

УДК 629.735.017

## ДИНАМИКА ФАКТОРОВ РИСКА ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СРЕДЫ ПРИ НАЗЕМНОМ ОБСЛУЖИВАНИИ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ

А.И. ИВАНОВ, Н.И. НИКОЛАЙКИН, Ю.Г. ХУДЯКОВ

Статья продолжает серию публикаций, посвящённых исследованию проблемы управления риском производственной среды при техническом обслуживании авиационной техники для предупреждения негативных авиационных событий в гражданской авиации.

В работе рассматривается динамическая система формирования факторов производственной среды подготовки воздушного судна к полету. Поскольку накопление рисков от полета к полету происходит дискретным образом, для математической формализации динамики состояния системы разработана модель на основе дискретных отображений. Проведено исследование простейших стационарных режимов и их устойчивости. Показана возможность неоднозначного поведения системы.

**Ключевые слова:** гражданская авиация, обслуживание воздушного судна, производственная среда, риск, динамическая модель, дискретное отображение, устойчивая точка, цикл, условие устойчивости, мультипликатор.

### Введение

В системе управления процессами эксплуатации авиационных предприятий (АП) обеспечение безопасности жизнедеятельности (БЖД) пассажиров и персонала, занятого на всех стадиях этого процесса, является одной из важнейших задач каждого конкретного АП и гражданской авиации (ГА) в целом. При этом условия производственной среды на всех стадиях эксплуатации авиационной техники (АТ) и, в частности, при техническом обслуживании (ТО) АТ оказывают значительное влияние на профессиональный риск (риск профессиональных заболеваний и риск травматизма) обслуживающего персонала, который в итоге определяет риски результатов их профессиональной деятельности, транспонирующиеся на объект производственной деятельности – на обслуживаемую АТ.

Виды рисков, их взаимосвязи и особенности проявления в условиях эксплуатации АП ГА изложены авторами в работе [1]. В работе [2] была предложена оригинальная методология выявления и учёта причин с последующей комплексной оценкой рисков производственной среды при ТО и ремонте АТ, используемой в процессах авиаперевозок. Было выявлено, что связанный с условиями производственной среды уровень производственного риска соответствующего персонала влияет на риски безопасности полётов [2] и на экологические риски [3] в гражданской авиации.

Следующая научная проблема исследования особенностей управления риском производственной среды при ТО АТ с целью предупреждения негативных авиационных событий в авиационной транспортной системе состоит в необходимости разработки динамической модели формирования риска производственной среды в процессе работ по техническому обслуживанию АТ. Статическая математическая модель формирования факторов риска производственной среды предложена авторами [4] на основе метода свертки матриц-критериев. Однако существенной особенностью процесса подготовки воздушного судна к полету является накопительный эффект рисков. Управление системой рисков в этом случае необходимо рассматривать как динамическую систему. Анализ динамики системы идентификации и оценки рисков с помощью дискретных отображений [5-7] позволяет выявить корреляционные связи событий риска производственной среды между различными категориями персонала и риска отдельных производственных образований.

Поскольку накопление рисков от полета к полету происходит дискретным образом, для математической формализации динамики состояния системы в данном случае предлагается вос-

пользоваться моделью дискретного отображения для переменной  $x$ , описывающей один из факторов-критериев производственной среды предприятия

$$x_{n+1} = px_n - qx_n^3. \quad (1)$$

В уравнении (1) индексная переменная  $n$  принимает неотрицательные целые значения  $0, 1, 2, 3, \dots$  и обозначает номер итерации, т.е. является аналогом дискретного отсчета времени. При увеличении величины  $n$  на единицу происходит переход к следующему временному отрезку (моменту измерения переменной), при этом реальный интервал времени между измерениями не является постоянным (фактически, реальным интервалом времени является время между двумя последовательными полетами данного судна), а величина  $n$  «считает» число совершенных полетов или число подготовок судна к полету.

Положительные параметры  $p$  и  $q$  в уравнении (1) являются коэффициентами при соответствующих степенях переменной. Коэффициент линейного слагаемого  $p$  имеет физический смысл постоянной составляющей скорости  $v$  изменения переменной при каждой итерации

$$v_{n+1} = x'_{n+1} = p - 3qx_n^2. \quad (2)$$

Коэффициент  $q$  при нелинейном слагаемом показывает, что скорость эта непостоянна и убывает по мере увеличения числа шагов. Уменьшение скорости изменения переменной происходит неравномерно (зависит от значения переменной), что следует из уравнения

$$v'_{n+1} = x''_{n+1} = -6qx_n. \quad (3)$$

Нелинейная составляющая в уравнении (1) описывает обратную связь в системе, отрицательный характер обратной связи ограничивает рост переменной  $x$  и фактически позволяет избежать непредвиденной катастрофической ситуации. Кубический характер нелинейности обусловлен эмпирически установленной зависимостью скорости роста фактора от его значения (уравнение (3)).

В связи с тем, что модель свертки факторов основана на их дихотомии [2], на каждом шаге итерации необходимо рассматривать динамику двух факторов, что приводит нас к системе двух дискретных уравнений с двумя переменными факторами  $x$  и  $y$ , описывающими два факторакритерия из имеющегося множества (в нашем случае производственная среда описывается 9-ю факторами-критериями, как показано в [4]):

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= p_1x_n - q_1x_n^3; \\ y_{n+1} &= p_2y_n - q_2y_n^3. \end{aligned} \quad (4)$$

Поскольку уравнения в системе (4) не связаны друг с другом, то система (4) адекватно описывает динамику для некоррелированных или слабо коррелированных факторов. При этом в случае коррелированных факторов модель (4) принимает вид:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= p_1x_n - q_1x_n^3 + rx_ny_n; \\ y_{n+1} &= p_2y_n - q_2y_n^3 - rx_ny_n. \end{aligned} \quad (5)$$

В системе (5) корреляция факторов описывается смешанным произведением  $xу$  в каждом из уравнений. Коэффициент корреляции  $r$ , в отличие от других параметров, одинаков для уравнений системы, однако принимает противоположные по знаку значения: если один из факторов нарастает, то другой убывает, исходя из предположения, что влияние факторов друг на друга взаимнообратно.

Значения всех параметров модели устанавливаются экспертным и/или эмпирическим способами. При формировании переменных динамической модели рассматриваются нормированные значения факторов-переменных. Из этого следует, что нормированное значение фактора может превышать единицу, если сам фактор превышает значение, признанное предельно допустимым.

### Анализ предлагаемой модели, определение стационарных режимов

Найдем неподвижные точки<sup>1</sup> одномерного отображения (1), которые отвечают положениям равновесия системы. Для каждой неподвижной точки выполняется условие:  $x_{n+1} = x_n$  [6; 7], подставляя которое в уравнение (1), имеем

$$x_0 = px_0 - qx_0^3. \quad (6)$$

Первой неподвижной точкой является тривиальное положение равновесия  $x_{01} = 0$ . В этой точке найдем мультипликатор  $\mu$  (параметр, отвечающий за устойчивость положения равновесия) [7; 8]

$$\mu_1 = f'(x_0) = p - 3qx_0^2 = p. \quad (7)$$

Неподвижная точка устойчива, когда  $|\mu| < 1$  [6; 9]. Тривиальная неподвижная точка устойчива для параметра  $p < 1$  (по физическому смыслу исследуемой модели рассматриваем только положительные значения параметра).

Поскольку нас интересуют только положительные значения переменной, то получаем, что существует только одна нетривиальная неподвижная точка

$$x_{02} = \sqrt{\frac{p-1}{q}}. \quad (8)$$

Неподвижная точка (8) появляется при  $p > 1$ , когда тривиальная неподвижная точка  $x_{01} = 0$  становится неустойчивой (ибо, как показано выше, она устойчива в противном случае). Исследуем устойчивость неподвижной точки (положения равновесия) (8). Для этого найдем мультипликатор  $\mu_2$

$$\mu_2 = f'(x_{02}) = p - 3qx_0^2 = p - 3q \cdot \frac{p-1}{q} = 3 - 2p. \quad (9)$$

Из полученного в (9) следует условие устойчивости

$$-1 < 3 - 2p < 1 \quad \text{или} \quad 1 < p < 2. \quad (10)$$

Таким образом, получаем, что:

1. При  $0 < p < 1$  отображение имеет одну устойчивую неподвижную точку  $x_{01} = 0$ . Данные значения параметра в исследуемой системе не могут быть реализованы, т.к. факторы производственной среды не принимают нулевых значений.

2. При  $1 < p < 2$  отображение имеет одну устойчивую неподвижную точку  $x_{02} \neq 0$ .

3. При  $p > 2$  обе особые точки неустойчивы. По аналогии с некоторыми другими известными отображениями [6] можно ожидать, что и в нашем случае у отображения появляются циклические режимы.

4. Как и в случае квадратичного отображения [10], параметр  $q$  не оказывает влияние на устойчивость неподвижной точки.

Выявим цикл периода 2 в области изменения параметра  $p > 2$ . Для этого по рекомендациям [7; 10] решим следующую систему уравнений

$$\begin{cases} x_2 = px_1 - qx_1^3 \\ x_1 = px_2 - qx_2^3 \end{cases} \quad (11)$$

Для упрощения системы (понижения её степени) найдем сумму и разность уравнений системы (11)

<sup>1</sup>Неподвижные точки – это точки, соответствующие (отвечающие) положениям равновесия [5], т.е. буквально неподвижные, не меняющиеся с течением времени.

$$\begin{cases} x_2 - x_1 = p(x_1 - x_2) - q(x_1^3 - x_2^3) ; \\ x_2 + x_1 = p(x_1 + x_2) - q(x_1^3 + x_2^3) . \end{cases} \quad (12)$$

После сокращения общих множителей проведем замену переменных:  $x_1^2 + x_2^2 = u$ ,  $x_1 x_2 = v$ . Тогда система уравнений (12) примет линейный вид

$$\begin{cases} -1 = p - q(u + v) ; \\ 1 = p - q(u - v) . \end{cases} \quad (13)$$

Дальнейшие преобразования позволяют получить решение линейной системы (13) в виде

$$\begin{cases} u = p/q \\ v = 1/q . \end{cases} \quad (14)$$

После обратной замены переменных и преобразований система (14) принимает вид

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \sqrt{\frac{p+2}{q}} ; \\ x_1 x_2 = \frac{1}{q} . \end{cases} \quad (15)$$

Применяя теорему Виета [11], представим корни (15) соотношениями

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \cdot \left( \sqrt{\frac{p+2}{q}} + \sqrt{\frac{p-2}{q}} \right) ; \\ x_2 = \frac{1}{2} \cdot \left( \sqrt{\frac{p+2}{q}} - \sqrt{\frac{p-2}{q}} \right) . \end{cases} \quad (16)$$

Корни (16) существуют при неотрицательном значении каждого из выражений под знаком арифметического корня. Поэтому 2-й цикл появляется при  $p = 2$  (в этом случае корни совпадают), при  $p < 2$  его существование невозможно, в этой области устойчива неподвижная точка. При  $p = 2$  происходит бифуркация.

Найдем условие устойчивости 2-го цикла. По формуле производной сложной функции [11] мультипликатор цикла определяется следующим образом [6; 7]

$$\mu = f'(x_1) f'(x_2) = f'(x_2) f'(x_1) . \quad (17)$$

Подставляя (16) в (17), получаем

$$\begin{aligned} \mu &= \left( p - \frac{3q}{4} \cdot \left( \sqrt{\frac{p+2}{q}} + \sqrt{\frac{p-2}{q}} \right)^2 \right) \cdot \left( p - \frac{3q}{4} \cdot \left( \sqrt{\frac{p+2}{q}} - \sqrt{\frac{p-2}{q}} \right)^2 \right) = \\ &= \left( p - \frac{3}{2} \cdot \sqrt{p^2 - 4} \right) \cdot \left( p - \frac{3}{2} \cdot \sqrt{p^2 - 4} \right) = \frac{1}{4} \cdot (p^2 - 9p^2 + 36) = 9 - 2p^2 . \end{aligned} \quad (18)$$

Как отмечено выше по [6; 9], цикл устойчив при выполнении неравенства  $|\mu| < 1$

$$-1 < 9 - 2p^2 < 1, \text{ т.е. } 4 < p^2 < 5 .$$

С учетом положительности параметра получаем

$$2 < p < \sqrt{5} . \quad (19)$$

Таким образом, в точке  $p = \sqrt{5} \approx 2,236$  2-й цикл теряет устойчивость, происходит бифуркация<sup>2</sup> удвоения периода цикла (т.е. был цикл периода 2, стал цикл периода  $2 \cdot 2 = 4$ ) [8].

<sup>2</sup>Бифуркация – приобретение нового качества динамической системы при малом изменении ее параметров, что соответствует перестройке характера движения системы. При бифуркации происходит смена топологической структуры разбиения фазового пространства динамической системы на траектории при малом изменении ее параметров [5].

Важно отметить, что параметр  $q$  при нелинейном слагаемом не влияет на устойчивость системы, однако он определяет амплитуду автоколебаний: чем больше параметр  $q$ , тем меньше разброс между двумя состояниями системы.

Дальнейшее прямое аналитическое исследование циклов и их устойчивости становится невозможным, что приводит к необходимости численного эксперимента с моделью.

### Обсуждение и интерпретация результатов

Из представленного выше следует, что если параметр находится в интервале  $1 < p < 2$ , то независимо от начального значения переменной (одного из факторов производственной среды), с течением времени исследуемый фактор принимает фиксированное значение (8) и далее не изменяется. В рассматриваемом нами случае (анализ условий производственной среды) это означает, что при значениях параметра в интервале  $1 < p < 2$  риски производственной среды (которые описываются выбранными факторами) не нарастают. Регулируя второй параметр  $q$ , можно с течением времени добиться уменьшения величины фактора.

При  $p = 2$  происходит бифуркация, при дальнейшем увеличении параметра  $p$  вместо установления стационарного значения фактора он начинает меняться периодически с течением времени. Если и дальше увеличивать параметр  $p$ , ответственный за устойчивость стационарных решений, то колебания фактора будут иметь не два, а 4 возможных состояния, достигаемых поочередно. Затем 4-цикл превращается в циклы периода 8, 16 и т.д. При превышении некоторого критического значения параметра происходит переход системы в режим хаоса, когда предсказать значение фактора становится вовсе невозможно.

Рассматривая процедуру свертки двух факторов, следует обратиться к системе уравнений (4), если факторы слабо коррелируют друг с другом, или (5), если факторы существенно коррелированы.

Для двумерного отображения (4) полностью повторяются все вышеописанные сценарии. Поведение системы (5) более сложное, оно трудно поддается аналитическому исследованию [10], поэтому данную модель целесообразно анализировать путём проведения численного эксперимента.

### Заключение

Накопление рисков с течением времени учитывает предложенная выше дискретная динамическая модель на основе нелинейного отображения. Двумерная модель отражает взаимодействие двух факторов при переходе с одного уровня свертки матриц на другой.

Существуют такие значения параметров предложенной нами модели, при которых:

1) малое отклонение от равновесного состояния приводит или может привести к неконтролируемому росту рисков авиатранспортной услуги;

2) малое отклонение от равновесного состояния приводит или может привести систему в другое равновесное состояние, причем этот переход при одних значениях параметров и начальных условий происходит в сторону увеличения рисков, а при других – в сторону уменьшения рисков, что представляет наибольший практический интерес;

3) на практике в динамике системы идентификации и оценки рисков с помощью дискретных отображений возможно неоднозначное поведение системы, при котором число принимаемых ею состояний более двух (что соответствует циклу периода 4 и более);

4) при дальнейшем увеличении параметра  $p$  и числа возможных состояний поведение системы становится непредсказуемым, чего стоит опасаться более всего.

Анализ динамики системы идентификации и оценки рисков с помощью дискретных отображений позволяет выявить корреляционные связи событий риска производственной среды между различными категориями персонала и риска отдельных производственных образований. В конечном итоге возможно управление рисками (а значит и их снижение) выполнения авиа-

транспортной работы, включая повышение безопасности полётов [12] в ГА и обеспечение в системе эксплуатации воздушного транспорта безопасности жизнедеятельности персонала отечественной авиационной транспортной системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Худяков Ю.Г., Николайкин Н.И. Виды рисков и особенности их проявления в авиатранспортной услуге, предоставляемой авиакомпанией // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2009. - № 149. - С. 7-13.
2. Николайкин Н.И., Худяков Ю.Г. Моделирование системы управления рисками при эксплуатации опасных производственных объектов // Химическое и нефтегазовое машиностроение. - 2012. - № 10. - С. 35-40.
3. Николайкин Н.И., Худяков Ю.Г., Макаров В.П. Предупреждение аварий на опасных объектах химии, нефтехимии и транспорта – эффективный метод защиты экосистем от загрязнения // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего: научно-методический журнал, серия Экология. - 2012. - С. 182-186.
4. Николайкин Н.И., Худяков Ю.Г. Методология оценки влияния условий труда персонала авиапредприятий на риски в авиатранспортных процессах // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2013. - № 197. - С. 116-120.
5. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. - М.: Наука, 1981.
6. Шарковский А.Н., Коляда С.Ф., Сивак А.Г., Федоренко В.В. Динамика одномерных отображений. - Киев: Наукова Думка, 1989.
7. Капранов М.В., Томашевский А.И. Регулярная и хаотическая динамика нелинейных систем с дискретным временем: учеб. пособие. - М.: Издательский дом МЭИ, 2009.
8. Анищенко В.С. Знакомство с нелинейной динамикой. - М., - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.
9. Постнов Д.Э., Павлов А.Н., Астахов С.В. Методы нелинейной динамики: учеб. пособие. - Саратов: Изд-во СГУ им. Н.Г. Чернышевского, 2008.
10. Иванов А.И. Методика моделирования дискретных нелинейных динамических систем: учебно-методическое пособие. - М.: Изд-во «Мархотин», 2013.
11. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. - 12-е изд. - М.: Наука, 1977.
12. Зубков Б.В., Прозоров С.Е. Безопасность полётов / под ред. Зубкова Б.В. - Ульяновск: УВАУ ГА(И), 2013.

#### DYNAMICS OF RISK FACTORS OF PRODUCTION ENVIRONMENT DURING AERONAUTICAL EQUIPMENT GROUND SERVICING

Ivanov A.I., Nikolaykin N.I., Hudjakov Yu.G.

The article continues a series of publications devoted to research of risk management problem of production environment during aeronautical equipment ground servicing to prevent non-routine situations in civil aviation.

This article deals with formation of dynamic system environment factors of aircraft preparation for flight. As accumulation of risks from flight to flight occurs discretely, for mathematical formalization of the system of dynamic state the model is developed on the basis of discrete maps. The simplest stationary regimes and their stability have been studied. The possibility of system ambiguous behavior is considered.

**Key words:** civil aviation, aircraft servicing, production environment, risk, dynamic model, discrete mapping, stable point, cycle, stability condition, multiplier.

#### Сведения об авторах

**Иванов Александр Иванович**, 1989 г.р., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова (2005), научный консультант ОАО «Быковский завод средств логического управления» (ОАО «Логика»), автор 15 научных работ, область научных интересов – математическое моделирование социально-экономических систем в различных сферах экономики.

**Николайкин Николай Иванович**, 1950 г.р., окончил МИХМ (1972), доцент, доктор технических наук, профессор кафедры безопасности полетов и жизнедеятельности МГТУ ГА, автор более 250 научных работ, область научных интересов – инженерная экология, экологическая безопасность ГА, организация производства на транспорте.

**Худяков Юрий Григорьевич**, 1948 г.р., окончил КАИ (1972) и Военную академию им. Ф.Э. Дзержинского (1983), сотрудник службы охраны труда, соискатель МГТУ ГА, автор 10 научных работ, область научных интересов – обеспечение безопасности производственных процессов в промышленности, на транспорте, в ГА.