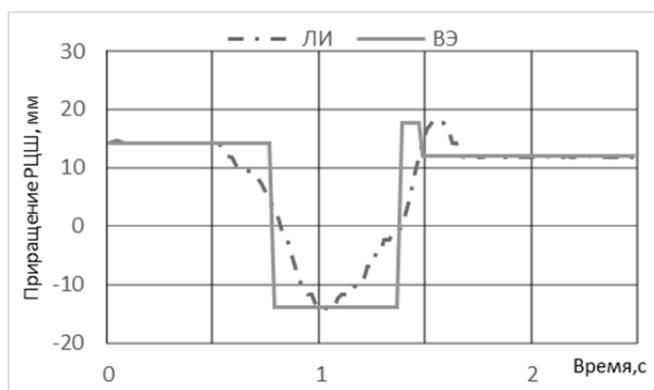


Рис. 1. Приращение ручки циклического шага от себя

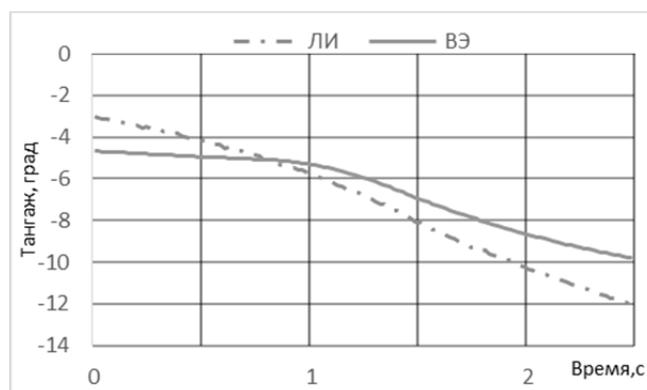


Рис. 2. Изменение угла тангажа по времени при отклонении РЦШ от себя

При даче РЦШ на себя данные ЛИ свидетельствуют о том, что дача была выполнена из равновесного положения вертолета (рис. 3, 4), что позволило получить достаточно высокую точность как в части угловых скоростей, так и углового положения по времени.

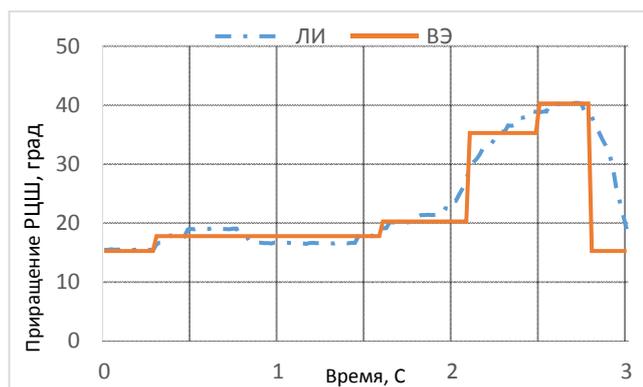


Рис. 3. Отклонение ручки циклического шага на себя

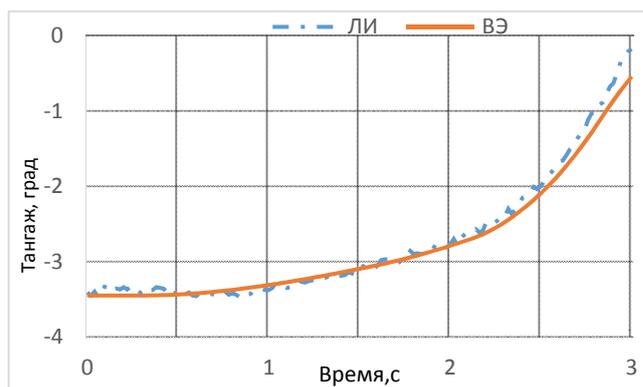


Рис. 4. Изменение угла тангажа по времени при отклонении РЦШ на себя

На фоне этой высокой точности участки с систематической погрешностью (со 2 по 3 секунду) не разрушают качественно правильного соответствия результатов ВЭ поведению реального вертолета в ЛИ. При значении времени 2,5 секунды угловая скорость  $\omega_z$  составляла 2,5 град/с в данных ЛИ и  $\omega_z = 2,3$  град/с в вычислительном эксперименте.

Для идентификации реакции вертолета по крену имеются данные ЛИ, в которых летчику удалось выполнить дачу из равновесного положения. В результате мы получили от-

личное совпадение характера кривых с достаточно высокой точностью по угловой скорости (рис. 5, 6).

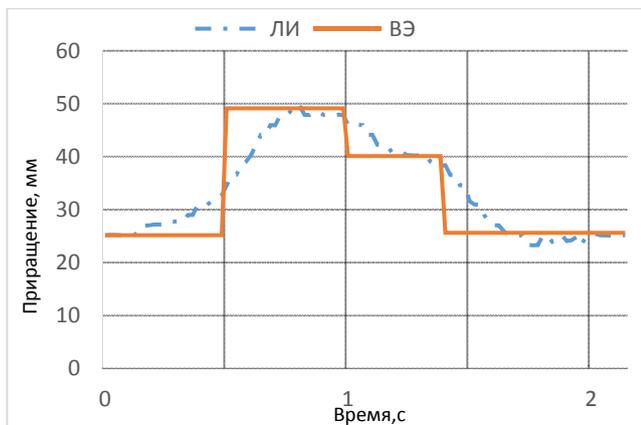


Рис. 5. Отклонение ручки циклического шага влево

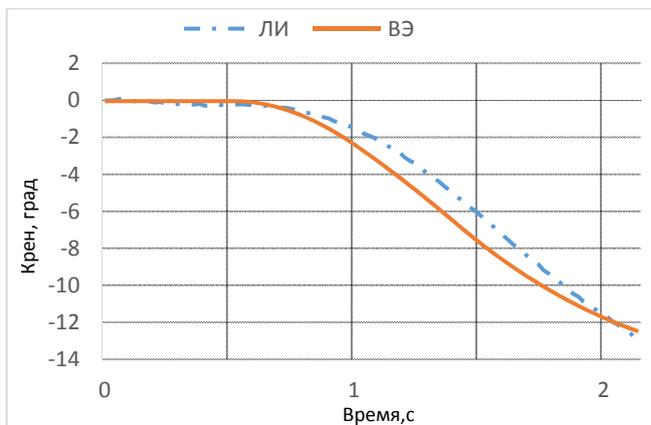


Рис. 6. Изменение угла крена по времени при отклонении РЦШ влево

При данном отклонении РЦШ максимальная угловая скорость  $\omega_x$  достигла значения 10,8 град/с в вычислительном эксперименте и  $\omega_x = 11,4$  град/с по данным ЛИ.

Анализ результатов вычислительных экспериментов говорит о том, что математическая модель обладает достаточной непротиворечивостью результатам ЛИ во всех рассматриваемых случаях и высокой точностью в тех случаях, когда данные летных испытаний позволяют точно воспроизвести начальные условия для вычислительного эксперимента. Таким образом, можно считать адекватность ММ движения вертолета Ми-8МТВ в части реакции на управляющие воздействия, т. е. управляемости вертолета, удовлетворительной.

Для оценки адекватности совместно функционирующих ММ динамики вертолета и ММ динамики груза на ВП в качестве поведения реального объекта (системы «вертолет – груз на ВП») были использованы выводы, сделанные на основе результатов ЛИ вертолета Ми-8 с грузом на ВП, полученные во ВНИИ ПАНХ ГА (ОАО НПК «ПАНХ») [9].

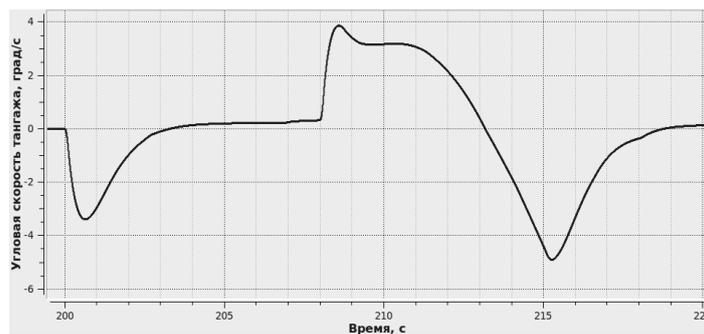
По имеющимся результатам ЛИ, описанным в [9], невозможно дать оценку точности результатов вычислительного эксперимента, полученных с помощью ММ системы «Вертолет – груз на ВП», ввиду отсутствия некоторых параметров груза, таких как характерная площадь груза. В этом случае мы можем полагаться только на эвристическую проверку адекватности, используя выводы, основанные на анализе результатов испытаний.

Из анализа результатов испытаний известно, что при выполнении дачи ручки продольно-поперечного управления от себя до 50 мм в плоскости тангажа происходит рост угловой скорости до 5...6 град/с, а груз, находившийся в сбалансированном состоянии до момента дачи ручки, начинает раскачиваться в плоскости тангажа с нарастанием амплитуды. Вертолет при этом снижается с ускорением в пределах от 0,25...0,3 g, что приводит к разгрузке троса ВП.

Оценка адекватности эвристическим методом проводилась по следующим факторам:

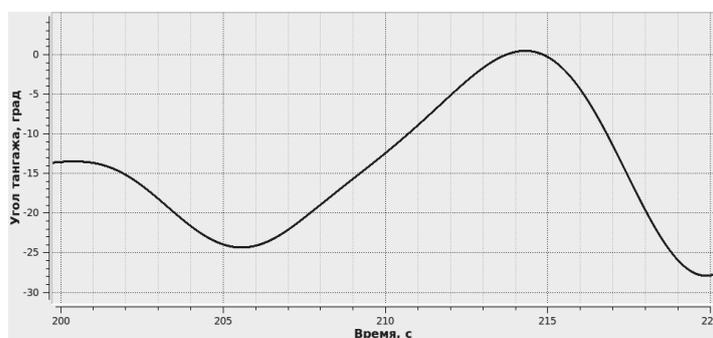
- рост угловой скорости тангажа;
- поведение груза;
- перемещение вертолета;
- изменение силы натяжения троса.

Рассмотрим виртуальный полет вертолета с грузом на ВП, выполненный по программе ЛИ. В соответствии с этой программой дачи РЦШ выполнялись энергично, при установившемся полете и сбалансированном положении груза. На рис. 7 показано изменение угловой скорости тангажа  $\omega_z$ , приобретаемой вертолетом в результате ступенчатого отклонения РЦШ от себя на 50 мм.



**Рис. 7.** Нарастание угловой скорости по времени при отклонении РЦШ от себя на 50 мм

Полученные результаты соответствуют росту угловой скорости тангажа  $\omega_z$ , полученной при выполнении ЛИ. В летных испытаниях угловая скорость  $\omega_z$  достигала значений 5...6 град/с. Из графика на рис. 7 видно, что угловая скорость достигает значений 3,5 град/с на 201 секунде и 5 град/с на 216 секунде полета. Более того, на участке с 208 по 210 секунду наблюдается нарушение зависимости изменения угловой скорости  $\omega_z$ , что также отмечено в анализе результатов ЛИ.

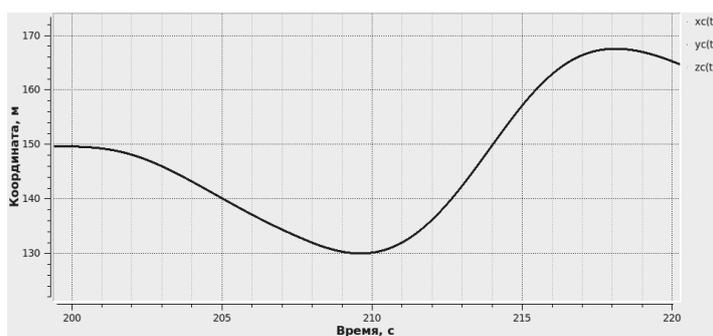


**Рис. 8.** Отклонение груза в плоскости тангажа при отклонении РЦШ от себя на 50 мм

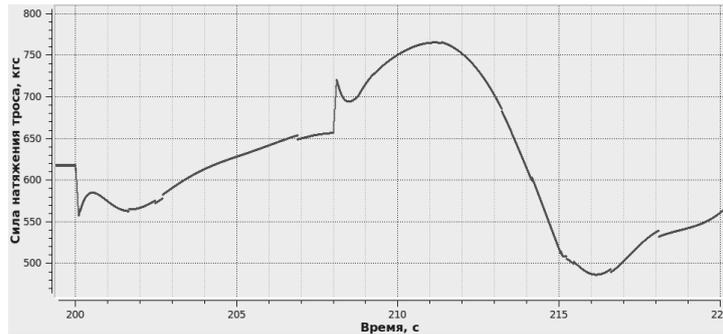
Подтверждается и свидетельство о раскачке груза на внешней подвеске в плоскости тангажа с нарастанием амплитуды (рис. 8). Угол отклонения в ВЭ достигает 25 градусов, что также соответствует результатам полученным при выполнении ЛИ (25...30 град.).

Аналогичные результаты получены и в отношении перемещения вертолета в вертикальной плоскости (рис. 9). За 10 секунд произошло снижение вертолета на 20 м.

При этом наблюдается и разгрузка троса, о чем упоминалось в выводах, сделанных на основе оценки летных испытаний. Из рис. 10 видно, как в момент начала снижения сила натяжения троса падает до 540 кгс, затем постепенно нарастает. При падении скорости снижения до 0 происходит скачок роста до 720 кгс. Однако натяжение троса обусловлено не только перемещением вертолета, но и движением груза относительно вертолета.

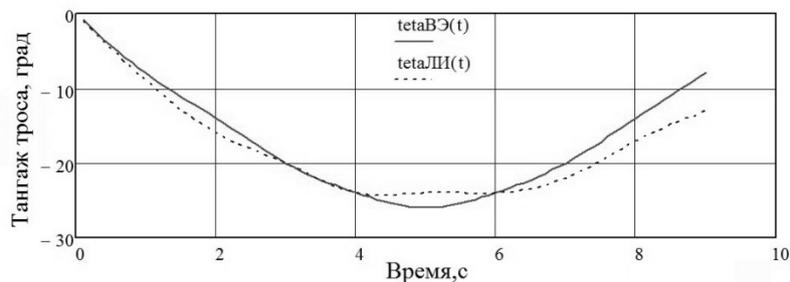


**Рис. 9.** Перемещение вертолета в вертикальной плоскости при отклонении РЦШ от себя на 50 мм

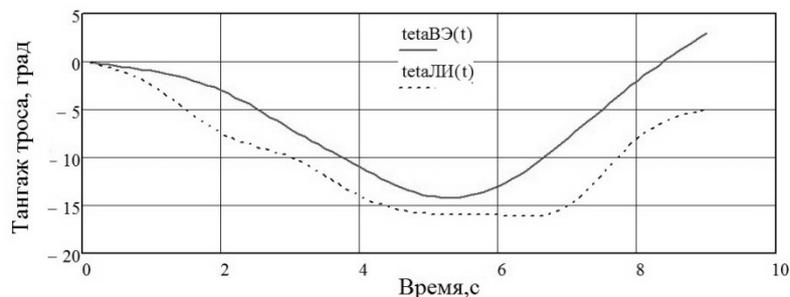


**Рис. 10.** Изменение силы натяжения троса при отклонении РЦШ от себя на 50 мм

Рассмотрим перемещение груза относительно вертолета. На рис. 11, 12 показано изменение угла тангажа троса при даче РЦШ от себя на режиме висения и на скорости 200 км/ч соответственно.



**Рис. 11.** Изменение угла тангажа троса по времени при отклонении РЦШ от себя на режиме висения



**Рис. 12.** Изменение угла тангажа троса по времени при отклонении РЦШ от себя на скорости 200 км/ч

Из рис. 11, 12 видно, что ММ достаточно адекватно воспроизводит характер движения груза относительно вертолета, полученного при выполнении летных испытаний.

Анализ результатов вычислительных экспериментов говорит о том, что математическая модель обладает достаточной адекватностью результатам ЛИ во всех рассматриваемых случаях.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ефимов В.В.** Теоретические методы обеспечения безопасности летной эксплуатации вертолетов при транспортировке грузов на внешней подвеске [Текст]: дис. ... д-ра техн. наук: 05.22.14 / Ефимов Вадим Викторович. Москва, 2015. 330 с.
- 2. Ефимов В.В., Ивчин В.А.** Оценка адекватности математической модели динамики вертолета Ми-8МТВ // Научный Вестник МГТУ ГА. 2011. № 172 (1). С. 59–66.

3. **Ефимов В.В.** К вопросу о равновесии вертолета с грузом на внешней подвеске [Текст] / В. В. Ефимов // Материалы XXI научно-технической конференции по аэродинамике, п. Володарского 25–26 февраля 2010 г. М.: Изд. ЦАГИ, 2010. С. 79–80.

4. **Ефимов В.В., Чернигин К.О., Быков Ю.А.** Оценка адекватности математической модели динамики груза на внешней подвеске вертолета // Научный вестник МГТУ ГА. 2011. № 172 (1). С. 67–71.

5. **Ефимов В.В.** Исследование влияния параметров груза на условия его равновесия на внешней подвеске вертолета [Текст] / В.В. Ефимов // Научный вестник МГТУ ГА. 2010. № 151 (1). С. 130–137.

6. **Дмитриев И.С., Есаулов С.Ю.** Системы управления одновинтовых вертолетов. М.: Машиностроение, 1969.

7. **Кубланов М.С.** Математическое моделирование задач летной эксплуатации воздушных судов на взлете и посадке: монография / М.С. Кубланов. М.: РИО МГТУ ГА, 2013. 270 с.

8. Вертолет Ми-8МТВ / В.А. Данилов, В.М. Занько, Н.П. Калинин, А.И. Кривко. М.: Транспорт, 1995.

9. **Козловский В.Б.** Теоретические и методологические основы эксплуатации летательных аппаратов при выполнении строительно-монтажных работ и транспортировке грузов на внешней подвеске [Текст]: дис. ... д-ра техн. наук: 05.22.14 / Козловский Владимир Борисович. Краснодар, 2004. 379 с.

## ASSESSING THE ADEQUACY OF MATHEMATICAL MODELS OF THE MI-8MTV HELICOPTER DYNAMICS IN TERMS OF CONTROLLABILITY

**Babenko G.N., Efimov V.V., Ivchin V.A.**

The article considers the adequacy of a mathematical model of Mi-8MTV helicopter dynamics with an external load in terms of controllability, based on comparison of data obtained from computational experiments and flight testing. The results of evaluation of the Mi-8MTV helicopter mathematical model are presented along with evaluation of the joint mathematical models of helicopter dynamics and dynamics of the external load. Data from flight tests without external load, as well as conclusions made based on flight test results for a helicopter with external load were used as data on the behavior of the real object. The article provides the main results of computational experiments and flight tests. The data is presented in form of the following dependencies: time change of pitch angle and bank angle at a predefined control input; increase of attitude rate of the helicopter; deflection of load in the pitch plane; variations of cable pull force. Based on the analysis of the results of computational experiments a positive conclusion was reached on the adequacy of the mathematical model of dynamics of the Mi-8MTV helicopter with external load in regard to input control reaction. The software based on the model was recognized as a suitable instrument for studying helicopter controllability.

**Key words:** helicopter, mathematical model, flight dynamics, adequacy, identification, controllability, cargo on external sling.

### REFERENCES

1. **Efimov V.V.** Theoretical methods for safety of flight operations helicopters for transportation of cargo on external sling. The thesis for the degree of Doctor of Technical Sciences. Moscow, 2015. 330 p. [In Russian].

2. **Efimov V.V., Ivchin V.A.** Assessing the adequacy of mathematical models of the Mi-8MTV helicopter dynamics. The MSTUCA Scientific Bulletin. Moscow, 2011. Issue 172 (1). Pp. 59–66.

3. **Efimov V.V.** To the question of the balance of the helicopter with an external load. Materials of XXI scientific and technical conference on aerodynamics Volodarsky p. 25–26 February, 2010. Pp. 79–80.

4. **Efimov V.V., Chernigin K.O., Bykov Yu.A.** Assessing the adequacy of mathematical models of the cargo dynamics on the helicopter external sling. The MSTUCA Scientific Bulletin. Moscow, 2011. Issue 172 (1). Pp. 67–71.

5. **Efimov V.V.** Research of influence of cargo parameters on conditions of its balance on the helicopter external sling. The MSTUCA Scientific Bulletin. Moscow, 2010. Issue 151 (1). Pp. 130–137.

6. **Dmitriev I.S., Esaulov S.Yu.** Single-rotor helicopter control systems. Moscow, 1969.

7. **Kublanov M.S.** Mathematical modeling of problems of flight operation of the aircraft during takeoff and landing: a monograph. Moscow, 2013. 270 p.

8. **Danilov V.A., Zan'ko V.M., Kalinin N.P., Krivko A.I.** Helicopter Mi-8MTV. Moscow, 1995.

9. **Kozlovskij V.B.** Theoretical and methodological basis for the operation of aircraft when performing construction and transportation of cargo on external sling. The thesis for the degree of Doctor of Technical Sciences. Krasnodar, 2004. 379 p.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Бабенко Григорий Николаевич**, аспирант кафедры аэродинамики, конструкции и прочности летательных аппаратов МГТУ ГА.

**Ефимов Вадим Викторович**, доктор технических наук, профессор кафедры аэродинамики, конструкции и прочности летательных аппаратов МГТУ ГА, электронный адрес: akpla@yandex.ru

**Ивчин Валерий Андреевич**, кандидат технических наук, начальник отдела аэродинамики и динамики вертолета ОАО «МВЗ им М.Л. Миля», докторант МГТУ ГА.