

УДК 629.735.015:681.3

АЛЬТЕРНАТИВНАЯ МОДЕЛЬ ПРИОРИТЕТНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ АЭРОДРОМА

А.К. МИТРОФАНОВ, М.А. ПЕТРОВ, Л.Е. РУДЕЛЬСОН

Анализируется модель приоритетного обслуживания наземных операций. Используется предположение о правомерности замены случайной переменной длины очереди на ее наиболее вероятное значение. Модель отличается тем, что взлет и посадку описывают не только по приоритетам безопасности, но и по техническим и летным характеристикам. Получены оценки времени ожидания обслуживания и вероятность отказа (или повторно обслуживания). Эксперты ИКАО выдвинули концепцию «управления всей системой информации» и «совместной организации потоков воздушного движения», что требует для своего внедрения новых инструментов принятия оперативных управленческих решений для служб воздушного движения и предоставляет участникам совместной организации новых потоков воздушных судов программное обеспечение для оперативного анализа результатов. Одно из возможных направлений такой поддержки рассматривается в данной статье.

Ключевые слова: организация воздушного движения, аэродромные операции, приоритетное обслуживание, время ожидания обслуживания, вероятность отказа в обслуживании.

ВВЕДЕНИЕ

Проблемными элементами авиатранспортной системы остаются аэродромы как конечные и отправные пункты всех полетов. Недостатки нередко связывают с качеством организации воздушного движения [1]. Район аэродрома – сложный элемент [2] структуры воздушного пространства (ВП), здесь одновременно набирают высоту вылетающие воздушные суда (ВС), снижаются приземляющиеся и горизонтально движутся транзитные рейсы. В [3] решена задача исследования аэродромных операций с учетом приоритетов рейсов. Получены выражения для оценки вероятностных характеристик работы системы. Уточнен термин «отказ в обслуживании» в приложении к аэродромным операциям. Это не прекращение деятельности, а постановка в очередь на дообслуживание, т. е. либо задержка вылета, либо кружение в зоне ожидания, либо уход на второй круг при посадке и т. д. В такой постановке отказ – это выброс, нарушение стационарного процесса. Каждый борт должен быть обслужен, но в реальной системе стопроцентная вероятность недостижима. Необслуженных рейсов практически не бывает, но если система организована плохо, то она сама себя перегружает потоком перенаправления ВС на запасной аэродром, повторных попыток приземления, ожидания вылета и посадки. Задача состоит в такой организации аэродромных операций, чтобы вероятности дообслуживания стремились к минимуму.

В данной статье в развитие упомянутых результатов к анализу аэродромных операций привлекается учет различий обслуживаемых ВС по их летно-техническим характеристикам (ЛТХ), таким как нормативное время выполнения операции, категория спутной турбулентности, скороподъемность и т. д. Соответственно, общая очередь ВС, рассмотренная в [3], представляется раздельными «секциями», что создает возможности формализации, не использованные ранее.

ПОСТАНОВКА И ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

Используем, следуя [3, 4], допущение о правомерности замены случайной величины длины очереди ее наиболее вероятным значением L и рассмотрим модель процесса появления и удаления клиентов (заявок) в системе. Специфика обслуживания состоит в том, что вероятность потери заявки произвольного k -го потока, $k = \overline{1, m}$, определяется не динамически изменяющимся остатком буферного накопителя (БН), свободным от заявок i -го приоритета, $i = \overline{1, k-1}$,

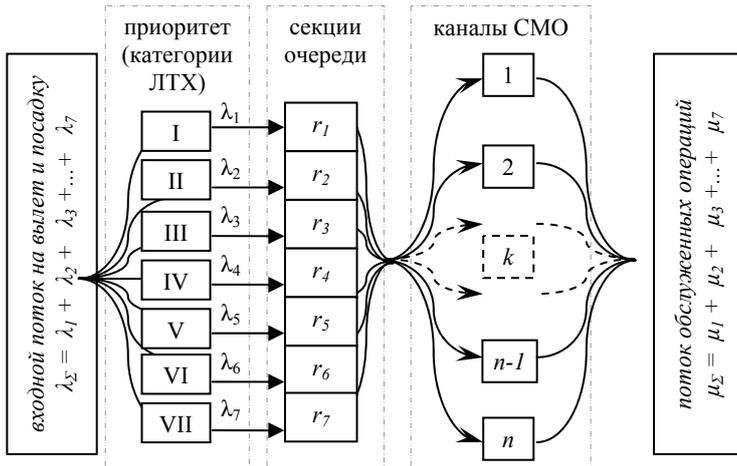


Рис. 1. СМО с относительными приоритетами и приемом заявок в отдельные секции очереди

а фиксированным размером собственной секции (очереди). Тогда резкие изменения поведения (случайные выбросы [5]) системы массового обслуживания (СМО) определяются таким соотношением параметров, при которых за сеанс обслуживания одной заявки j -го приоритета, $j = \overline{k, m}$, в k -й секции разделенного БН образуется очередь, наиболее вероятная длина L_k которой превышает количество r_k имеющихся в ней мест для ожидания (рис. 1).

Пусть на вход СМО поступают два простейших входных потока клиентов

(заявок): прилетающие и вылетающие ВС, образуя две отдельные очереди в зоне ожидания посадки и старта. Для каждого входящего потока выделены свои секции объемами r_1 для заявок высшего приоритета (ЗВП) и r_2 для заявок низшего приоритета (ЗНП). Потоки – пуассоновские с интенсивностями λ_1 и λ_2 соответственно. Времена обслуживания – экспоненциальные с параметрами μ_1 и μ_2 , загрузка $\rho_\Sigma = \rho_1 + \rho_2 < 1$. В силу последнего условия $\rho_1 < 1$ и, следовательно, вероятность освобождения системы от ЗВП, при котором на обслуживание назначается ЗНП, конечна. За время обработки, среднее значение T_2 составляет $T_2 = 1/\mu_2$, в секции первого БН образуется очередь, наиболее вероятная длина которой $Q_1 = (1 + \vartheta^2) \rho_1 \gamma$, где $\vartheta = \sigma / T$ – коэффициент вариации (отношение среднеквадратического отклонения σ к среднему значению времени ожидания T), $\gamma = \mu_1 / \mu_2$. Введение обозначения Q_i длины очереди (в отличие от символа L_k) продиктовано стремлением формально подчеркнуть, что при переходе от потока к потоку она не суммируется, как это считалось в модели с общим БН [3], а определяется отдельно по каждому потоку. Если $Q_1 = (1 + \vartheta^2) \rho_1 \gamma \leq r_1$, т. е. накапливающаяся очередь может быть размещена в соответствующей секции БН, то, согласно введеному выше допущению, на характеристики обслуживания ЗВП второй поток не оказывает существенного влияния. Следовательно, при выполнении неравенства $Q_1 \leq r_1$ вероятность π_1 потери заявки первого типа может быть приближенно оценена как

$$\pi_1 = \frac{\rho_1^{r_1+1}(1-\rho_1)}{1-\rho_1^{r_1+2}}, \text{ если } (1+\vartheta^2)\rho_1\gamma \leq r_1.$$

Действие формулы справедливо слева от точки излома $\gamma_{кр} = r_1 / (1 + \vartheta^2) \rho_1$. Для исследования поведения функции $\pi_1 = f(\gamma)$ справа от $\gamma_{кр}$ рассчитаем по аналогии с [3] долю ξ_1 потерь ЗВП за время обслуживания одной ЗНП: $\xi_1 = 1 - r_1 / (1 + \vartheta^2) \rho_1 \gamma$, а также вероятность потери ξ_1 ЗВП, пропорциональную загрузке ρ_2 системы потоком ЗНП и вероятности P_2 обслуживания ЗНП в условиях приоритетности ЗВП, являющейся дополнением до единицы вероятности π_2 потери ЗНП. На этом аналогия с моделью СМО с общим БН исчерпывается. Вероятность π_2 потери ЗНП зависит от соотношения длины Q_2 очереди, образующейся во второй секции, с количеством мест ожидания в ней, а не определяется отсутствием очереди ЗНП справа от $\gamma_{кр}$. Накопление ЗНП происходит во время занятости СМО обслуживанием ЗВП. Рассчитаем наиболее вероятное значение длительности этого времени. Длину q_1 очереди ЗВП можно оценить как

$$q_1 = \begin{cases} (1 + \vartheta^2) \rho_1 \gamma \leq r_1, & \text{если условие } (Q_1 \leq r_1) \text{ выполняется,} \\ r_1 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Очередь q_1 образуется в единичном сеансе обслуживания ЗНП. Наиболее вероятное значение времени освобождения системы от q_1 ЗВП можно представить как $T_q = (1 + \vartheta^2)q_1T_1$. За этот период в секции БН, отведенной для первого потока, могут поступить и быть принятыми еще q_1' заявок, причем $q_1' = (1 + \vartheta^2)\lambda_1T_q = (1 + \vartheta^2)q_1\lambda_1T_1 = (1 + \vartheta^2)q_1\rho_1$. Заметим, что и за время обслуживания очереди длиной q_1' в системе накапливается новая порция q_1'' ЗВП:

$$q_1'' = (1 + \vartheta^2)q_1'\lambda_1T_1 = (1 + \vartheta^2)q_1\rho_1^2.$$

Вообще за период занятости системы ЗВП с учетом убывающего потока приращений $q_1', q_1'', \dots, q_1^{(i)}$ будет обслужена очередь, наиболее вероятное значение q_1^* длины которой складывается из частичных сумм $q_1^{(i)}$: $q_1^* = (1 + \vartheta^2)(1 + \rho_1 + \rho_1^2 + \dots + \rho_1^i + \dots + \rho_1^l)q_1$.

Последовательность $\{\rho_1^i\}$ представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем $\rho_1 < 1$, а величина q_1 в исследуемой области (справа от $\gamma_{кр}$) равна r_1 . Следовательно,

$$q_1^* = \frac{(1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{l+1})}{1 - \rho_1}.$$

Показатель степени при ρ_1^l определяется из тех соображений, что минимальная длина очереди $(1 + \vartheta^2)r_1\rho_1^l \leq 1$; $l[-\ln(1 + \vartheta^2)r_1/\ln\rho_1]$, способной загрузить систему, не превосходит единицы. Тогда наиболее вероятное значение длительности T периода занятости системы обслуживанием очереди q_1^* ЗВП с учетом убывающих приращений ее длины составляет

$$T = (1 + \vartheta^2)q_1^*T_1 = (1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{l+1})r_1T_1/(1 - \rho_1).$$

За это время в секции БН объемом r_2 мест для ожидания, отведенной ЗНП, накопится очередь, наиболее вероятная длина Q_2 которой составляет

$$Q_2 = (1 + \vartheta^2)\lambda_2T = (1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{l+1})r_1T_1\lambda_2/(1 - \rho_1) = (1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{l+1})r_1\rho_2/\gamma(1 - \rho_1).$$

Очевидно, что если $Q_2 > r_2$, то за время освобождения СМО от q_1^* ЗВП вторая секция БН будет переполняться, что повлечет за собой дополнительные потери, доля ξ_2 которых равна

$$\xi_2 = 1 - \frac{r_2}{r_1} \frac{\gamma(1 - \rho_1)}{(1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{l+1})\rho_2}.$$

При $Q_2 \leq r_2$, потери ЗНП определяются объемом r_2 собственной секции БН и суммарной загрузкой системы ρ_Σ , так как их обслуживание возможно после освобождения СМО от ЗВП

$$\pi_2 = \frac{\rho_\Sigma^{r_2}(1 - \rho_\Sigma)}{1 - \rho_\Sigma^{r_2+1}}, \quad \text{если } \frac{(1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{l+1})r_1\rho_2}{\gamma(1 - \rho_1)} \leq r_2.$$

При этом вероятность P_2 обслуживания ЗНП составляет

$$P_2 = 1 - \pi_2 = 1 - \frac{\rho_\Sigma^{r_2}(1 - \rho_\Sigma)}{1 - \rho_\Sigma^{r_2+1}} = \frac{1 - \rho_\Sigma^{r_2}}{1 - \rho_\Sigma^{r_2+1}}, \quad \text{если } \frac{(1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{l+1})r_1\rho_2}{\gamma(1 - \rho_1)} \leq r_2.$$

В случае $Q_2 > r_2$, когда каждый сеанс обслуживания ЗНП приводит к переполнению обеих секций, формула для вероятности P_2 ее обслуживания учитывает вызываемые этим сеансом

дополнительные потери. Она рассчитывается как пересечение вероятностей нахождения в БН хотя бы одного места для ожидания и доли ξ_2 потерь ЗНП вследствие его переполнения при

$$\text{каждом обслуживании ЗНП } P_2 = (1 - \pi_2)(1 - \xi_2) = \frac{1 - \rho_\Sigma^{r_2}}{1 - \rho_\Sigma^{r_2+1}} \frac{r_2}{r_1} \frac{\gamma(1 - \rho_1)}{(1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{r_1+1})r_1\rho_2} > r_2.$$

Получив вспомогательные величины, определяющие характеристики обслуживания ЗВП, т. е. долю ξ_1 потерь вследствие переполнения первой секции в сеансе обслуживания одной ЗНП и вероятности событий, при которых могут происходить потери ξ_1 ЗВП, можно записать

$$\pi_1 = \begin{cases} \frac{\rho_1^{r_1+1}(1 - \rho_1)}{1 - \rho_1^{r_1+2}}, & \text{если } (1 + \vartheta^2)\rho_1\gamma \leq r_1; \\ \frac{\rho_1^{r_1+1}(1 - \rho_1)}{1 - \rho_1^{r_1+2}} + \rho_2 \left[1 - \frac{r_1}{(1 + \vartheta^2)\rho_1\gamma} \right] \frac{1 - \rho_\Sigma^{r_2}}{1 - \rho_\Sigma^{r_2+1}}, & \\ \text{если } (1 + \vartheta^2)\rho_1\gamma > r_1 \text{ и } \frac{(1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{r_1+1})r_1\rho_2}{\gamma(1 - \rho_1)} \leq r_2, & \\ \frac{\rho_1^{r_1+1}(1 - \rho_1)}{1 - \rho_1^{r_1+2}} + \left[1 - \frac{r_1}{(1 + \vartheta^2)\rho_1\gamma} \right] \frac{1 - \rho_\Sigma^{r_2}}{1 - \rho_\Sigma^{r_2+1}} \frac{r_2}{r_1} \frac{\gamma(1 - \rho_1)}{(1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{r_1+1})r_1\rho_2}, & \\ \text{если } (1 + \vartheta^2)\rho_1\gamma > r_1 \text{ и } \frac{(1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{r_1+1})r_1\rho_2}{\gamma(1 - \rho_1)} > r_2. & \end{cases}$$

Отметим характерное отличие полученного выражения от формулы для дисциплины с общим БН. Вероятность потери ЗВП в зависимости от соотношения параметров теперь имеет либо одну, либо две точки излома: обязательную при $\gamma_{кр1} = r_1/(1 + \vartheta^2)\rho_1$, когда переполняется собственная зона и значение π_1 резко возрастает, и другую, когда переполняется секция ЗНП и нарастание π_1 замедляется – в точке $\gamma_{кр2} = (1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{r_1+1})r_1\rho_2/r_2(1 - \rho_1)$.

Приближенное выражение для вероятности потери ЗНП фактически уже получено при анализе возможных аспектов обслуживания ЗВП:

$$\pi_2 = \frac{\rho_\Sigma^{r_2}(1 - \rho_\Sigma)}{1 - \rho_\Sigma^{r_2+1}} + \delta \frac{1 - \rho_\Sigma^{r_2}}{1 - \rho_\Sigma^{r_2+1}} \left[1 - \frac{r_2}{q_1} \frac{\gamma(1 - \rho_1)}{(1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{r_1+1})\rho_2} \right],$$

где

$$\delta = \begin{cases} 0, & \text{если } (1 + \vartheta^2)(1 - \rho_1^{r_1+1})r_1\rho_2/\gamma(1 - \rho_1) \leq r_2, \\ 1 & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad q_1 = \begin{cases} (1 + \vartheta^2)\rho_1\gamma, & \text{если } (1 + \vartheta^2)\rho_1\gamma \leq r_1, \\ r_1 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Приведенные выражения подчеркивают зависимость вероятностей π_i потери заявки от соотношения γ параметров обслуживания различных потоков в системах с относительными приоритетами. Обосновать ее можно достаточно простыми рассуждениями. С возрастанием γ при неизменности других параметров снижается интенсивность потока ЗНП и, как следствие, вероятность образования очереди, превышающей размер второй секции БН (Q_2 обратно пропорциональна γ). При этом период занятости системы ЗВП фиксируется сверху объемом r_1 выделенной им секции БН. В этих условиях вероятность потери ЗНП уменьшается, и с ростом γ повышается частота обслуживания таких заявок. В итоге увеличивается вероятность события, при котором теряются ξ_1 ЗВП, что и приводит к резкому возрастанию вероятности π_1 их потери. Скорость возрастания π_1 зависит от условий обслуживания ЗНП; если в процессе освобождения системы от ЗВП вторая секция БН не переполняется, то вероятность π_2 потерь ЗНП незна-

чительна и π_1 возрастает резко; в противном случае рост π_1 ограничивается фиксированным объемом r_2 буферной зоны потока ЗНП. При этом начинает играть роль соотношение r_2/r_1 объемов секций БН, аналитически выведенное выше и установленное эмпирически в известных работах [6].

Расчеты по формулам подтверждаются результатами моделирования СМО с одинаковыми n , m и ρ_i . На рис. 2 представлены графики для системы с параметрами $r_1 = 2$; $r_2 = 8$; на рис. 3 – с одинаковыми размерами секций БН $r_1 = r_2 = 5$; на рис. 4 – с $r_1 = 8$ и $r_2 = 2$. Нетрудно видеть, как с увеличением соотношения γ интенсивностей обслуживания снижается эффективность приоритетных систем обслуживаемого класса. Вероятности потери заявок различных потоков не только выравниваются, как это было в модели с общим БН, но обнаруживается недопустимая тенденция: ЗВП теряются чаще ЗНП. Выведенная ниже формула для произвольного числа потоков показывает богатую палитру возможных деформаций отношений предпочтения. Так, для трехприоритетной системы в наихудших условиях как по критерию π , так и с точки зрения ожидания в очереди оказываются заявки второго потока.

ОБОБЩЕНИЕ МОДЕЛИ НА СЛУЧАЙ ПРОИЗВОЛЬНОГО КОЛИЧЕСТВА ПОТОКОВ

Распространим полученный результат на произвольное количество входящих потоков. Пусть имеем одноканальную СМО ($n = 1$, т. е. на аэродроме одна полоса), обслуживающую с относительным приоритетом m пуассоновских входных потоков с интенсивностями λ_i каждый ($i = \overline{1, m}$). Для наглядности сначала будем считать, что назначение приоритетов выполнено в соответствии с возрастанием величин γ_i . В дальнейшем это ограничение снимается за счет введения последовательности символов δ_{jk} . Времена обслуживания заявок всех потоков независимы и распределены экспоненциально с параметрами μ_i , причем $\gamma_i = \mu_1 / \mu_i$. Каждому i -му приоритетному потоку выделена собственная зона БН объемом на r_i мест для ожидания. Рассчитаем вероятность π_k потери заявки произвольного k -го потока в функции параметров системы.

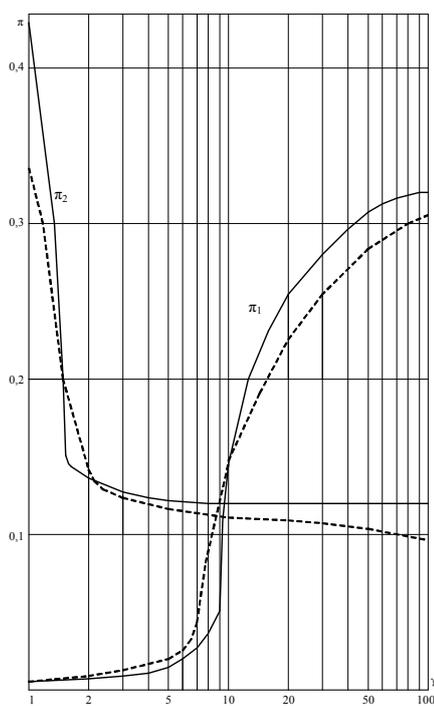


Рис. 2. Параметры: $n = 1$;
 $m = 2$; $\rho_i = 0,45$ и $r_1 = 2 < r_2 = 8$

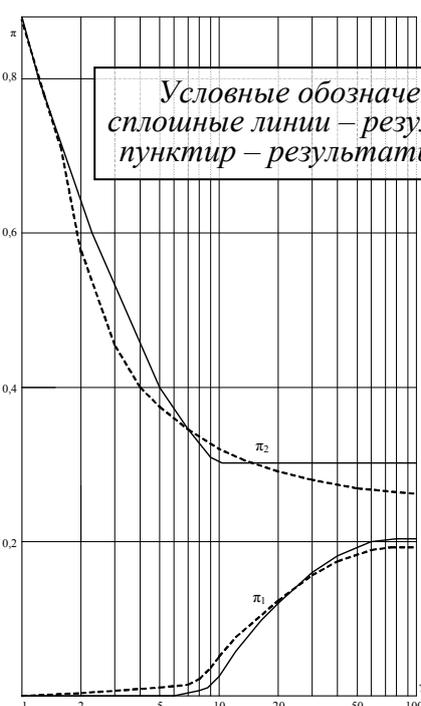


Рис. 3. Параметры: $n = 1$;
 $m = 2$; $\rho_i = 0,45$ и $r_1 = r_2 = 5$

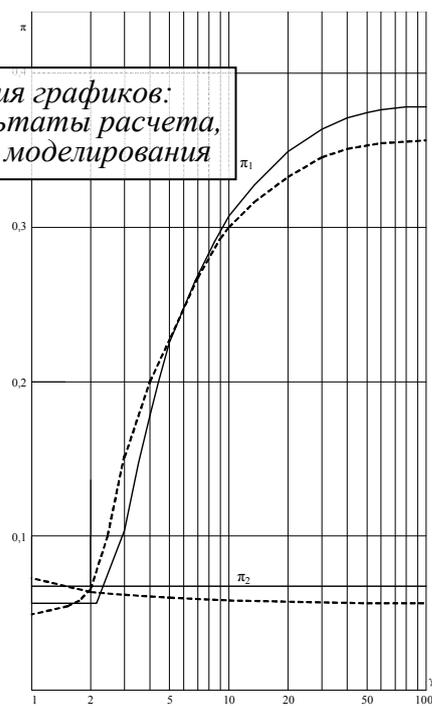


Рис. 4. Параметры: $n = 1$;
 $m = 2$; $\rho_i = 0,45$ и $r_1 = 8 > r_2 = 2$

Условие излома кривой π_k , определяемого процессом заполнения k -й секции БН, принимает вид $Q_k = (1 + \vartheta^2) \lambda_k T$, где T – время освобождения СМО от заявок более высоких, чем k -й, приоритетов. По аналогии с двухприоритетной моделью нетрудно заключить, что общее количество φ изломов кривой $\pi_k = f(y)$ может колебаться от одного до $\varphi_{\max} = m - k + 1$, т. е. зависит не только от условий обслуживания заявок низших, чем k -й, приоритетов (с индексами $j > k$), но и от места k -го потока в шкале приоритетов.

Для определения величины времени ожидания T рассмотрим процесс образования очереди L_{k-1} заявок более высоких, чем k , приоритетов, исходя из соотношения $L_{k-1} = \sum_{i=1}^{k-1} Q_i$, где

$$Q_i = \begin{cases} (1 + \vartheta^2) \gamma_k \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right), & \text{если } Q_i \leq r_i, \\ r_i & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Наиболее вероятное значение T_{Q_i} занятости системы обслуживанием очереди Q_i заявок составит $T_{Q_i} = (1 + \vartheta^2) Q_i T_i$, где T_i – среднее время обслуживания заявки i -го типа, и для очереди L_{k-1} можно приближенно записать $T_L = \sum_{i=1}^{k-1} T_{Q_i} = (1 + \vartheta^2) \gamma_k \sum_{i=1}^{k-1} (T_i \rho_i / \gamma_i)$.

В течение этого времени в системе образуется приращение $\Delta L'$ очереди заявок потоков высших приоритетов с индексами $i < k$. В силу стационарности и условия $\sum_{i=1}^m \rho_i < 1$ интенсивности λ_i поступлений таких заявок меньше параметров μ_i их обслуживания и суммарная очередь L_{k-1} вместе с приращениями $\Delta L', \Delta L'', \dots, \Delta L^i$ со временем укорачивается:

$$\Delta L^i = (1 + \vartheta^2) \gamma_k \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^i \leq 1. \quad \Delta L' = (1 + \vartheta^2) \gamma_k \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^2, \dots, \Delta L'' = (1 + \vartheta^2) \gamma_k \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^3.$$

Вообще, при расчете L_{k-1} можно рассмотреть l_i монотонно убывающих приращений суммарной очереди ΔL_{k-1} заявок i -х уровней приоритетности, более высоких, чем k -й, ($i < k$). Соответственно, процедура вычисления L_{k-1} заканчивается на l_i -м шаге, когда (как и в модели с общим БН) получаем приращение очереди, не превышающее единицы. Тогда считаем, что система полностью освободилась от ЗВП, принадлежащих потокам с индексами $i < k$, и может приступить к обслуживанию заявок k -го типа. Так как поступление заявок разных типов пропорционально интенсивностям входящих потоков, для выполнения неравенства $L_{k-1} \leq 1$ достаточно потребовать, чтобы $(1 + \vartheta^2) \gamma_k (\rho_i / \gamma_i)^{l_i} \leq \lambda_i / \sum_{j=1}^{k-1} \lambda_j$, откуда $l_i = \left\lceil \frac{\ln \lambda_i - \ln \sum_{j=1}^{k-1} \lambda_j}{\ln \left[(1 + \vartheta^2) \gamma_k \frac{\rho_i}{\gamma_i} \right]} \right\rceil$.

Тогда наиболее вероятная длина L очереди всех заявок с индексами $i < k$, образующейся в системе за время обслуживания одной заявки j -го типа, $j = \overline{k, m}$, с учетом l_i приращений ее длины при освобождении от L_{k-1} ЗВП, составит $L = (1 + \vartheta^2) \gamma_k \sum_{i=1}^{k-1} \left[1 - \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^{l_i+1} \right] / \left(1 - \frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)$, а период T занятости системы обслуживанием накопленной очереди L заявок –

$$T = (1 + \vartheta^2) \gamma_k \sum_{i=1}^{k-1} T_i \left[1 - \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^{l_i+1} \right] / \left(1 - \frac{\rho_i}{\gamma_i} \right). \quad (1)$$

За это время в k -й секции разделенного БН образуется очередь заявок k -го типа, наиболее вероятная длина Q_k которой равна $Q_k = (1 + \vartheta^2) \rho_k \sum_{i=1}^{k-1} \gamma_i \left[1 - \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^{l_i+1} \right] / \left(1 - \frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)$.

Очередь Q_k определяет условие обязательного излома (по переполнению собственной секции БН) кривой $\pi_k = f(\gamma)$, $Q_k = (1 + \vartheta^2) \rho_k \sum_{i=1}^{k-1} \gamma_i \left[1 - \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^{l_i+1} \right] / \left(1 - \frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)$.

При выполнении последнего неравенства потери заявок k -го типа определяются суммарной загрузкой системы первыми k потоками и объемами r_k собственных секций БН:

$$\pi_k = \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k} \left(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i \right) / \left(1 - \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k+1} \right),$$

если $Q_k \leq r_k$. Справа от точки излома потери возрастают за счет переполнения k -й секции БН в сеансе обслуживания одной заявки j -го типа, $j = \overline{k, m}$, причем доля ξ_k потерь составляет

$$\xi_k = \frac{Q_k - r_k}{Q_k} = 1 - r_k / \left((1 + \vartheta^2) \rho_k \sum_{i=1}^{k-1} \gamma_i \left[1 - \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^{l_i+1} \right] / \left(1 - \frac{\rho_i}{\gamma_i} \right) \right).$$

Вероятность P_k события, при котором за время T_j обработки одной заявки j -го типа ($j > k$) теряются ξ_k заявок k -го типа, пропорциональна нагрузке ρ_j потоком j -го приоритета и вероятности обслуживания заявки k -го типа при условии возможного прореживания j -го потока:

$$P_k = (1 - \pi_k)(1 - \xi_k) = \frac{1 - \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k}}{1 - \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k+1}} r_k / \left((1 + \vartheta^2) \rho_k \sum_{i=1}^{k-1} \gamma_i \left[1 - \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^{l_i+1} \right] / \left(1 - \frac{\rho_i}{\gamma_i} \right) \right).$$

Прореживание j -го потока имеет место при нарушении сходного с (2) условия $Q_j \leq r_j$; если же оно выполняется, то $P_k = 1 - \pi_k$. Окончательная форма записи приближенного выражения для оценки вероятности π_k потери заявки произвольного k -го потока принимает вид составного выражения 2:

$$\begin{aligned} \pi_k &= \frac{\left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k} \left(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i \right)}{1 - \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k+1}}, \text{ если для всех } j = \overline{k+1, m} \text{ справедливо } (1 + \vartheta^2) \gamma_j \frac{\rho_k}{\gamma_k} \leq r_k; \\ \pi_k &= \frac{\left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k} \left(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i \right)}{1 - \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k+1}} + \sum_{j=1}^m \delta_{jk} \rho_j \frac{1 - \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k}}{1 - \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k+1}} \left[1 - \frac{r_k \gamma_k}{(1 + \vartheta^2) \gamma_j \rho_k} \right] \times \\ &\times r_k / \left\{ (1 + \vartheta^2) \rho_k \sum_{i=1}^{k-1} \gamma_i \left[1 - \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^{l_i+1} \right] / \left(1 - \frac{\rho_i}{\gamma_i} \right) \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 0, & \text{если } (1 + \vartheta^2) \gamma_j \frac{\rho_k}{\gamma_k} \leq r_k, \\ 1 & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (2)$$

если хотя бы для одного $j, j = \overline{k+1, m}, (1 + \vartheta^2) \gamma_j \frac{\rho_k}{\gamma_k} > r_k$ и очередь

$$Q_k = (1 + \vartheta^2) \rho_k \sum_{i=1}^{k-1} \gamma_i \left[1 - \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^{l_i+1} \right] / \left(1 - \frac{\rho_i}{\gamma_i} \right) \leq r_k;$$

$$\pi_k = \frac{\left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k} \left(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i \right)}{1 - \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k+1}} + \sum_{j=1}^m \delta_{jk} \rho_j \frac{1 - \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k}}{1 - \left(\sum_{i=1}^k \rho_i \right)^{r_k+1}} \left[1 - \frac{r_k \cdot \gamma_k}{(1 + \vartheta^2) \cdot \gamma_j \cdot \rho_k} \right],$$

если хотя бы для одного $j, j = \overline{k+1, m}, (1 + \vartheta^2) \gamma_j \frac{\rho_k}{\gamma_k} > r_k$ и $Q_k > r_k$.

Наиболее вероятное время T ожидания аэродромной операции рассчитывается по формуле (1), утверждающей, что до взятия на обслуживание заявки k -го типа СМО должна освободиться от всех заявок более высокого приоритета, чем k -й. Обратим внимание на неизменность степени множителя $(1 + \vartheta^2)$ на каждом шаге расчета приращений очередей ЗВП при ее выводе. Приращения $\Delta L', \Delta L'', \dots, \Delta L^l$ суммарной очереди L_{k-1} , определяются как средние – $\gamma_k \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{\rho_i}{\gamma_i} \right)^l$, и на l -м шаге возрастает степень l вычисляемого значения, а переход к наиболее вероятной величине всякий раз происходит заново и не зависит от количества предшествовавших итераций.

Выражение (2) дает возможность приближенно рассчитывать вероятности потери заявок в системах с относительными приоритетами и приемом заявок в отдельные секции БН при известных значениях ρ_i, γ_i, r_i по каждому входящему потоку. Результаты вычислений по формулам подтверждаются статистическим моделированием. Тем не менее необходимо еще раз подчеркнуть, что допущение о правомерности замены случайной величины длины очереди ее наиболее вероятным значением, на котором основан их вывод, и, следовательно, методы расчета объемов БН, вносит в результаты дополнительную погрешность. Для СМО с параметрами $n = 1; m = 2; r = 10; \rho_1 = \rho_2 = 0,45$ ошибка относительно результатов моделирования достигает 15 % в окрестности точки излома $\gamma = r / (1 + \vartheta^2) \rho_1$ и менее 10 % – в остальном диапазоне изменения γ .

С увеличением n и m погрешность относительно метода статистических испытаний снижается. На этапе проектирования, располагая лишь приблизительными исходными данными, трудно ожидать точного решения задачи. Важно определить области и тенденции устойчивого поведения показателей качества в функции параметров системы, вывести ее в режим, в котором для любого произвольного k -го потока соблюдаются условия равновесного состояния, чтобы сохранить назначенные в соответствии с замыслом проекта отношения предпочтения. При любых сочетаниях параметров необходим инструмент, позволяющий выяснить характер взаимно-

го влияния элементов системы и дающий возможность управлять им, т. е. показывающий, какие характеристики системы следует изменить для повышения эффективности ее работы. Именно на такую «косвенную оптимизацию» ориентированы полученные формулы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выдвинутые экспертами ИКАО концепции управления общесистемной информацией (доступ всех участников процесса к данным о воздушной обстановке) [7], совместной организации потоков ВС (диспетчеров, пилотов, аналитиков, плановиков, метеорологов) и децентрализованного (кооперативного) управления воздушным движением (передача ряда функций наземных органов пилотам) [8] требуют для своей реализации разработки новых инструментов оперативной оценки принимаемых решений по обслуживанию воздушного движения. Принятие коллективных решений по нормализации обстановки в одной области пространства может отрицательно сказаться на дальнейшем положении дел в других его областях, затрагиваемых рейсами, подвергнутыми вмешательству (регулированию). Для предотвращения негативных последствий подобного рода следует предоставить лицам, осуществляющим совместную организацию потоков, компьютерные средства оперативной количественной оценки эффективности принимаемых решений. В статье обсуждается одно из возможных направлений такой поддержки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Этап определения проекта SESAR (Исследование организации воздушного движения в едином Европейском небе). Документ Евроконтроля DLM-0607-001-02-00, 2007.
2. Федеральные авиационные правила «Организация воздушного движения в РФ». Утв. Минтрансом РФ 25.11.2011, № 293. – Официальный текст. – Режим доступа: <http://dvmtu-favt.ru/about/documents/18/200>.
3. Митрофанов А.К., Петров М.А., Рудельсон Л.Е. Модель приоритетного обслуживания аэродромных операций. // Научный вестник МГТУ ГА. 2015. № 221.
4. Башарин Г.П. Об однолинейной системе с эрланговским распределением времени обслуживания для заявок различных видов // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1966. № 3.
5. Кузьмин В.П. Метод оценки вероятностей больших выбросов случайных процессов // Ученые записки ЦАГИ. Вып. 3–4. Том XXXIV. 2003.
6. Таненбаум Э., Вудхалл А. Операционные системы. Разработка и реализация. СПб.: Питер, 2007.
7. Руководство по концепции общесистемного управления информацией. Документ ИКАО Doc 10039 AN/511. Монреаль, 2015.
8. Руководство по совместной организации потоков воздушного движения. Документ ИКАО Doc 9971 AN/485. 2-е изд. Монреаль, 2014.

ALTERNATIVE MODEL FOR EVALUATING AERODROME CAPACITY BASED ON PRIORITIZED QUEUE SERVICE

Mitrofanov A.K., Petrov M.A., Rudel'son L.E.

Model of priority service of aerodrome operations is analyzed. The assumption of the legality of replacing the random variable queue length at its most probable value is used. The model is characterized in that the take-off and landing are described not by means of only safety priorities, but by technical and flight characteristics as well. Evaluations of the service waiting time of service and the probability of failure (or re-service) were obtained.

ICAO experts have put forward the concept of "System Wide Information Management" and "Collaborative Air Traffic Management", which require for their introduction of new instruments operational management decision making for air traffic services. It should provide participants with the joint organization of new software for rapid analysis of computer results. One of the possible directions of such support is discussed in this article.

Analysis of the two priority model shows that the efficiency of priority service is reduced in the case of a large spread of values of average request processing time. As a result of the loss probability for both types of requests become comparable or even approximately equal.

Experiment with the five priority flows confirms the order of request losses in accordance with an increase of flow index, identified by formulas for an arbitrary number of input streams. The tendency of the values for the partial converging efficiency criterion of service can only be observed in non-real case where the values of the average service time varies several hundred times. Moreover, this effect can easily be compensated by a slight increase in volume of storage buffer. It becomes obvious that the best conditions for the maintenance of the flow of requests are provided in the case of approximate equality of the average processing times; that is, when all the coefficients of the sequence tend to a single value.

The obtained formulas have a sufficient degree of generality and can be used to analyze the priority system in a wide range of data acquisition and processing tasks.

Key words: air traffic management, airdrome operations, priority service, the service waiting time of service, the probability of a denial of service.

REFERENCES

1. The ATM. Target. Concept. D3. DLM-0607-001-02-00, 2007. SESAR Definition Phase - Deliverable 3. Issued by the EUROCONTROL SESAR Consortium or the SESAR Definition Phase Project - September 2007.

2. Federal Aviation Regulations "Air Traffic Management in the Russian Federation." Approved. RF Ministry of Transport 25.11.2011, № 293. The official text. <http://dvmtu-favt.ru/about/documents/18/200> Access (in Russian).

3. **Mitrofanov A.K., Petrov M.A., Rudel'son L.E.** Model of priority service for airdrome's operations. The MSTUCA Scientific Bulletin. 2015. No. 221 (in Russian).

4. **Basharin G.P.** About certain single-line system with Erlang distribution for service time on to different types of requests. Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR, Technical Cybernetics. 1966. № 3 (in Russian).

5. **Kuz'min V.P.** Method of estimation of the probability of large emissions of random processes. Scientific notes TsAGI. Vol. 3–4. That XXXIV. 2003. (in Russian).

6. **Tanenbaum E, Woodhull A.** Operating Systems. Development and implementation. SPb: Peter, 2007 (in Russian).

7. Manual on System Wide Information Management (SWIM) Concept. Doc. 10039 AN/511, ICAO, 2012.

8. Manual on Collaborative Air Traffic Flow Management, Doc. 9971, ICAO, Montreal, Canada, 2012.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Митрофанов Артем Константинович, диспетчер-стажер Московского центра автоматизации управления воздушным движением, аспирант МГТУ ГА, электронный адрес: s7arts-7artem@mail.ru.

Петров Максим Александрович, аспирант МГТУ ГА, электронный адрес: ya.mixmeister@yandex.ru.

Рудельсон Лев Ефимович, д.т.н., профессор МГТУ ГА, электронный адрес: l-rudelson44@yandex.ru.