

УДК 66-5

ВОПРОСЫ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗМЕРОВ ЭЛАСТИЧНЫХ РЕЗЕРВУАРОВ ДЛЯ ПОЛЕВЫХ СКЛАДОВ ГОРЮЧЕГО

Ю.Н. РЫБАКОВ, С.В. ЛАРИОНОВ, С.И. ЧИРИКОВ, Р.И. КЮННАП

В статье изложены теоретические подходы к вопросам оптимизации геометрических параметров эластичных резервуаров (ЭР) для нефтепродуктов с учётом общей длины швов на верхней и нижней поверхностях. Предложены алгоритм, математические модели и критерий оптимизации, позволяющие существенно (до 20%) повысить эффективность раскроя конструкционного материала. На основе полученных зависимостей приведены формулы для определения оптимальных высоты, длины и ширины эластичных резервуаров. Приведены расчеты оптимальных размеров на примере эластичного резервуара вместимостью 250 м³.

Ключевые слова: эластичные резервуары, оптимизация геометрических размеров, метод Виета-Кардано, критерий оптимизации, конструкционный материал, эффективность.

Вопросам определения оптимальных параметров резервуаров посвящено значительное количество работ различных авторов. Классическая постановка и метод решения задачи нахождения оптимальных размеров цилиндрических резервуаров принадлежит В.Г. Шухову [1]. В дальнейшем различными авторами были рассмотрены и решены аналогичные задачи как для случая постоянной, так и переменной толщины стенки резервуара. Большинство полученных решений относилось к вопросу определения оптимальных параметров стальных цилиндрических резервуаров. Основной проблемой в этих работах являлось нахождение отношения высоты резервуара к его диаметру.

В случае нахождения оптимальных параметров эластичных резервуаров для полевых складов горючего вместимостью 300 – 15 000 м³ (рис. 1) возникает аналогичная задача. Также необходимо определить оптимальные соотношения между геометрическими размерами резервуара. Однако, если в случае цилиндрической формы резервуара задача нахождения его оптимальных размеров сводилась лишь к определению отношения между его высотой и диаметром, то для эластичного резервуара эта задача является более сложной.



а



б

Рис. 1. Полевой склад горючего, вместимостью 6000 м³: а – участок хранения полевого склада горючего; б – раскрой и сварка оболочки эластичного резервуара ЭР-250

Эластичный резервуар [2-5] представляет собой геометрическое тело сложной формы. Для эффективного решения задачи нахождения его оптимальных размеров необходимо аппроксимировать его форму, представив ее в виде более простых геометрических тел. Для этого представим эластичный резервуар в виде параллелепипеда с присоединенными к каждой его боковой грани полуцилиндрическими поверхностями. Таким образом, объем рассматриваемого тела, аппроксимирующего эластичный резервуар, будет складываться из объема параллелепипеда, объемов цилиндров с высотами, равными длине и ширине

параллелепипеда, и радиусами, равными половине высоты параллелепипеда, а также объемов четырех цилиндров с тем же радиусом и высотами, равными высоте параллелепипеда.

Таким образом, объем эластичного резервуара равен

$$V = V_{\Pi} + V_{\text{ц1}} + V_{\text{ц2}} + 4V_{\text{ц3}},$$

где V_{Π} – объем параллелепипеда $V_{\Pi} = 2R \cdot L \cdot H$; $V_{\text{ц1}}, V_{\text{ц2}}, V_{\text{ц3}}$ – объемы цилиндров: $V_{\text{ц1}} = \pi R^2 \cdot L$; $V_{\text{ц2}} = \pi R^2 \cdot H$; $V_{\text{ц3}} = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$, L – длина эластичного резервуара; H – его ширина; R – радиус цилиндрической поверхности, равный половине высоты резервуара.

Отношение между шириной и длиной параллелепипеда будем считать заданной, определяемой особенностью эксплуатации, обозначим ее $\frac{H}{L} = k$.

Обозначим отношение длины и ширины эластичного резервуара как $\frac{H}{L} = k$, значит $H = kL$.

Тогда

$$V_{\Pi} = 2R \cdot L \cdot kL = kL^2 \cdot 2R;$$

$$V_{\text{ц2}} = \pi R^2 \cdot kL.$$

В итоге объем тела, аппроксимирующего эластичный резервуар, равен:

$$V = kL^2 \cdot 2R + \pi R^2 \cdot L + \pi R^2 \cdot kL + 4 \cdot 2\pi R^3;$$

$$V = kL^2 \cdot 2R + \pi R^2 \cdot L \cdot (1 + k) + 8\pi R^3. \quad (1)$$

Для дальнейшего решения задачи оптимизации размеров ЭР выразим длину эластичного резервуара через его объем.

Приведя выражение для объема тела (1), аппроксимирующего эластичный резервуар, к виду уравнения относительно длины L , получим

$$L^2 \cdot 2kR + L \cdot \pi R^2 (1 + k) + (8\pi R^3 - V) = 0. \quad (2)$$

Решая (2) относительно L , получим

$$L = \frac{-\pi R^2 (1 + k) + \sqrt{8kRV + \pi^2 R^4 (1 + k)^2 - 64\pi k R^4}}{4kR}.$$

Обозначим $8kRV + \pi^2 R^4 (1 + k)^2 - 64\pi k R^4 = D^*$, $D^* \geq 0$, тогда

$$L = \frac{-\pi R^2 (1 + k) + \sqrt{D^*}}{4kR}. \quad (3)$$

Величиной, минимизирующей стоимость эластичного резервуара, является минимум площади поверхности фигуры, аппроксимирующей эластичный резервуар. Ее величина равна

$$S = S_{\Pi} + S_{\text{ц1}} + S_{\text{ц2}} + 4S_{\text{ц3}},$$

где $S_{\Pi} = 2L \cdot H = 2L \cdot kL = 2kL^2$;

$$S_{\text{ц1}} = 2\pi R \cdot L;$$

$$S_{\text{ц2}} = 2\pi R \cdot H = 2\pi R \cdot kL;$$

$$S_{\text{ц3}} = 2\pi R \cdot 2R = 4\pi R^2.$$

Подставив $S_{\Pi}, S_{\text{ц1}}, S_{\text{ц2}}, S_{\text{ц3}}$ в общую формулу площади поверхности, получим:

$$S = 2kL^2 + 2\pi R \cdot L + 2\pi R \cdot kL + 4 \cdot 4\pi R^2;$$

$$S = 2kL^2 + 2\pi RL(1 + k) + 16\pi R^2. \quad (4)$$

В соответствии с поставленной целью основным критерием оптимизации будет

$$S \rightarrow \min. \quad (5)$$

Для выполнения условия (5) сначала подставим в уравнение (4) найденное значение L из (3), затем найдем производную площади поверхности по радиусу цилиндров $(\frac{dS}{dR})$ и приравняем ее к нулю.

Итак, $S = L^2 \cdot 2k + L \cdot 2\pi R(1+k) + 16\pi R^2$;

$$L = \frac{-\pi R^2(1+k) + \sqrt{D^*}}{4kR},$$

где

$$D^* = R \cdot 8kV + R^4 \cdot [\pi^2(1+k)^2 - 64\pi k];$$

$$L^2 = \frac{\pi^2 R^4(1+k)^2 - 2\pi R^2(1+k)\sqrt{D^*} + D^*}{16k^2 R^2} = \frac{\pi^2 R^3(1+k)^2 - \pi R(1+k)\sqrt{D^*} + 4kV - 32\pi k R^3}{8k^2 R}. \quad (6)$$

Подставляя найденные L и L^2 , получим

$$S = \frac{V}{4R} - \frac{\pi^2 R^2(1+k)^2}{4k} + \frac{\pi(1+k)\sqrt{D^*}}{4k} + 14\pi R^2$$

или

$$S = R^2 \cdot \left(14\pi - \frac{\pi^2(1+k)^2}{4k}\right) + R^{-1} \cdot \frac{V}{4} + (D^*)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\pi(1+k)}{4k}. \quad (7)$$

Найдем производную по R

$$\frac{dS}{dR} = 2R \cdot \left(14\pi - \frac{\pi^2(1+k)^2}{4k}\right) - R^{-2} \cdot \frac{V}{4} + \frac{1}{2} \cdot (D^*)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{dD^*}{dR} \cdot \frac{\pi(1+k)}{4k}$$

или

$$\frac{dS}{dR} = 2R \cdot \left(14\pi - \frac{\pi^2(1+k)^2}{4k}\right) - \frac{V}{4R^2} + \frac{dD^*}{dR} \cdot \frac{\pi(1+k)}{8k\sqrt{D^*}}.$$

Производная D^* по R равна

$$\frac{dD^*}{dR} = 1 \cdot 8kV + 4R^3 \cdot [\pi^2(1+k)^2 - 64\pi k] = 8kV + 4\pi^2 R^3(1+k)^2 - 256\pi k R^3.$$

Тогда

$$\frac{dS}{dR} = R \left(28\pi - \frac{\pi^2(1+k)^2}{2k}\right) - \frac{V}{4R^2} + \frac{\pi(1+k)[2kV + \pi^2 R^3(1+k)^2 - 64\pi k R^3]}{2k\sqrt{8kRV + \pi^2 R^4(1+k)^2 - 64\pi k R^4}}. \quad (8)$$

Приравниваем производную к нулю $\frac{dS}{dR} = 0$.

$$R \left(\frac{\pi^2(1+k)^2}{2k} - 28\pi\right) + \frac{V}{4R^2} = \frac{\pi(1+k)[2kV + \pi^2 R^3(1+k)^2 - 64\pi k R^3]}{2k\sqrt{8kRV + \pi^2 R^4(1+k)^2 - 64\pi k R^4}}. \quad (9)$$

Преобразовав последнее выражение, получим

пусть $\pi^2 + 2\pi^2 k + \pi^2 k^2 - 56\pi k = a$

$$\frac{2\pi(1+k)[kVR^2 + R^5 a - 8\pi k R^5]}{kV + 2R^3 a} = \sqrt{8kRV + R^4(a - 8\pi k)}.$$

Упростим выражение и получим

$$4R^9[1792\pi^3 k^3 + 32\pi^2 k^2(35a + 16) + 16\pi k a(a + 20) - a^3] + 4R^6[896\pi^2 k^2 + 8\pi k(a - 1) - a - 6a^2]kV + R^3[232\pi k - 29a]k^2 V^2 - 8k^3 V^3 = 0.$$

Если представить $R^3 = P$, то получим кубическое уравнение вида

$$4P^3[1792\pi^3 k^3 + 32\pi^2 k^2(35a + 16) + 16\pi k a(a + 20) - a^3] + 4P^2[896\pi^2 k^2 + 8\pi k(a - 1) - a - 6a^2]kV + P[232\pi k - 29a]k^2 V^2 - 8k^3 V^3 = 0$$

или

$$P^3 \cdot A + P^2 \cdot B + P \cdot C + G = 0, \quad (10)$$

где $A = 4(1792\pi^3 k^3 + 32\pi^2 k^2(35a + 16) + 16\pi k a(a + 20) - a^3)$;

$B = 4(896\pi^2 k^2 + 8\pi k(a - 1) - a - 6a^2)kV$;

$C = (232\pi k - 29a)k^2 V^2$;

$$G = -8k^3V^3.$$

Из решения уравнения (10) относительно $R^3 = P$ будет определяться оптимальное значение R и далее по формуле (6) можно определить L - длину эластичного резервуара и $H = kL$ - его ширину.

Расчет стоимости эластичного резервуара с учетом швов

Введем следующие переменные:

α – стоимость 1 м² эластичного материала, руб./м²;

β – стоимость 1 м сварного шва эластичного материала, руб./м;

l – общая длина швов во всем резервуаре;

S – площадь поверхности резервуара;

C – общая стоимость резервуара с учетом швов.

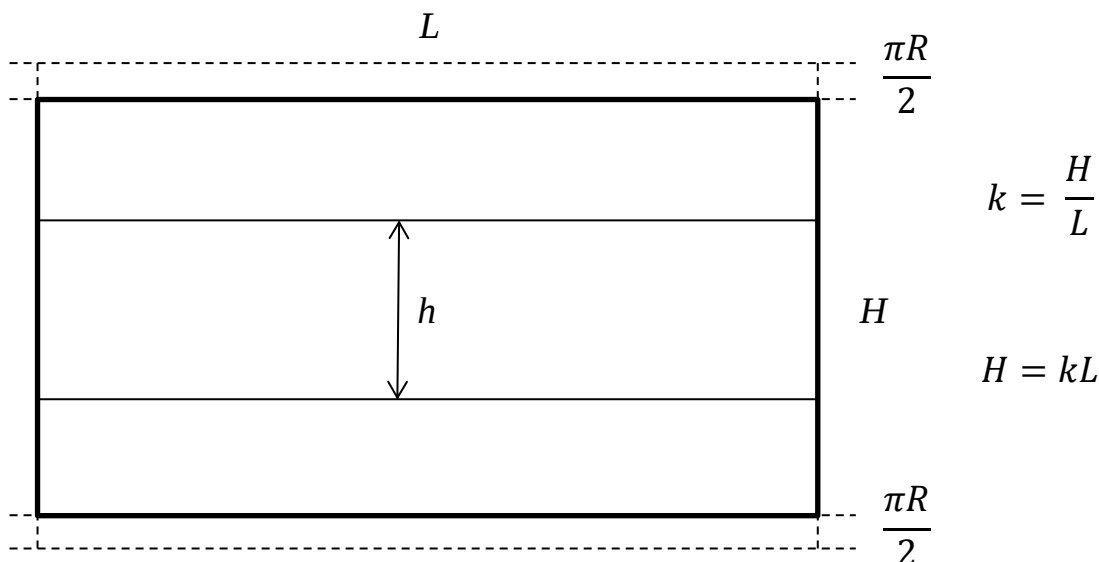
Критерий оптимизации

$$C = \alpha \cdot S + \beta \cdot l \rightarrow \min. \quad (11)$$

Количество швов на верхней (нижней) поверхности резервуара $\frac{H}{h}$,

где H – ширина резервуара;

h – расстояние между швами.



Общая длина швов на верхней и нижней поверхностях резервуара (с учетом боковой поверхности длиной L)

$$2L \cdot \frac{H + \pi R}{h}.$$

Общая длина швов на боковой поверхности длиной H (по ширине)

$$2\pi R \cdot \frac{H}{h},$$

где πR – длина одного шва на боковой поверхности.

Тогда общая длина всех швов резервуара

$$l = 2L \cdot \frac{H + \pi R}{h} + 2\pi R \cdot \frac{H}{h}. \quad (12)$$

Общий вид целевой функции с учетом стоимости швов

$$C = \alpha \cdot (2kL^2 + 2\pi RL(1 + k) + 16\pi R^2) + \beta \cdot \left(2L \cdot \frac{H + \pi R}{h} + 2\pi R \cdot \frac{H}{h} \right). \quad (13)$$

Для выполнения условия (11) найдем производную функции (13) стоимости резервуара по радиусу цилиндров ($\frac{dC}{dR}$) и приравняем ее к нулю.

$$\frac{dC}{dR} = \alpha \cdot \frac{dS}{dR} + \beta \cdot \frac{dl}{dR}. \quad (14)$$

Так как $\frac{dS}{dR}$ была рассчитана в пункте 4, то посчитаем отдельно $\frac{dl}{dR}$.

Преобразуем $l = \frac{2kL^2}{h} + \frac{2\pi RL}{h} \cdot (1+k)$ и вспомним, что по формуле (4)

$$S = L^2 \cdot 2k + L \cdot 2\pi R(1+k) + 16\pi R^2.$$

Следовательно, $l = \frac{S}{h} - \frac{16\pi R^2}{h} = \frac{1}{h}(S - 16\pi R^2)$.

$$\frac{dl}{dR} = \frac{1}{h} \left(\frac{dS}{dR} - 32\pi R \right). \quad (15)$$

Подставим результаты (10) и (15) в формулу (14) и приравняем производную к нулю:

$$\frac{dC}{dR} = \alpha \cdot \left(\frac{dS}{dR} \right) + \beta \cdot \frac{1}{h} \cdot \left(\frac{dS}{dR} - 32\pi R \right) = 0;$$

$$\frac{dC}{dR} = \frac{dS}{dR} \cdot \left(\alpha + \frac{\beta}{h} \right) - 32\pi R \cdot \frac{\beta}{h} = 0;$$

$$\frac{dS}{dR} \cdot \alpha = \left(\frac{dS}{dR} - 32\pi R \right) \cdot \frac{\beta}{h}.$$

Упростив последнее выражение, получим

$$4R^9[x^2(3x + 2,5F\pi k - 64\pi k) + (x - 0,5F\pi k + 64\pi k)(x + 0,5F\pi k)(3x - 0,5F\pi k + 64\pi k)] + \\ + 4R^6[4x(3x + 0,5F\pi k) + (x - 0,5F\pi k + 64\pi k)(1 - 2x - F\pi k)]kV + \\ + R^3[35x + 2,5F\pi k - 64\pi k]k^2V^2 - 8k^3V^3 = 0.$$

Если представить $R^3 = P$, то получим кубическое уравнение вида

$$P^3 \cdot A' + P^2 \cdot B' + P \cdot C' + G = 0, \quad (16)$$

где $A' = 4(x^2(3x + 2,5F\pi k - 64\pi k) + (x - 0,5F\pi k + 64\pi k)(x + 0,5F\pi k)(3x - 0,5F\pi k + 64\pi k))$;

$$B' = 4(4x(3x + 0,5F\pi k) + (x - 0,5F\pi k + 64\pi k)(1 - 2x - F\pi k))kV;$$

$$C' = (35x + 2,5F\pi k - 64\pi k)k^2V^2;$$

$$G = -8k^3V^3.$$

Пример расчета заданных объемов резервуаров и их цены с учетом швов

Найдем оптимальные размеры эластичного резервуара объемом 250 м^3 , где отношение длины и ширины $k=0,75$. Стоимость 1 м^2 эластичного материала $\alpha = 10\,000 \text{ руб./м}^2$. Стоимость 1 м шва эластичного материала $\beta = 3000 \text{ руб./м}$.

Расстояние между швами $h = 1,5 \text{ м}$

$$F = \frac{28\alpha + \frac{4\beta}{h}}{\alpha - \frac{\beta}{h}} = \frac{28 \cdot 10\,000 + \frac{4 \cdot 3000}{1,5}}{10\,000 - \frac{3000}{1,5}} = 52,36.$$

Найдем значения коэффициентов:

$$A' = 1310691,00; B' = -5205783,52; C' = -5740443,37; G = -52734375,00.$$

Подставим данные коэффициенты в уравнение (16) и найдем решение по методу Виета-Кардано [6]

$$1310691 x^3 - 5205783 x^2 - 5740443 x - 52734375 = 0.$$

Коэффициенты:

$$a = -3,9717851118227; b = -4,3797073452095; c = -40,234025411024;$$

$$Q = \frac{(a^2 - 3b)}{9} = \frac{((-3,9717851118227)^2 - 3 \cdot (-4,3797073452095))}{9} = 3,2127;$$

$$R = \frac{(2a^3 - 9ab + 27c)}{54} = -25,3368.$$

Следовательно, по методу Виета-Кардано уравнение имеет один действительный корень (общий случай) или два (вырожденный). Кроме действительного корня имеются два комплексно-сопряженных:

$$\begin{aligned}x_1 &= 5.88; \\x_2 &= -0.954 + i \times (2.436); \\x_3 &= -0.954 - i \times (2.436).\end{aligned}$$

Учитываем только действительный корень $P = 5.88$.

$$R = 0,87 \text{ м}; 2R = 1,74 \text{ м}; L = 11,09 \text{ м}; H = 9,92 \text{ м}; \quad S = 257,08 \text{ м}^2.$$

Длина всех швов резервуара $l = 62,81 \text{ м}$.

Минимальная стоимость резервуара заданного объема

$$C = \alpha \cdot S + \beta \cdot l = 10\,000 \cdot 257,08 + 3\,000 \cdot 62,81 = 2\,759\,230 \text{ руб.}$$

Выводы

1. Разработана математическая модель для определения оптимальных размеров ЭР, базирующаяся на минимизации площади его поверхности. На основе полученных зависимостей приведены формулы для определения оптимальных соотношений между высотой, длиной и шириной ЭР.

2. Приведена модель для определения оптимальных размеров ЭР с учетом стоимости его швов. Показано, что учет стоимости швов ЭР оказывает влияние на величины их оптимальных размеров.

3. Получены формулы для определения оптимальных соотношений между геометрическими параметрами ЭР, учитывающие влияние стоимости его швов. Рассчитан пример определения оптимальных размеров ЭР объемом 250 м^3 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Шухов В.Г. *Искусство конструкции* / Райнер Грефе, Оттмар Перчи, Ф.В. Шухов, М.М. Гаппоев и др. М.: Мир, 1994. 192 с.
2. Патент РФ 2304553. *Мобильный эластичный резервуар для нефтепродуктов* / Рыбаков Ю.Н., Харламова О.Д., Паталах И.И., Абрамов М.Д. // Заявл. 07.04.2006. Оpubл. 20.08.2007. Бюл. № 23.
3. *О принятии на снабжение полевого склада горючего ПСТ-600 вместимостью 600 м³*: приказ Министра обороны Российской Федерации № 132 от 02.03.2015.
4. ТУ 7981-023-08151164-2013. *Полевой склад горючего ПСТ-1000. Технические условия*. М.: ФАУ «25 ГосНИИ химмотологии Минобороны России», 2013.
5. *Исследование по созданию опытно-промышленного производства передвижных эластичных резервуаров*: отчет о НИР. М.: ФАУ «25 ГосНИИ Минобороны России», 2010.
6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. *Справочник по математике*. 7-е изд., стереотипное. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1967. С. 138-139.

PROBLEMS OF SIZE OPTIMIZATION OF FLEXIBLE TANKS FOR FUEL FARMS

Ribakov Yu.N., Larionov S.V., Chirikov S.I., Kyunnapp R.I.

The article outlines the theoretical approaches to the optimization of the geometrical parameters of flexible tanks for petroleum products taking into account the total length of the stitches on the top and bottom surfaces. The algorithm, mathematical models and optimization criterion to significantly (up to 20%) increase the efficiency of cutting the material of construction are proposed. On the basis of these curves are the formulas for determining the optimal height, length and width of the flexible container. The calculations are for the optimal sizes for example, flexible container with a capacity of 250 м^3 .

Keywords: flexible tanks, optimization of geometrical dimensions, Vieta-Cardano method, optimization criterion, construction material, efficiency.

REFERENCES

1. **Shukhov V.G.** Iskusstvo konstruktсии. Rayner Grefe, Ottmar Perchi, F.V. Shukhov, M.M. Gappoyev i dr. M.: Mir. 1994. 192 p. (In Russian).
2. **Patent RF 2304553.** Mobil'nyy elastichnyy rezervuar dlya nefteproduktov. Rybakov Y.N., Kharlamova O.D., Patalakh I.I., Abramov M.D. Declared 07.04.2006. Published 20.08.2007. Bulletin № 23. (In Russian).
3. О принятии на снабжение полевого склада горючего PSG-600 вместимостью 600 м³: приказ Министра обороны Российской Федерации № 132 от 02.03.2015. (In Russian).
4. TU 7981-023-08151164-2013. Polevoy sklad goryuchego PSG-1000. Tekhnicheskiye usloviya. M.: FAU «25 GosNII khimmotologii Minoborony Rossii». 2013. (In Russian).
5. Issledovaniye po sozdaniyu opytно-promyshlennogo proizvodstva peredvizhnykh elastichnykh rezervuarov: otchet o NIR. M.: FAU «25 GosNII Minoborony Rossii». 2010. (In Russian).
6. **Bronshteyn I.N., Semendyayev K.A.** Spravochnik po matematike. 7-e izd, stereotipnoye. M.: Gosudarstvennoye izdatel'stvo tekhniko-teoreticheskoy literatury. 1967. Pp. 138-139. (In Russian).

Сведения об авторах

Рыбаков Юрий Николаевич, 1961 г.р., окончил МИНХ и ГП им. И.М. Губкина (1983), кандидат технических наук, заслуженный изобретатель Российской Федерации, лауреат стипендии Президента РФ «Работникам оборонно-промышленного комплекса за выдающиеся заслуги в создании военной и специальной техники», начальник 23 отдела «25 ГосНИИ химмотологии Минобороны России», автор более 200 научных работ, область научных интересов – нефтепродуктообеспечение, полимерные материалы.

Ларионов Сергей Владимирович, 1956 г.р., окончил МИНХ и ГП им. И.М. Губкина (1978), кандидат технических наук, доцент кафедры нефтепродуктообеспечения и газоснабжения РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, автор более 150 научных работ, область научных интересов – технические средства нефтепродуктообеспечения и газообеспечения.

Чириков Сергей Игоревич, 1990 г.р., окончил МАТИ (2013), младший научный сотрудник 23 отдела «25 ГосНИИ химмотологии Минобороны России», автор 5 научных работ, область научных интересов – полимерные материалы.

Кюннап Роман Игоревич, 1989 г.р., окончил УВВТУ (ВИ) (2011), младший научный сотрудник 23 отдела «25 ГосНИИ химмотологии Минобороны России», автор 7 научных работ, область научных интересов – технические средства нефтепродуктообеспечения.