

УДК 330.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ КАРТИНЫ РЕАЛИЗАЦИИ БЮДЖЕТА И МЕЖБЮДЖЕТНЫХ ОТНОШЕНИЙ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНОГО ВОЛНОВОГО МЕХАНИЗМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СУБЪЕКТОВ ЭКОНОМИКИ

Т.В. ОГОРОДНИКОВА, П.А. ОГОРОДНИКОВ

В статье рассмотрены возможности использования математического инструментария теории нелинейных волн в целях моделирования устойчивого бюджетного процесса. Введено понятие бюджетного поля, формализованы его характеристики (энергия, импульс), определена их размерность.

Ключевые слова: бюджетное поле, энергия бюджетного поля, скорость движения денежной массы, уравнение Кортвега-де Вриза.

В настоящее время в России сложилась определенная система формирования и реализации бюджетов всех уровней, а также практика межбюджетных отношений. Следует отметить, что и ортодоксальная экономическая теория, и прикладные финансовые дисциплины трактуют бюджет исключительно как инструмент фискальной политики, служащий для удовлетворения потребности общества в определенных общественных благах. Бюджетный процесс определяется как деятельность органов государственной власти, органов местного самоуправления и иных участников по составлению и рассмотрению проектов бюджетов, утверждению и исполнению бюджетов, контролю за их исполнением, осуществлению бюджетного учета, составлению, внешней проверке, рассмотрению и утверждению бюджетной отчетности.

Как видим, институциональные нормы функционирования всех уровней бюджетов достаточно строго регламентированы, и в этом смысле – вполне универсальны. Незначительные различия обусловлены особенностями фискальных законодательных норм субъектов федерации. Таким образом, бюджетный процесс сводится к регламентации и анализу фактических доходов и расходов бюджета. Это – непосредственные (утилитарные) результаты фискальной политики. Обсуждение, принятие, а затем и реализация бюджетов различных уровней обращается вокруг одноплановых вопросов: сколько нужно, сколько можно и сколько фактически получается выделить средств на конкретные статьи, каковы величины трансфертов, заимствований, долга, источники его погашения и т.п. При этом роль субъективного фактора в решении этих вопросов настолько высока, что население зачастую становится заложником личных субъективных желаний и нравственных качеств лиц, причастных к бюджетному процессу¹.

Сложившаяся система бюджетного процесса оставляет за пределами анализа соответствующих институтов (исполнительных, законодательных органов, органов государственного (муниципального) контроля и т.п.) его опосредованные результаты, проявляющиеся в мультипликативных (и даже полевых) воздействиях на реальные и денежные характеристики экономической системы.

Такое положение дел поддерживается отсутствием единого математического подхода к описанию бюджетного процесса как непрерывного движения потоков доходов и расходов, обуславливающего устойчивую или неустойчивую нелинейную динамику экономической системы.

Вместе с тем современный этап развития и фундаментальной, и прикладных экономических наук предполагает активное использование универсальных математических инструментов

¹ Так, например, в теории провалов государства есть вывод о том, что так называемый «узкий временной горизонт» или «завышенная норма дисконтирования», присущая выбираемым на ограниченный срок чиновникам, является самым сильным стимулом, по которому они принимают решение по распределению бюджетных средств.

для описания самого широкого круга экономических процессов. Основой для формирования и развития этой тенденции стало осознание научным сообществом единства материального мира, элементы которого демонстрируют сложное взаимообусловленное и взаимозависимое поведение.

Проведенные нами ранее исследования в области коллективного волнового поведения субъектов экономики, экономических солитонов и полевой природы экономических взаимодействий позволяют применить этот подход к формализации бюджетного процесса. Особо подчеркнем, что речь идет не об его институциональной форме, определенной бюджетным кодексом РФ, а о динамическом образе бюджетного процесса (динамической картине доходной и расходной части). Именно такое толкование бюджетного процесса позволяет обеспечить соответствующее математическое описание.

На сегодняшний день все попытки решения данной задачи опираются в основном на методы оптимизации, то есть на выбор оптимальной стратегии пополнения доходной части бюджета, приводящей к увеличению возможностей субъекта федерации или муниципального образования производить больше общественных благ в условиях рынка.

Однако при всей конструктивности и очевидных достижениях статической и динамической оптимизации в решении классических задач рационального поведения субъектов экономики, эти методы оставляют за пределами объекта исследования нелинейную и соответственно волновую природу экономических явлений. А следовательно, не могут предложить такую математическую форму, которая наиболее адекватно на уровне современных представлений описывала бы динамические процессы в экономике. Кроме того, можем отметить, что математический аппарат для описания полевых экономических взаимодействий в фундаментальной экономической науке пока и вовсе не развивается. Также как отсутствуют в официальных методиках расчета бюджетной обеспеченности и межбюджетных потоков энергетические характеристики бюджетного поля: импульс, энергия, и т.п. Общепринятые понятия денежной массы, скорости обращения денег не имеют соответствующие их физической сущности размерности, что лишает существующие методики единого методологического основания и внутренней непротиворечивости.

В данной работе мы предпримем некоторые попытки преодолеть эту ограниченность. В этих целях используем формализм Лагранжа, уравнение Кортвега-де Вриза и его солитонное решение. Поскольку наши дальнейшие рассуждения будут носить обобщенный характер, будем использовать понятие экономической системы, которое можно распространить на любой уровень бюджетного процесса и межбюджетных отношений: от муниципального образования до субъекта федерации и далее.

Для операционных целей структурируем наше экономическое пространство по двум степеням свободы: доходам и расходам бюджета.

Пусть расходная часть бюджета экономической системы является функцией его доходной части

$$G = f(R),$$

где G – расходная часть бюджета; R – доходная часть бюджета.

Производная от данной функции (скорость изменения бюджетных расходов) равна

$$\dot{G} = \lim_{\Delta R \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\Delta R} = \lim_{\Delta R \rightarrow 0} \frac{f(R + \Delta R) - f(R)}{\Delta R}.$$

Разложим бюджетный процесс на две составляющие – A и B , причем предположим, что изменения доходов и расходов, соответствующие компоненту A , определяются объективными факторами, формирующими доходы и расходы бюджета, а изменения, соответствующие B , обеспечиваются субъективными факторами.

В этом случае функцию Лагранжа можно записать в виде

$$L_{AB} = L(G, \dot{G}, t), \text{ где } G = G_A + G_B + G_{AB}$$

или

$$L_{AB}(G_A, \dot{G}_A, G_B, \dot{G}_B) = l(G_A, \dot{G}_A, G_B, \dot{G}_B, G_{AB}, \dot{G}_{AB}), \quad (1)$$

где l_A, l_B – функции Лагранжа подсистем факторов, определяющих бюджетный процесс (объективной и субъективной); l_{AB} – служит для описания перекрестного (совместного) влияния объективных и субъективных факторов на динамику бюджетного процесса.

Таким образом, уравнение (1) полностью описывает динамику бюджетного процесса с учетом существенного взаимного влияния субъективных (линейных) и объективных (нелинейных) факторов.

Бюджетный процесс, понимаемый как непрерывное движение разнонаправленных потоков доходов и расходов (в денежной форме или в форме денежной массы), создает собственное поле, обладающее изменяющимися во времени характеристиками: энергией, импульсом, напряженностью, имеющими свою объективную размерность.

В предыдущих работах мы уже использовали функцию Лагранжа для формализации энергетических характеристик поведения субъектов экономики. Применительно к проблеме описания бюджетного процесса, введение полевых энергетических характеристик представляется вполне оправданным и перспективным с точки зрения дальнейшего развития его формального аппарата.

Итак, определяем полную энергию бюджетного поля через Лагранжиан (как первый интеграл движения)

$$E = \sum_i \dot{G}_t \frac{\partial L}{\partial \dot{G}_i},$$

где $i = 0, 1$; 0 – объективные факторы; 1 – субъективные факторы.

Тогда выражение для импульса бюджетного поля можно представить в виде

$$Pe = \frac{\partial L}{\partial \dot{G}_i}.$$

Следуя далее логике взаимосвязи энергетических характеристик, получим выражение для массы (в нашем случае так можно определить денежную массу, «покрывающую» реальные процессы на конкретном уровне исследования (муниципальное образование, регион, национальная экономика))

$$M = \frac{1}{\dot{G}} \times \frac{\partial L_{AB}}{\partial \dot{G}}.$$

Формализм Лагранжа позволяет представить динамику бюджетного процесса в самом общем виде. Для того чтобы применить полученные формулы в бюджетной практике конкретного муниципального образования или субъекта федерации, необходимо знать точное выражение оператора Лагранжа, что представляет предмет специальных исследований и в рамках нашей работы не может быть развит.

Для конкретизации описания воспользуемся известным уравнением количественной теории денег по версии И. Фишера

$$MV = PY,$$

где P – уровень (индекс) цен; Y – величина реального национального дохода; M – размер денежной массы; V – скорость обращения денег.

Считаем необходимым отметить, что используемые в теории и на практике понятия скорость денежного обмена (exchange velocity) и скорость денежного обращения (circular velocity), связанные между собой соотношением $V_{обм} = C \times V_{обр}$ (где C – среднее число стадий, на которые подразделяется процесс производства), не имеют объективного смысла и размерности, соответствующей физическому понятию скорости. Скорость денежного обмена ($V_{обм}$) определяется как частное от деления общей суммы всех сделок в экономике на денежную массу, скорость денежного обращения ($V_{обр}$) есть частное от деления национального дохода на денежную

массу. В обоих случаях показатель скорости – безразмерный.

Очевидно, что безразмерность этих показателей означает, что в экономическом анализе процессов, происходящих с денежной массой, фигурирует понятие не скорости обращения или обмена, а частота оборотов. В то время как по объективной физической логике реальный смысл должен иметь показатель скорость *движения* денег, как интенсивность изменения величины денежной массы во времени (dM/dt – первая производная по времени), размерность – руб./с.

Это замечание может показаться несущественным в свете сложившейся практики денежно-кредитного регулирования, когда основной интерес аналитиков сосредоточен на подсчете размеров самой денежной массы в ее различных агрегатах. Более того, достаточно долгое время в макроэкономическом анализе скорость обращения денег считалась величиной настолько стабильной, что ее влияние на соотношение реальных и денежных процессов оценивалось как несущественное. В настоящее время этот показатель реабилитирован и считается важным индикатором деловой активности, однако по-прежнему методики его расчета позволяют говорить никак ни о скорости движения денежной массы в экономической системе города, региона, страны, а лишь о числе оборотов денежной единицы в единицу времени. Для целей нашего исследования мы будем пользоваться строгим физическим понятием *скорости движения* денежной массы, т.е. будем трактовать ее как прирост денежной массы, находящейся в обращении за определенный **промежуток времени**. Такое толкование поможет привести в строгое взаимное соответствие энергетические характеристики бюджетного поля.

С учетом вышесказанного уравнение для энергии бюджетного поля можно записать в виде

$$E = M \times V^2, \quad (2)$$

где V – скорость движения денежной массы. Размерность полученной величины энергии бюджетного поля (руб.³/с).

Используя уравнение количественной теории денег, можно получить и иное описание энергии бюджетного поля

$$MV = PY.$$

Отсюда

$$V = \frac{PY}{M}.$$

Возводим обе части в квадрат

$$V^2 = \frac{P^2 Y^2}{M^2}.$$

С учетом выражения (2)

$$E = M \left(\frac{P^2 Y^2}{M^2} \right)$$

или

$$E = \frac{P^2 Y^2}{M}.$$

На основе развитых выше представлений рассмотрим динамическую систему уравнений, описывающую реализацию бюджетного процесса в экономической системе (субъекте федерации, муниципальном образовании) во времени и в экономическом пространстве:

$$\frac{\partial R}{\partial t} + \text{div}(RV) = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \text{div}(GV) = 0; \quad (4)$$

$$M \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial R} \right) = \frac{P^2 Y^2}{M}; \quad (5)$$

$$M \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial G} \right) = \frac{P^2 Y^2}{M}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = P(G - R); \quad (7)$$

$$\vec{H} = \text{grad}(I_{\text{нп}} + I_{\text{бр}}); \quad (8)$$

$$\text{div} \vec{H} = \text{div grad}(I_{\text{нп}} + I_{\text{бр}}), \quad (9)$$

где G – расходы бюджета; R – доходы бюджета (руб.); V – скорость движения денежной массы (руб./с); M – количество денежной массы в обращении (руб.); $I_{\text{нп}}$ – индекс налогового потенциала; $I_{\text{бр}}$ – индекс бюджетных расходов; E – энергия бюджетного поля (руб.³/с); $\vec{H}$ – напряженность бюджетного поля (векторная характеристика).

Уравнения (3), (4) представляют собой уравнения непрерывности изменения доходной и расходной частей бюджета во времени и экономическом пространстве.

Уравнения (5), (6) описывают движение денежной массы в экономическом пространстве (бюджетном поле).

Уравнение (7) – уравнение непрерывности движения денежной массы, обусловленной изменениями доходной и расходной частей бюджета (модифицированное уравнение Крайста [2, с. 189]).

Уравнение (8) определяет векторную характеристику напряженности бюджетного поля как градиент от суммы индексов налогового потенциала и бюджетных расходов.

Уравнение (9) определяет дивергенцию (поток) бюджетного поля из экономического пространства в зависимости от изменения индексов налогового потенциала и бюджетных расходов.

Система уравнений (3)–(9) записана в безразмерных переменных, что представляется очень удобным в операционном смысле.

Методику приведения системы уравнений (3)–(9) к безразмерным переменным рассмотрим на примере уравнения (8):

$$\vec{H} = \text{grad}(I_{\text{нп}} + I_{\text{бр}});$$

$$\text{grad} = \nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial G} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial R},$$

где $\vec{i}, \vec{j}$ – единичные векторы.

В уравнении (8) рассмотрим только частную производную по доходам

$$\vec{H} = \frac{\partial}{\partial R} \text{НП}_i, \quad (10)$$

где НП_i – налоговый потенциал i -й экономической системы (муниципального образования, субъекта федерации и т.п.).

Уравнение (9) перепишем в виде

$$\left(\frac{H}{H_0} \right) H_0 = \frac{\partial \left(\frac{\sum \text{НП}_i}{\sum \text{НП}_0} \right) \sum \text{НП}_0}{\partial \left(\frac{R}{R_0} \right) R_0}. \quad (11)$$

Разделим левую и правую часть уравнения (10) на $\left(\frac{\sum \text{НП}_i}{\sum \text{НП}_0} \right)$. Получаем

$$\alpha H_1 = \frac{\partial \left(\frac{\sum \text{НП}_i}{\sum \text{НП}_0} \right)}{\partial \left(\frac{R}{R_0} \right)} = \frac{\partial I_{\text{нп}}}{\partial R_1},$$

где

$$H_1 = \frac{H}{H_0};$$

$$\alpha = \frac{\sum \text{НП}_0}{R_0 H_0};$$

$$R_1 = \frac{R}{R_0};$$

$$I_{\text{нп}} = \left(\frac{\text{нп}_i}{\sum \text{нп}_i} \right) = \frac{\text{нп}_i^I}{\text{нп}} + \frac{0,25(\text{пп}_i - \text{нп}_i)}{\text{нп}}. \quad (12)$$

Аналогичным образом приводятся к безразмерному виду все другие уравнения в системе (3)–(9). Мы эти простые, но довольно громоздкие вычисления опускаем.

На примере выражения (12)², которое согласно региональному закону используется в качестве математического инструмента для определения индекса налогового потенциала субъекта федерации, наглядно прослеживается субъективность и ограниченность данных методик: правая часть выражения вводится без какого-либо объективного обоснования.

Нам представляется, что применение вероятностного подхода в расчете налогового потенциала позволит получить более корректные результаты и устранил элемент субъективности в оценке налоговых возможностей каждой конкретной территории.

Для этого выражение (12) для индекса налогового потенциала ($I_{\text{нп}}$) запишем в виде

$$I_{\text{нп}} = \overline{I_{\text{нп}}} \pm \delta\{I_i\} \dots \dots \dots,$$

где

$$\overline{I_I} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i,$$

$\delta I_i = \sqrt{D_I}$ – среднее квадратическое отклонение индекса налогового потенциала i -го муниципального образования от среднего значения $\overline{I_{\text{нп}}}$ по субъекту федерации; n – число муниципальных образований в субъекте федерации; D_I – дисперсия.

Если предположить, что величина I_i имеет случайный характер для каждого муниципального образования, то математическое ожидание и дисперсия равны соответственно:

$$M[I_i] = \sum_{i=1}^n P_i I_i;$$

$$D_i = M[(I_i - M[I_i])^2].$$

Полученное выше конкретное выражение для индекса налогового потенциала в дальнейшем будет использовано при численном моделировании решения системы уравнений (3)–(9).

Решение системы уравнений (3)–(9) можно было бы провести методом теории возмущений исследуемых переменных, однако наличие нелинейных слагаемых не позволяет это сделать. В этой связи удобно воспользоваться хорошо зарекомендовавшим себя в теории нелинейных волн методом «растягивания координат», так называемым методом «эталонного уравнения», использованного в [3]. Суть этого метода сводится к тому, что исходная система уравнений (3)–(9) приводится к одному матричному эталонному дифференциальному уравнению в частных производных вида

$$U_t + AU_x + \sum_{\beta=1}^s \sum_{\alpha=1}^s (H_{\alpha}^{\beta} \frac{\partial}{\partial t} + K_{\alpha}^{\beta} \frac{\partial}{\partial x}) U = 0, \quad (13)$$

где U – вектор-столбец неизвестных переменных с s -компонентами: $U_1, U_2 \dots U_n, (n \geq 2)$; $A, H_{\alpha}^{\beta}, K_{\alpha}^{\beta}$ – матрицы размером $n \times n$.

В рамках нашего исследования примем:

$$U = \begin{bmatrix} D \\ P \\ V \\ M \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} G_v & 0 \\ R_v & 0 \\ MV & E \\ 0 & G(R - G) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

² Выражение (12) записано в безразмерных переменных и в том виде, который используется в Законе Иркутской области «О межбюджетных трансфертах и нормативах отчислений доходов в местные бюджеты» от 22 октября 2013 г. № 74 ОЗ.

Интересно отметить, что матричное эталонное уравнение (13) является нелинейным обобщением линейного матричного дифференциального уравнения первого порядка, которое использовал В. Леонтьев для описания динамики экономической системы в категориях «затраты-выпуск». Позднее А.Г. Гранберг, исследуя развитие народного хозяйства СССР с помощью динамических моделей межотраслевого баланса, применял для описания только первые два слагаемые, т.е. фактически решал линейную задачу в виде матричного уравнения прямой. Данный подход вполне соответствовал распространенным в это время представлениям о поступательном (линейном) развитии социалистической экономики.

В нашем случае в уравнении (13) появились нелинейные слагаемые. Эти элементы уравнения указывают на сложные взаимодействия всех параметров поведения микросубъектов и макросистем экономики, формирующих бюджет. В процессе взаимодействия эти элементы хаотическим образом влияют друг на друга, и при определенных значениях параметров порядка могут приводить к устойчивым (или неустойчивым) нелинейным волновым образованиям, которые принимают вид устойчивого или неустойчивого бюджета и задают соответствующую динамику самой экономической системе.

В реальной практике это означает, что у руководителя любого уровня (субъекта федерации или муниципального образования) появляется инструментарий формирования такой бюджетной политики, при которой бюджет будет иметь устойчивый характер. Подчеркнем, локальная устойчивость бюджета означает, что любые коррекционные решения (сокращение удельных бюджетных расходов, мобилизация дополнительных источников поддержки производства, дополнительные социальные инвестиции и т.п. перераспределительные меры) могут быть синхронизированы таким образом, чтобы динамика экономической системы была предсказуема.

В уравнении (13) удобно перейти к новым переменным:

$$\begin{aligned} U &\Rightarrow \gamma \Rightarrow \psi - \text{волновая функция;} \\ (tx) &\Rightarrow (\xi, \eta) \Rightarrow (\mu, \theta); \\ \xi &= \varepsilon^a \left(\int \frac{dx}{x} - t \right); \\ \eta &= \varepsilon^{a-1} x; \\ \lambda &= \frac{\omega}{k} - \text{собственное значение матрицы } A. \end{aligned}$$

После довольно громоздких преобразований из уравнения (13) получим нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных третьего порядка типа модифицированного уравнения Кортвега-де Вриза (КДВ) [3]

$$\psi_\theta + \alpha \exp(-\gamma d\theta) \psi \psi_\mu + \beta \psi_{\mu\mu\mu} = 0. \quad (15)$$

Решение уравнения (14) хорошо известно и его можно записать в модельной форме:

$$\psi = \psi_A + \psi_B; \quad (16)$$

$$\psi_A = \Delta \operatorname{sech}^2 f(A, \text{Инп}, \text{Ибр}, M, V, E); \quad (17)$$

$$\psi_B = \Delta \operatorname{sech}^2 f(B), \quad (18)$$

где матрица A определена соотношением (14).

Выражение (17) представляет собой ядро солитонного решения и функционально зависит от группы экономических параметров, определяющих протекание бюджетного процесса. Отметим, что определение состава этих параметров представляет самостоятельную научную задачу.

Второе слагаемое (18) есть солитонный «хвост», обусловленный в основном влиянием субъективных факторов (управленческих решений) на протекание бюджетного процесса.

Численное моделирование солитонного решения (16) предполагает отдельное самостоятельное исследование.

Таким образом, идеи, изложенные в данной статье, позволяют изучать и моделировать бюджетный процесс как сложное нелинейное волновое явление, что наиболее адекватно отражает экономическую реальность.

ЛИТЕРАТУРА

1. *О межбюджетных трансфертах и нормативах отчислений доходов в местные бюджеты*: Закон Иркутской области от 22 октября 2013 г. № 74 ОЗ.
2. **Бурлачков В.К.** *Денежная теория и динамическая экономика: выводы для России*. М.: Либроком, 2013. 251 с.
3. **Огородникова Т.В.** *Индивидуальное и коллективное волновое поведение микросубъектов экономики: методологический аспект*. Иркутск: БГУЭП, 2007. 296 с.

MODELLING OF DYNAMIC PICTURE OF BUDGET AND INTER-BUDGET RELATIONS REALIZATION BASED ON NON-LINE WAVE MECHANISM OF ECONOMIC ENTITIES INTERACTION

Ogorodnikova T.V., Ogorodnikov P.A.

The article considers opportunities of using mathematical instrument of non-line waves theory for the purposes of steady budget process modelling; introduces a concept of budget field; is introduced, its characteristics (energy, impulse); are formalized their proportionality is determined.

Keywords: budget field, budget field energy, monetary aggregate motion rate, equation of Kortweg-de Vries.

REFERENCES

1. *O mezhbjudzhetnyh transfertah i normativah otchislenij dohodov v mestnye bjudzhety*: Zakon Irkutskoj oblasti ot 22 oktjabrja 2013 g. № 74 OZ. (In Russian).
2. **Burlachkov V.K.** *Denegnaia teoria i dinamicheskaia ekonomika: vuvodu dlia Rossii*. M.: Librokom. 2013. 251 p. (In Russian).
3. **Ogorodnikova T.V.** *Individualnoe i kollektivnoe volnovoe povedenie mikrosubiektov ekonomiki: metodologicheski aspekt*. Irkutsk: BGUEP. 2007. 296 p. (In Russian).

Сведения об авторах

Огородникова Татьяна Владимировна, окончила ИрИНХ (1983), доктор экономических наук, заслуженный экономист РФ, почетный профессор БГУЭП, декан факультета экономики предприятия и управления бизнесом БГУЭП, автор более 60 научных работ, область научных интересов – нелинейное волновое поведение микросубъектов экономики.

Огородников Петр Анатольевич, 1954 г.р., окончил ИрГУ (1977), доцент, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой экономики авиапредприятий Иркутского филиала МГТУ ГА, автор более 20 научных работ, область научных интересов – физика плазмы, космофизика, нелинейные волны в различных средах.