

УДК 629.735

МОДЕЛЬ КАНАЛА БОРТОВОЙ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

А.Г. ДЕМЧЕНКО

Статья представлена доктором технических наук, профессором Кузнецовым С.В.

Данная статья посвящена математическому моделированию канала бортовой системы электроснабжения переменного тока. Рассматривается моделирование синхронного генератора, распределительной сети и трёхфазной статической нагрузки в составе канала бортовой системы электроснабжения (СЭС) переменного тока.

Ключевые слова: математическое моделирование, система электроснабжения, синхронный генератор, трёхфазная нагрузка.

Вопросам моделирования электроэнергетических систем и их элементов посвящены многочисленные работы [1; 2; 3].

На основании ранее полученных результатов моделирования электроэнергетических систем в [4; 5] в данной работе рассматриваются математические модели синхронного генератора, распределительной сети и трёхфазной статической нагрузки в составе канала бортовой системы электроснабжения (СЭС) переменного тока, выводится математическая модель канала СЭС переменного тока.

Структура канала бортовой СЭС переменного тока

При моделировании канала бортовой СЭС переменного тока за основу была взята типовая структурная схема канала бортовой СЭС среднемагистрального самолёта (рис. 1).

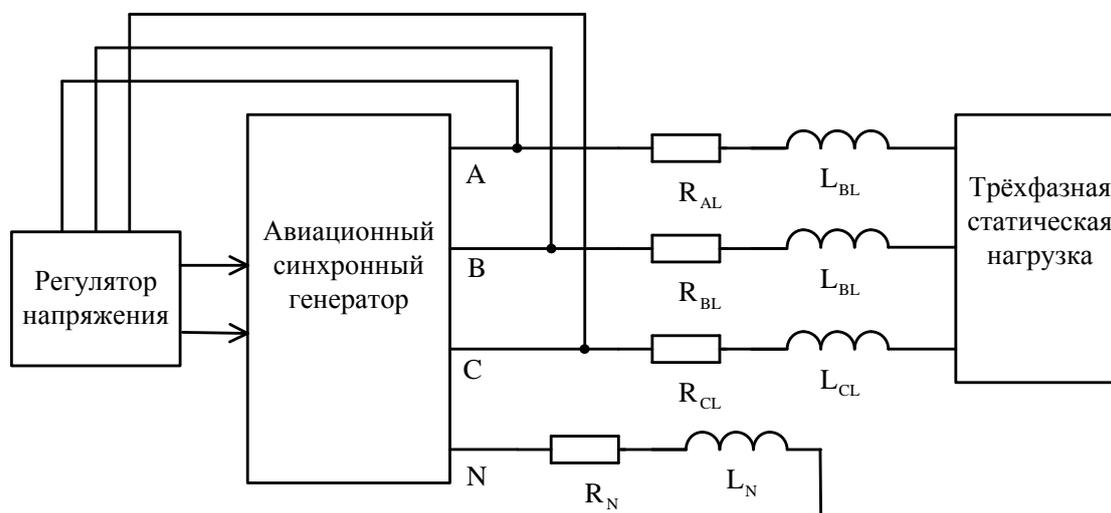


Рис. 1. Структурная схема канала бортовой СЭС переменного тока

На схеме канала бортовой СЭС (рис. 1) обозначены следующие элементы: R_{AL} , R_{BL} , R_{CL} - активные сопротивления соединительных проводов фаз А, В, С; L_{AL} , L_{BL} , L_{CL} - индуктивности соединительных проводов фаз А, В, С; R_N , L_N - активное сопротивление и индуктивность нейтрального провода генератора.

Модель синхронного генератора

Модель синхронного генератора реализована в фазной системе координат с использованием уравнений напряжений и потокосцеплений для обмотки статора и цепей ротора.

Система уравнений напряжений обмотки статора имеет вид

$$\begin{cases} u_A(t) = -\frac{d\psi_A(t)}{dt} - r i_A(t) \\ u_B(t) = -\frac{d\psi_B(t)}{dt} - r i_B(t) , \\ u_C(t) = -\frac{d\psi_C(t)}{dt} - r i_C(t) \end{cases} \quad (1)$$

где $u_A(t)$, $u_B(t)$, $u_C(t)$ - мгновенные значения фазных напряжений синхронного генератора; $\psi_A(t)$, $\psi_B(t)$, $\psi_C(t)$ - мгновенные значения потокосцеплений контуров статора; $i_A(t)$, $i_B(t)$, $i_C(t)$ - мгновенные значения фазных токов синхронного генератора; r - активное сопротивление фазы синхронного генератора.

Применяя к системе уравнений (1) преобразование Лапласа, получаем

$$\begin{cases} U_A(p) = -p\Psi_A(p) - rI_A(p) \\ U_B(p) = -p\Psi_B(p) - rI_B(p) . \\ U_C(p) = -p\Psi_C(p) - rI_C(p) \end{cases} \quad (2)$$

В матричной форме система уравнений (2) запишется в следующем виде

$$\begin{bmatrix} U_A(p) \\ U_B(p) \\ U_C(p) \end{bmatrix} = -p \begin{bmatrix} \Psi_A(p) \\ \Psi_B(p) \\ \Psi_C(p) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A(p) \\ I_B(p) \\ I_C(p) \end{bmatrix} . \quad (3)$$

Система уравнений напряжений цепей ротора имеет вид

$$\begin{cases} u_f(t) = \frac{d\psi_f(t)}{dt} + r_f i_f(t) \\ 0 = \frac{d\psi_{rd}(t)}{dt} + r_{rd} i_{rd}(t) , \\ 0 = \frac{d\psi_{rq}(t)}{dt} + r_{rq} i_{rq}(t) \end{cases} \quad (4)$$

где $u_f(t)$ - мгновенное значение напряжения на обмотке возбуждения синхронного генератора; $\psi_f(t)$, $\psi_{rd}(t)$, $\psi_{rq}(t)$ - мгновенные значения потокосцеплений контуров ротора; $i_f(t)$, $i_{rd}(t)$, $i_{rq}(t)$ - мгновенные значения токов цепей ротора синхронного генератора; r_f - активное сопротивление обмотки возбуждения; r_{rd} - активное сопротивление продольного демпферного контура; r_{rq} - активное сопротивление поперечного демпферного контура.

Применяя к системе уравнений (4) преобразование Лапласа, получаем

$$\begin{cases} U_f(p) = p\Psi_f(p) + r_f I_f(p) \\ 0 = p\Psi_{rd}(p) + r_{rd} I_{rd}(p) \\ 0 = p\Psi_{rq}(p) + r_{rq} I_{rq}(p) \end{cases} . \quad (5)$$

В матричной форме система уравнений (5) запишется в следующем виде

$$\begin{bmatrix} U_f(p) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} \Psi_f(p) \\ \Psi_{rd}(p) \\ \Psi_{rq}(p) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_f & 0 & 0 \\ 0 & r_{rd} & 0 \\ 0 & 0 & r_{rq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_f(p) \\ I_{rd}(p) \\ I_{rq}(p) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Система уравнений потокосцеплений контуров статора имеет вид

$$\begin{cases} \psi_A(t) = L_A i_A(t) + M_{AB} i_B(t) + M_{AC} i_C(t) + M_{Af} i_f(t) + M_{Ard} i_{rd}(t) + M_{Arq} i_{rq}(t) \\ \psi_B(t) = M_{AB} i_A(t) + L_B i_B(t) + M_{BC} i_C(t) + M_{Bf} i_f(t) + M_{Brd} i_{rd}(t) + M_{Brq} i_{rq}(t), \\ \psi_C(t) = M_{AC} i_A(t) + M_{BC} i_B(t) + L_C i_C(t) + M_{Cf} i_f(t) + M_{Crd} i_{rd}(t) + M_{Crq} i_{rq}(t) \end{cases} \quad (7)$$

где L_A, L_B, L_C - индуктивности фаз обмотки статора генератора; M_{AB}, M_{BC}, M_{AC} - взаимои-
ндуктивности фаз обмотки статора генератора; $M_{Af}, M_{Bf}, M_{Cf}, M_{Ard}, M_{Brd}, M_{Crd}, M_{Arq}, M_{Brq},$
 M_{Crq} - взаимоиנדуктивности обмотки статора и контуров ротора.

Применяя к системе уравнений (7) преобразование Лапласа, получаем

$$\begin{cases} \Psi_A(p) = L_A I_A(p) + M_{AB} I_B(p) + M_{AC} I_C(p) + M_{Af} I_f(p) + M_{Ard} I_{rd}(p) + M_{Arq} I_{rq}(p) \\ \Psi_B(p) = M_{AB} I_A(p) + L_B I_B(p) + M_{BC} I_C(p) + M_{Bf} I_f(p) + M_{Brd} I_{rd}(p) + M_{Brq} I_{rq}(p) \cdot \\ \Psi_C(p) = M_{AC} I_A(p) + M_{BC} I_B(p) + L_C I_C(p) + M_{Cf} I_f(p) + M_{Crd} I_{rd}(p) + M_{Crq} I_{rq}(p) \end{cases} \quad (8)$$

В матричной форме система уравнений (8) запишется в следующем виде

$$\begin{bmatrix} \Psi_A(p) \\ \Psi_B(p) \\ \Psi_C(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_A & M_{AB} & M_{AC} \\ M_{AB} & L_B & M_{BC} \\ M_{AC} & M_{BC} & L_C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A(p) \\ I_B(p) \\ I_C(p) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{Af} & M_{Ard} & M_{Arq} \\ M_{Bf} & M_{Brd} & M_{Brq} \\ M_{Cf} & M_{Crd} & M_{Crq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_f(p) \\ I_{rd}(p) \\ I_{rq}(p) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Система уравнений потокосцеплений контуров ротора имеет вид

$$\begin{cases} \psi_f(t) = M_{Af} i_A(t) + M_{Bf} i_B(t) + M_{Cf} i_C(t) + L_f i_f(t) + M_{frd} i_{rd}(t) \\ \psi_{rd}(t) = M_{Ard} i_A(t) + M_{Brd} i_B(t) + M_{Crd} i_C(t) + M_{frd} i_f(t) + L_{rd} i_{rd}(t), \\ \psi_{rq}(t) = M_{Arq} i_A(t) + M_{Brq} i_B(t) + M_{Crq} i_C(t) + L_{rq} i_{rq}(t) \end{cases} \quad (10)$$

где L_f, L_{rd}, L_{rq} - индуктивности роторных цепей генератора; M_{frd} - взаимоиנדуктивность об-
мотки возбуждения и продольного демпферного контура.

Применяя к системе уравнений (10) преобразование Лапласа, получаем

$$\begin{cases} \Psi_f(p) = M_{Af} I_A(p) + M_{Bf} I_B(p) + M_{Cf} I_C(p) + L_f I_f(p) + M_{frd} I_{rd}(p) \\ \Psi_{rd}(p) = M_{Ard} I_A(p) + M_{Brd} I_B(p) + M_{Crd} I_C(p) + M_{frd} I_f(p) + L_{rd} I_{rd}(p) \cdot \\ \Psi_{rq}(p) = M_{Arq} I_A(p) + M_{Brq} I_B(p) + M_{Crq} I_C(p) + L_{rq} I_{rq}(p) \end{cases} \quad (11)$$

В матричной форме система уравнений (11) запишется в следующем виде

$$\begin{bmatrix} \Psi_f(p) \\ \Psi_{rd}(p) \\ \Psi_{rq}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{Af} & M_{Bf} & M_{Cf} \\ M_{Ard} & M_{Brd} & M_{Crd} \\ M_{Arq} & M_{Brq} & M_{Crq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A(p) \\ I_B(p) \\ I_C(p) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_f & M_{frd} & 0 \\ M_{frd} & L_{rd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{rq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_f(p) \\ I_{rd}(p) \\ I_{rq}(p) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Таким образом, математическую модель синхронного генератора можно описать следую-
щей системой матричных уравнений

$$\begin{cases} [u_s] = -p[\psi_s] - [r_s] \cdot [i_s] \\ [u_r] = p[\psi_r] + [r_r] \cdot [i_r] \\ [\psi_s] = [L_{ss}] \cdot [i_s] + [L_{sr}] \cdot [i_r] \\ [\psi_r] = [L_{rs}] \cdot [i_s] + [L_{rr}] \cdot [i_r] \end{cases}, \quad (13)$$

где $[u_s] = \begin{bmatrix} U_A(p) \\ U_B(p) \\ U_C(p) \end{bmatrix}$ - вектор-столбец фазных напряжений синхронного генератора, выраженных

в преобразовании Лапласа;

$[u_r] = \begin{bmatrix} U_f(p) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ - вектор-столбец напряжений цепей ротора синхронного генератора, выра-

женных в преобразовании Лапласа;

$[\psi_s] = \begin{bmatrix} \Psi_A(p) \\ \Psi_B(p) \\ \Psi_C(p) \end{bmatrix}$ - вектор-столбец потокосцеплений фаз обмотки статора синхронного гене-

ратора, выраженных в преобразовании Лапласа;

$[\psi_r] = \begin{bmatrix} \Psi_f(p) \\ \Psi_{rd}(p) \\ \Psi_{rq}(p) \end{bmatrix}$ - вектор-столбец потокосцеплений контуров ротора синхронного генера-

тора, выраженных в преобразовании Лапласа;

$[i_s] = \begin{bmatrix} I_A(p) \\ I_B(p) \\ I_C(p) \end{bmatrix}$ - вектор-столбец фазных токов синхронного генератора, выраженных в пре-

образовании Лапласа;

$[i_r] = \begin{bmatrix} I_f(p) \\ I_{rd}(p) \\ I_{rq}(p) \end{bmatrix}$ - вектор-столбец токов роторных цепей синхронного генератора, выражен-

ных в преобразовании Лапласа;

$[r_s] = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix}$ - матрица активных сопротивлений фаз обмотки статора;

$[r_r] = \begin{bmatrix} r_f & 0 & 0 \\ 0 & r_{rd} & 0 \\ 0 & 0 & r_{rq} \end{bmatrix}$ - матрица активных сопротивлений цепей ротора;

$$[L_{SS}] = \begin{bmatrix} L_A & M_{AB} & M_{AC} \\ M_{AB} & L_B & M_{BC} \\ M_{AC} & M_{BC} & L_C \end{bmatrix} - \text{матрица индуктивностей обмотки статора};$$

$$[L_{SR}] = \begin{bmatrix} M_{Af} & M_{Ard} & M_{Arq} \\ M_{Bf} & M_{Brd} & M_{Brq} \\ M_{Cf} & M_{Crd} & M_{Crq} \end{bmatrix} - \text{матрица взаимоиндуктивностей обмотки статора и цепей ротора};$$

$$[L_{RS}] = \begin{bmatrix} M_{Af} & M_{Bf} & M_{Cf} \\ M_{Ard} & M_{Brd} & M_{Crd} \\ M_{Arq} & M_{Brq} & M_{Crq} \end{bmatrix} - \text{матрица взаимоиндуктивностей цепей ротора и обмотки статора};$$

$$[L_{RR}] = \begin{bmatrix} L_f & M_{frd} & 0 \\ M_{frd} & L_{rd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{rq} \end{bmatrix} - \text{матрица индуктивностей цепей ротора}.$$

Моделирование трёхфазной статической нагрузки

При моделировании трёхфазной статической нагрузки использовалась математическая модель трёхфазной статической активно-индуктивной нагрузки.

Система уравнений, описывающая трёхфазную статическую активно-индуктивную нагрузку

$$\begin{cases} u_{AH}(t) = R_{AH}i_A(t) + L_{AH} \frac{di_A(t)}{dt} \\ u_{BH}(t) = R_{BH}i_B(t) + L_{BH} \frac{di_B(t)}{dt} \\ u_{CH}(t) = R_{CH}i_C(t) + L_{CH} \frac{di_C(t)}{dt} \end{cases}, \quad (14)$$

где $u_{AH}(t)$, $u_{BH}(t)$, $u_{CH}(t)$ - мгновенные значения фазных напряжений нагрузки; $i_A(t)$, $i_B(t)$, $i_C(t)$ - мгновенные значения фазных токов нагрузки; R_{AH} , R_{BH} , R_{CH} - активные сопротивления фаз нагрузки; L_{AH} , L_{BH} , L_{CH} - индуктивности фаз нагрузки.

Применяя к системе уравнений (14) преобразование Лапласа, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} U_{AH}(p) = R_{AH}I_A(p) + pL_{AH}I_A(p) \\ U_{BH}(p) = R_{BH}I_B(p) + pL_{BH}I_B(p) \\ U_{CH}(p) = R_{CH}I_C(p) + pL_{CH}I_C(p) \end{cases}. \quad (15)$$

Выполняя необходимые преобразования, получаем:

$$\begin{cases} U_{AH}(p) = I_A(p) \cdot (R_{AH} + pL_{AH}) \\ U_{BH}(p) = I_B(p) \cdot (R_{BH} + pL_{BH}) \\ U_{CH}(p) = I_C(p) \cdot (R_{CH} + pL_{CH}) \end{cases}; \quad (16)$$

$$\begin{cases} U_{AH}(p) = I_A(p) \cdot Z_{AH}(p) \\ U_{BH}(p) = I_B(p) \cdot Z_{BH}(p) \\ U_{CH}(p) = I_C(p) \cdot Z_{CH}(p) \end{cases} \quad (17)$$

где $Z_{AH}(p) = R_{AH} + pL_{AH}$ - операторное сопротивление фазы А нагрузки; $Z_{BH}(p) = R_{BH} + pL_{BH}$ - операторное сопротивление фазы В нагрузки; $Z_{CH}(p) = R_{CH} + pL_{CH}$ - операторное сопротивление фазы С нагрузки.

Записывая систему уравнений (17) в матричной форме, получаем математическую модель трёхфазной статической активно-индуктивной нагрузки:

$$\begin{bmatrix} U_{AH}(p) \\ U_{BH}(p) \\ U_{CH}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{AH}(p) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{BH}(p) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{CH}(p) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A(p) \\ I_B(p) \\ I_C(p) \end{bmatrix}; \quad (18)$$

$$[U_H] = [Z_H] \cdot [I_s], \quad (19)$$

где $[Z_H] = \begin{bmatrix} Z_{AH}(p) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{BH}(p) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{CH}(p) \end{bmatrix}$ - матрица операторных сопротивлений нагрузки;

$[U_H] = \begin{bmatrix} U_{AH}(p) \\ U_{BH}(p) \\ U_{CH}(p) \end{bmatrix}$ - вектор-столбец фазных напряжений на нагрузке.

Моделирование системы распределения бортовой СЭС

Система распределения бортовой СЭС включает в себя соединительную и коммутационную аппаратуру, установленную между генератором и нагрузкой.

В настоящей работе математическая модель системы распределения представлена с учётом сопротивлений проводов, соединяющих генератор и нагрузку.

Система операторных сопротивлений системы распределения

$$\begin{cases} u_{AL}(t) = R_{AL}i_A(t) + L_{AL} \frac{di_A(t)}{dt} \\ u_{BL}(t) = R_{BL}i_B(t) + L_{BL} \frac{di_B(t)}{dt} \\ u_{CL}(t) = R_{CL}i_C(t) + L_{CL} \frac{di_C(t)}{dt} \end{cases}, \quad (20)$$

где $u_{AL}(t)$, $u_{BL}(t)$, $u_{CL}(t)$ - мгновенные значения падений напряжений на соединительных проводах; $i_A(t)$, $i_B(t)$, $i_C(t)$ - мгновенные значения фазных токов нагрузки; R_{AL} , R_{BL} , R_{CL} - активные сопротивления соединительных проводов; L_{AL} , L_{BL} , L_{CL} - индуктивности соединительных проводов.

Применяя к системе уравнений (20) преобразование Лапласа, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} U_{AL}(p) = R_{AL}I_A(p) + pL_{AL}I_A(p) \\ U_{BL}(p) = R_{BL}I_B(p) + pL_{BL}I_B(p) \\ U_{CL}(p) = R_{CL}I_C(p) + pL_{CL}I_C(p) \end{cases}. \quad (21)$$

Выполняя необходимые преобразования, получаем:

$$\begin{cases} U_{AL}(p) = I_A(p) \cdot (R_{AL} + pL_{AL}) \\ U_{BL}(p) = I_B(p) \cdot (R_{BL} + pL_{BL}) \\ U_{CL}(p) = I_C(p) \cdot (R_{CL} + pL_{CL}) \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} U_{AL}(p) = I_A(p) \cdot Z_{AL}(p) \\ U_{BL}(p) = I_B(p) \cdot Z_{BL}(p) \\ U_{CL}(p) = I_C(p) \cdot Z_{CL}(p) \end{cases} \quad (23)$$

где $Z_{AL}(p) = R_{AL} + pL_{AL}$ - операторное сопротивление провода фазы А; $Z_{BL}(p) = R_{BL} + pL_{BL}$ - операторное сопротивление провода фазы В; $Z_{CL}(p) = R_{CL} + pL_{CL}$ - операторное сопротивление провода фазы С.

Записывая систему уравнений (23) в матричной форме, получаем математическую модель трёхфазной статической активно-индуктивной нагрузки:

$$\begin{bmatrix} U_{AL}(p) \\ U_{BL}(p) \\ U_{CL}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{AL}(p) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{BL}(p) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{CL}(p) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A(p) \\ I_B(p) \\ I_C(p) \end{bmatrix}; \quad (24)$$

$$[U_L] = [Z_L] \cdot [I_s], \quad (25)$$

где $[Z_L] = \begin{bmatrix} Z_{AL}(p) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{BL}(p) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{CL}(p) \end{bmatrix}$ - матрица операторных сопротивлений проводов;

$[U_L] = \begin{bmatrix} U_{AL}(p) \\ U_{BL}(p) \\ U_{CL}(p) \end{bmatrix}$ - вектор-столбец падений напряжений на соединительных проводах.

Получение математической модели канала бортовой СЭС переменного тока

Сопоставим структурной схеме (рис. 1) электрическую схему замещения (рис. 2-4).

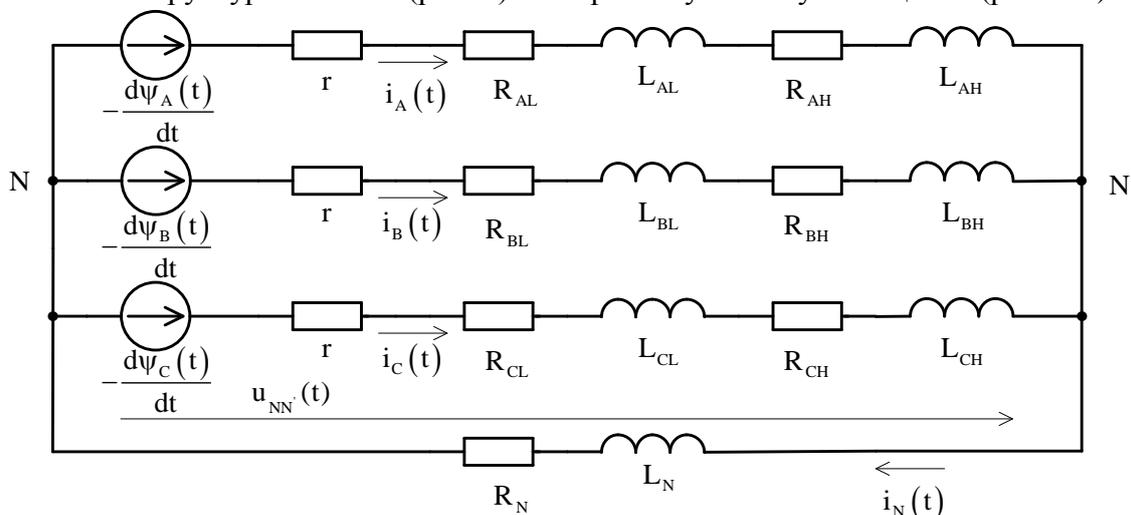


Рис. 2. Схема замещения канала бортовой СЭС переменного тока

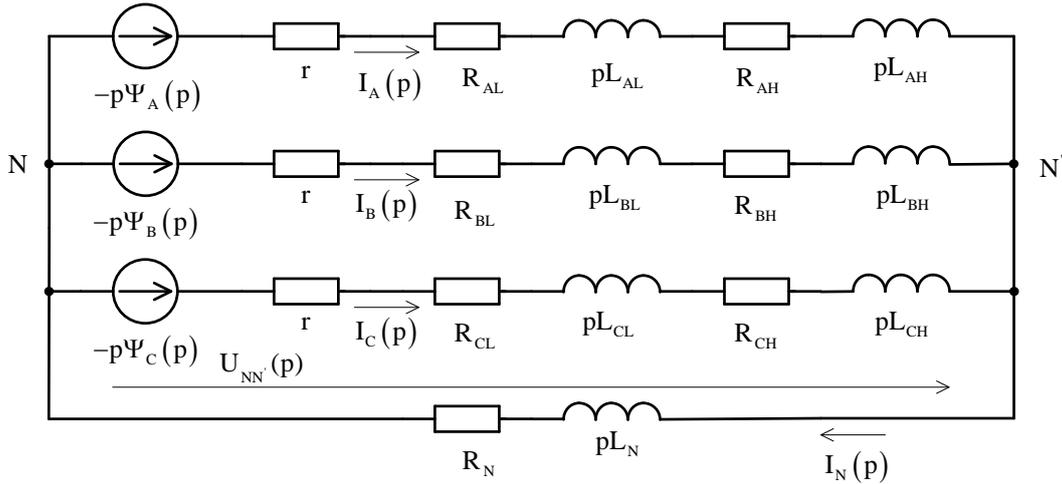


Рис. 3. Схема замещения канала бортовой СЭС переменного тока в операторной форме

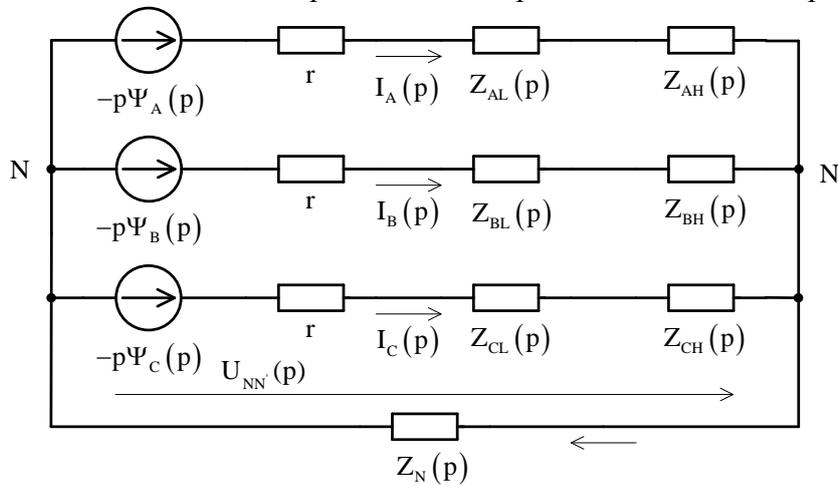


Рис. 4. Модель трёхфазной статической нагрузки

Для получения математической модели канала СЭС составим уравнения напряжений и токов, учитывающие взаимосвязь модели генератора, модели системы распределения и модели трёхфазной статической нагрузки (рис. 4)

$$\begin{cases} I_N(p) = I_A(p) + I_B(p) + I_C(p) \\ -p\Psi_A(p) = I_A(p) \cdot r + U_{AL}(p) + U_{AH}(p) - U_{NN'}(p) \\ -p\Psi_B(p) = I_B(p) \cdot r + U_{BL}(p) + U_{BH}(p) - U_{NN'}(p) \\ -p\Psi_C(p) = I_C(p) \cdot r + U_{CL}(p) + U_{CH}(p) - U_{NN'}(p) \\ U_{NN'}(p) = -I_N(p) \cdot (R_N + pL_N) \end{cases} \quad (26)$$

Выполняя необходимые преобразования, получаем:

$$\begin{cases} I_N(p) = I_A(p) + I_B(p) + I_C(p) \\ -p\Psi_A(p) - I_A(p) \cdot r = U_{AL}(p) + U_{AH}(p) - U_{NN'}(p) \\ -p\Psi_B(p) - I_B(p) \cdot r = U_{BL}(p) + U_{BH}(p) - U_{NN'}(p) \\ -p\Psi_C(p) - I_C(p) \cdot r = U_{CL}(p) + U_{CH}(p) - U_{NN'}(p) \\ U_{NN'}(p) = -I_N(p) \cdot Z_N(p) \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} I_N(p) = \frac{U_{AH}(p)}{Z_{AH}(p)} + \frac{U_{BH}(p)}{Z_{BH}(p)} + \frac{U_{CH}(p)}{Z_{CH}(p)} \\ U_A(p) = U_{AL}(p) + U_{AH}(p) - U_{NN'}(p) \\ U_B(p) = U_{BL}(p) + U_{BH}(p) - U_{NN'}(p) \\ U_C(p) = U_{CL}(p) + U_{CH}(p) - U_{NN'}(p) \\ U_{NN'}(p) = -U_{AH}(p) \cdot \frac{Z_N(p)}{Z_{AH}(p)} - U_{BH}(p) \cdot \frac{Z_N(p)}{Z_{BH}(p)} - U_{CH}(p) \cdot \frac{Z_N(p)}{Z_{CH}(p)} \end{cases} \quad (28)$$

Подставляя пятое уравнение системы (28) во второе, третье и четвертое, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} U_A(p) = U_{AL}(p) + U_{AH}(p) \cdot \left(1 + \frac{Z_N(p)}{Z_{AH}(p)}\right) + U_{BH}(p) \cdot \frac{Z_N(p)}{Z_{BH}(p)} + U_{CH}(p) \cdot \frac{Z_N(p)}{Z_{CH}(p)} \\ U_B(p) = U_{BL}(p) + U_{AH}(p) \cdot \frac{Z_N(p)}{Z_{AH}(p)} + U_{BH}(p) \cdot \left(1 + \frac{Z_N(p)}{Z_{BH}(p)}\right) + U_{CH}(p) \cdot \frac{Z_N(p)}{Z_{CH}(p)} \\ U_C(p) = U_{CL}(p) + U_{AH}(p) \cdot \frac{Z_N(p)}{Z_{AH}(p)} + U_{BH}(p) \cdot \frac{Z_N(p)}{Z_{BH}(p)} + U_{CH}(p) \cdot \left(1 + \frac{Z_N(p)}{Z_{CH}(p)}\right) \end{cases} \quad (29)$$

Записывая систему уравнений (29) в матричной форме, получаем

$$\begin{bmatrix} U_A(p) \\ U_B(p) \\ U_C(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{Z_N(p)}{Z_{AH}(p)}\right) & \frac{Z_N(p)}{Z_{BH}(p)} & \frac{Z_N(p)}{Z_{CH}(p)} \\ \frac{Z_N(p)}{Z_{AH}(p)} & \left(1 + \frac{Z_N(p)}{Z_{BH}(p)}\right) & \frac{Z_N(p)}{Z_{CH}(p)} \\ \frac{Z_N(p)}{Z_{AH}(p)} & \frac{Z_N(p)}{Z_{BH}(p)} & \left(1 + \frac{Z_N(p)}{Z_{CH}(p)}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{AH}(p) \\ U_{BH}(p) \\ U_{CH}(p) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{AL}(p) \\ U_{BL}(p) \\ U_{CL}(p) \end{bmatrix} \quad (30)$$

Получаем матричное уравнение связи модели генератора с моделью системы распределения и с моделью трёхфазной статической нагрузки

$$[u_s] = [A] \cdot [u_H] + [u_L], \quad (31)$$

$$\text{где } [A] = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{Z_N(p)}{Z_{AH}(p)}\right) & \frac{Z_N(p)}{Z_{BH}(p)} & \frac{Z_N(p)}{Z_{CH}(p)} \\ \frac{Z_N(p)}{Z_{AH}(p)} & \left(1 + \frac{Z_N(p)}{Z_{BH}(p)}\right) & \frac{Z_N(p)}{Z_{CH}(p)} \\ \frac{Z_N(p)}{Z_{AH}(p)} & \frac{Z_N(p)}{Z_{BH}(p)} & \left(1 + \frac{Z_N(p)}{Z_{CH}(p)}\right) \end{bmatrix}.$$

Для получения математической модели канала СЭС дополним математическую модель генератора (13) уравнениями математической модели системы распределения (25) и уравнениями математической модели трёхфазной статической активно-индуктивной нагрузки (19)

$$\begin{cases} [u_s] = -p[\psi_s] - [r_s] \cdot [i_s] \\ [u_r] = p[\psi_r] + [r_r] \cdot [i_r] \\ [\psi_s] = [L_{ss}] \cdot [i_s] + [L_{sr}] \cdot [i_r] \\ [\psi_r] = [L_{rs}] \cdot [i_s] + [L_{rr}] \cdot [i_r] \\ [u_L] = [Z_L] \cdot [i_s] \\ [u_H] = [Z_H] \cdot [i_s] \\ [u_s] = [A] \cdot [u_H] + [u_L] \end{cases} \quad (32)$$

При анализе переходных процессов в канале бортовой СЭС полагаем неизвестными следующие величины: $[u_s]$, $[i_s]$, $[\psi_s]$, $[\psi_r]$, $[u_L]$, $[u_H]$.

Определим из системы уравнений (32) величины: $[u_s]$, $[i_s]$, $[u_L]$, $[u_H]$.

Выражаем из второго уравнения системы (32) матрицу потокосцеплений $[\psi_r]$ и подставляем в третье уравнение системы:

$$[\psi_r] = \frac{1}{p} \cdot ([u_r] - [r_r] \cdot [i_r]); \quad \frac{1}{p} \cdot ([u_r] - [r_r] \cdot [i_r]) = [L_{rs}] \cdot [i_s] + [L_{rr}] \cdot [i_r].$$

Выполняя далее необходимые преобразования, получаем:

$$[L_{rs}] \cdot [i_s] + [L_{rr}] \cdot [i_r] + \frac{1}{p} \cdot [r_r] \cdot [i_r] = \frac{1}{p} \cdot [u_r]; \quad [L_{rs}] \cdot [i_s] + \left([L_{rr}] + \frac{1}{p} \cdot [r_r] \right) \cdot [i_r] = \frac{1}{p} \cdot [u_r];$$

$$[L_{rs}] \cdot [i_s] + [B] \cdot [i_r] = \frac{1}{p} \cdot [u_r],$$

$$\text{где } [B] = [L_{rr}] + \frac{1}{p} \cdot [r_r];$$

$$[i_r] = [B]^{-1} \cdot \left(\frac{1}{p} \cdot [u_r] - [L_{rs}] \cdot [i_s] \right).$$

Получившееся выражение для матрицы токов ротора $[i_r]$ подставляем в третье уравнение системы:

$$[\psi_s] = [L_{ss}] \cdot [i_s] + [L_{sr}] \cdot [B]^{-1} \cdot \left(\frac{1}{p} \cdot [u_r] - [L_{rs}] \cdot [i_s] \right);$$

$$[\psi_s] = \left([L_{ss}] - [L_{sr}] \cdot [B]^{-1} \cdot [L_{rs}] \right) \cdot [i_s] + [L_{sr}] \cdot [B]^{-1} \cdot \frac{1}{p} \cdot [u_r];$$

$$[\psi_s] = [C] \cdot [i_s] + [L_{sr}] \cdot [B]^{-1} \cdot \frac{1}{p} \cdot [u_r],$$

$$\text{где } [C] = [L_{ss}] - [L_{sr}] \cdot [B]^{-1} \cdot [L_{rs}].$$

Полученное выражение для матрицы потокосцеплений статора подставляем в первое уравнение системы (32):

$$[u_s] = -p[C] \cdot [i_s] - [L_{sr}] \cdot [B]^{-1} \cdot [u_r] - [r_s] \cdot [i_s];$$

$$[u_s] = -(p[C] + [r_s]) \cdot [i_s] - [L_{sr}] \cdot [B]^{-1} \cdot [u_r];$$

$$[u_s] = -[D] \cdot [i_s] - [L_{sr}] \cdot [B]^{-1} \cdot [u_r], \quad (33)$$

$$\text{где } [D] = p[C] + [r_s].$$

Решая уравнение (31) совместно с уравнениями (19) и (25), получаем:

$$\begin{aligned} [u_s] &= [A] \cdot [Z_H] \cdot [i_s] + [Z_L] \cdot [i_s]; & [u_s] &= ([A] \cdot [Z_H] + [Z_L]) \cdot [i_s]; \\ [u_s] &= [E] \cdot [i_s], \end{aligned} \quad (34)$$

где $[E] = [A] \cdot [Z_H] + [Z_L]$.

Выражаем из уравнения (34) матрицу токов статора $[i_s]$ и подставляем в уравнение (33):

$$\begin{aligned} [i_s] &= [E]^{-1} \cdot [u_s]; \\ [u_s] &= -[D] \cdot [E]^{-1} \cdot [u_s] - [L_{SR}] \cdot [B]^{-1} \cdot [u_R]; & ([I] + [D] \cdot [E]^{-1}) \cdot [u_s] &= -[L_{SR}] \cdot [B]^{-1} \cdot [u_R]; \\ [F] \cdot [u_s] &= -[L_{SR}] \cdot [B]^{-1} \cdot [u_R], \end{aligned}$$

где $[F] = [I] + [D] \cdot [E]^{-1}$; $[I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ - единичная матрица.

Получаем матрицу напряжений статора

$$[u_s] = -[F]^{-1} \cdot [L_{SR}] \cdot [B]^{-1} \cdot [u_R]. \quad (35)$$

Матрица токов статора определяется как

$$[i_s] = [E]^{-1} \cdot [u_s] = -[E]^{-1} \cdot [F]^{-1} \cdot [L_{SR}] \cdot [B]^{-1} \cdot [u_R]. \quad (36)$$

Матрица напряжений на нагрузке определяется как

$$[u_H] = [Z_H] \cdot [i_s] = -[Z_H] \cdot [E]^{-1} \cdot [F]^{-1} \cdot [L_{SR}] \cdot [B]^{-1} \cdot [u_R]. \quad (37)$$

Матрица падений напряжений на распределительной сети определяется как:

$$[u_L] = [Z_L] \cdot [i_s] = -[Z_L] \cdot [E]^{-1} \cdot [F]^{-1} \cdot [L_{SR}] \cdot [B]^{-1} \cdot [u_R]. \quad (38)$$

В ходе проведённой работы можно сделать следующие выводы:

1. В данной работе разработана математическая модель канала генерирования бортовой СЭС переменного тока. В составе канала рассматриваются математические модели синхронного генератора в фазной системе координат, математическая модель распределительной сети, математическая модель трёхфазной активно-индуктивной нагрузки.

2. В работе была использована математическая модель синхронного генератора в фазных координатах «АВС», которая в отличие от модели в координатах «dq» [4; 5] позволяет описывать процессы как в симметричных, так и в несимметричных режимах.

3. На основе математической модели канала СЭС были получены выражения для напряжений и токов обмотки статора синхронного генератора, напряжений на нагрузке, падений напряжений на соединительных проводах. Построение переходных процессов по полученным выражениям позволяет более детально изучить работу канала СЭС при различных режимах: как нормальных, так и ненормальных, и аварийных. В связи с этим появляется возможность контролировать поведение СЭС при любом ненормальном режиме, тем самым значительно снижая вероятность возникновения аварийных ситуаций в полете. Как следствие, это приводит к значительному повышению уровня безопасности полетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Важнов А.И.** Переходные процессы в машинах переменного тока. - М.: Энергия, 1980.
2. **Копылов И.П.** Электрические машины. - М.: Логос, 2000.
3. **Синдеев И.М., Савёлов А.А.** Системы электроснабжения воздушных судов. - М.: Транспорт, 1990.
4. **Демченко А.Г., Артёменко Ю.П.** Моделирование параллельной работы бортовой системы электроснабжения переменного тока в пакете MATLAB // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2012. - №185. - С. 55 – 60.
5. **Демченко А.Г.** Моделирование элементов бортовых систем электроснабжения в программной среде MATLAB // Московская молодёжная научно-практическая конференция «Инновации в авиации и космонавтике - 2012»: сб. тезисов докладов. - М.: ООО «Принт-салон», 2012. - С. 13 – 14.

MODEL OF CHANNEL AIRBORN ELECTRICAL POWER SYSTEM

Demchenko A.G.

This article is devoted to math modeling of channel of alternate current airborne electrical power-supply system. Considered to modeling of synchronous generator that runs on three-phase static load.

Key words: mathematical modeling, power supply system, the synchronous generator, three-phase load.

Сведения об авторе

Демченко Алексей Геннадьевич, 1987 г.р., окончил МГТУ ГА (2009), старший преподаватель МГТУ ГА, автор 10 научных работ, область научных интересов — эксплуатация воздушного транспорта, моделирование электроэнергетических систем.