

УДК 621.396.96

## «ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ СЛЕД» ПРИ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СОСТАВНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

А.И. КОЗЛОВ, В.Н. ТАТАРИНОВ, С.В. ТАТАРИНОВ, Н.Н. КРИВИН

Определены основные понятия, необходимые для разработки теоретического обоснования эффекта поляризационного «следа» малоразмерного объекта на подстилающей поверхности. Существование этого эффекта установлено экспериментально и не может быть объяснено с использованием существующей статистической теории поляризации.

Рассмотрены вопросы статистического анализа поляризационного «следа» малоразмерного объекта на подстилающей поверхности. Анализ статистических эффектов и численных параметров измеряемых величин проведен с использованием принципа эмерджентности и понятия близости состояний поляризации, рассмотренных в третьей части настоящего исследования.

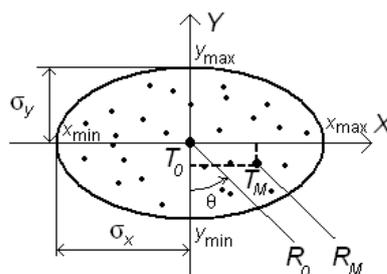
**Ключевые слова:** поляризационный след, принцип эмерджентности, близость и удаленность состояний поляризации, поляризационный спектр.

### 1. Близость (удалённость) состояний поляризации, принцип эмерджентности

Проблема определения поляризационно-энергетических параметров распределённых объектов, включающих значительное число центров вторичного рассеяния, тесно связана с системными эффектами, проявляющимися в задачах рассеяния волн сложными объектами. Хорошо известно [1], что свойства системы, содержащей некоторое число элементов, определяются не только суммой свойств этих элементов, а связями между ними. Данное свойство составляет содержание так называемого принципа эмерджентности (emergence – появление). Применение этого принципа к задаче анализа поляризационно-энергетических параметров при рассеянии ЭМВ распределёнными составными объектами, включающими элементарные рассеиватели подстилающей поверхности и стабильный искусственный объект, требует прежде всего установления возможного вида связи рассеивателей и его численной оценки.

#### 1.1. Обратное рассеяние ЭМВ составным объектом

Рассмотрим вопрос не об угловом и пространственном распределении поляризационно-энергетических параметров электромагнитного поля при рассеянии распределённым объектом, а обратное рассеяние для фиксированного позиционного угла радара относительно объекта. Следуя работе [2], примем модель составного объекта, включающую малоразмерный стабильный объект  $T_0$  и набор центров вторичного рассеяния  $T_M$ , случайно распределённых на плоскости (рис. 1).



**Рис. 1.** Геометрия обратного рассеяния составным объектом

Средние значения координат случайных рассеивателей удовлетворяют условиям  $\bar{x}_M = 0$ ,  $\bar{y}_M = 0$ , а их среднеквадратичные отклонения, определяющие среднеквадратичный размер распределённого объекта, есть:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\sum_{M=1}^N x_M^2\right)/N}; \quad \sigma_y = \sqrt{\left(\sum_{M=1}^N y_M^2\right)/N}.$$

Зададим матрицы рассеяния (МР) искусственного объекта  $T_0$  и естественных центров вторичного рассеяния  $T_M$  в собственном базисе

$$\|T_0\| = \begin{vmatrix} \dot{a}_1 & 0 \\ 0 & \dot{a}_2 \end{vmatrix}; \quad \|T_M\| = \begin{vmatrix} \dot{b}_{1M} & 0 \\ 0 & \dot{b}_{2M} \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где  $\dot{a}_k, \dot{b}_k$  ( $k = 1, 2$ ) – собственные числа МР.

При облучении составного объекта линейно поляризованной волной с углом ориентации  $\pi/4$  вектор Джонса суммарной рассеянной волны в линейном поляризационном базисе имеет вид

$$\dot{E}_{\Sigma\Sigma} = \frac{\sqrt{2} \exp(-j2kR_0)}{2R_0 \sqrt{4\pi}} \left\{ \begin{vmatrix} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_2 \end{vmatrix} + \sum_{M=1}^N \exp(j2k\xi_M) \cdot \begin{vmatrix} \dot{b}_{1M} \\ \dot{b}_{2M} \end{vmatrix} \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $\xi_M = x_M \theta + y_M$ ;  $\theta$  – позиционный угол. Для случая обратного рассеяния примем  $\theta = 0$ , тогда [2]

$$2ky_M = 2(2\pi/\lambda)y_M = 2\omega(y_M/c) = \omega\tau_M,$$

где  $\tau_M = y_M/c$  – время прохождения волной расстояния  $y_M$ . Найдём теперь третий параметр Стокса суммарной рассеянной волны, опуская постоянный множитель  $\exp(-j2kR_0)/2R_0 \sqrt{2\pi}$

$$S_{3\Sigma}(\omega\tau_M) = -j(\dot{E}_{X\Sigma}\dot{E}_{Y\Sigma}^* - \dot{E}_{Y\Sigma}\dot{E}_{X\Sigma}^*) = -j \left\{ \left[ \dot{a}_1 \dot{a}_2^* - \dot{a}_2 \dot{a}_1^* \right] + \sum_{M=1}^N \left[ \dot{a}_1 \dot{b}_{2M}^* e^{j2\omega\tau_M} - \dot{a}_1^* \dot{b}_{2M} e^{-j2\omega\tau_M} \right] + \sum_{M=1}^N \left[ \dot{b}_{1M} \dot{a}_2^* e^{-j2\omega\tau_M} - \dot{b}_{1M}^* \dot{a}_2 e^{j2\omega\tau_M} \right] + \sum_{M=1}^N \sum_{K=1}^N \left[ \dot{b}_{1M} \dot{b}_{2K}^* e^{-j2\omega(\tau_M - \tau_K)} - \dot{b}_{2K} \dot{b}_{1M}^* e^{j2\omega(\tau_M - \tau_K)} \right] \right\}. \quad (3)$$

Второе и третье слагаемые соотношения (3) объединим в сумму вида

$$\sum_{M=1}^N S_{3M}^{INT}(t) = -j \sum_{M=1}^N \left[ (\dot{a}_1 \dot{b}_{2M}^* - \dot{a}_2 \dot{b}_{1M}^*) e^{j2\psi_M} - (\dot{a}_1^* \dot{b}_{2M} - \dot{a}_2^* \dot{b}_{1M}) e^{-j2\psi_M} \right]. \quad (4)$$

Здесь  $\psi_M = 2\omega\tau_M$ . Каждое из слагаемых суммы (4) представляет собой закон интерференции для пары рассеивателей, включающей стабильный объект и один из центров вторичного рассеяния подстилающей поверхности.

Выписав одно из слагаемых и введя обозначения  $\dot{C} = \dot{a}_1 \dot{b}_{2M}^*$ ,  $\dot{D} = \dot{a}_2 \dot{b}_{1M}^*$ , получим

$$S_{3M}^{INT}(\psi_M) = -j \left[ (\text{Re } \dot{C} + j \text{Im } \dot{C} - \text{Re } \dot{D} - j \text{Im } \dot{D}) e^{j2\psi_M} - (\text{Re } \dot{C} - j \text{Im } \dot{C} - \text{Re } \dot{D} + j \text{Im } \dot{D}) e^{-j2\psi_M} \right] = 2\sqrt{|\dot{C}|^2 + |\dot{D}|^2 - 2(\text{Re } \dot{C} \text{Re } \dot{D} + \text{Im } \dot{C} \text{Im } \dot{D}) \cdot \sin(2\psi_M + \eta_M)}, \quad (5a)$$

где  $\eta_M = \arctg \left[ (\text{Im } \dot{C} - \text{Im } \dot{D}) / (\text{Re } \dot{C} - \text{Re } \dot{D}) \right]$ .

Возвращаясь от обозначений  $\dot{C}$  и  $\dot{D}$  к собственным числам МР, запишем окончательное выражение для закона интерференции (5a)

$$S_{3M}^{INT}(\psi_M) = 2\sqrt{a_1^2 b_{2M}^2 + a_2^2 b_{1M}^2 - (\dot{a}_1 \dot{a}_2^* \dot{b}_{1M} \dot{b}_{2M}^* + \dot{a}_2 \dot{a}_1^* \dot{b}_{2M} \dot{b}_{1M}^*) \cdot \sin(2\psi_M + \eta_M)}. \quad (5b)$$

Рассматривая последнее слагаемое (имеющее вид двойной суммы) в выражении (3) для третьего параметра Стокса поля, рассеянного составным объектом, нетрудно видеть, что для совпадающих индексов суммирования ( $M=K$ ) двойная сумма превращается в сумму третьих параметров Стокса волн, рассеянных каждым из центров вторичного рассеяния подстилающей поверхности  $\sum_{M=1}^N S_{3M} = -j \sum_{M=1}^N (\dot{b}_{1M} \dot{b}_{2M}^* - \dot{b}_{1M}^* \dot{b}_{2M})$ , а для несовпадающих индексов это слагаемое будет представлять собой сумму законов интерференции для пар вторичных рассеивателей, число которых будет определяться биномиальным коэффициентом  $C = M!/2!(M-2)!$

Таким образом, выражение (3) может быть записано в виде

$$S_{3\Sigma}(\omega\tau_M) = S_3^{T_0} + \sum_{M=1}^N S_3^{T_M} + \sum_{M=1}^N S_3^{INT} + \sum_{K=1}^C S_{3K}^{INT}, \quad (6)$$

где первые два члена представляют собой параметры Стокса волн, рассеянных каждым из элементов составного объекта, а третий и четвёртый члены есть суммы законов интерференции для пар двух типов: пары, образованные каждым из центров вторичного рассеяния со стабильным объектом, и пары, образованные комбинациями только вторичных рассеивателей. По своей структуре законы интерференции для пар второго типа будут аналогичны законам (5б) для пар первого типа.

Нетрудно видеть, что дальнейший анализ может стать чрезвычайно громоздким в связи со сложностью выражений, включающих соотношения типа (5б). На этом этапе обычно переходят к компьютерному моделированию ситуации с перебором всех возможных вариантов элементов МР и геометрии рассеяния. Однако компьютерное моделирование не позволяет проанализировать физику явления и сделать обобщающие выводы. В связи с этим целесообразным представляется поиск новых путей, позволяющих получить аналитическое решение рассматриваемой проблемы. Для этого воспользуемся недавно введёнными в теорию поляризации понятиями близости и удалённости состояний поляризации [3; 4] и принципом эмерджентности, хорошо известном в системном анализе [1].

## 1.2. Близость (удалённость) состояний поляризации. Принцип эмерджентности применительно к рассеянию волн распределёнными объектами

Понятие близости (удалённости) состояний поляризации было введено в работе [3] с использованием сложных построений на комплексной плоскости и далее рассмотрено в [4] на основе стереографической проекции.

Учитывая, что собственные числа матриц рассеяния  $\|T_0\|$  и  $\|T_M\|$  непосредственно отображаются в элементах вектора Джонса рассеянной волны (2), будем использовать понятия поляризационного отношения применительно к радиолокационному объекту с его представлением на комплексной плоскости [7]. Тогда для стабильного объекта  $T_0$  и произвольного центра вторичного рассеяния  $T_M$  можно записать поляризационные отношения:

$$\dot{P}_0 = \dot{a}_2 / \dot{a}_1; \dot{P}_M = \dot{b}_{2M} / \dot{b}_{1M}. \quad (7)$$

Каждое из поляризационных отношений (7) может быть представлено на комплексной плоскости, которая в данном случае будет представлять собой комплексную плоскость РЛО. Учитывая инвариантность собственных чисел МР и с целью удобства будем использовать круговую комплексную плоскость [3; 4], начало координат которой отвечает левой круговой поляризации, а бесконечно удалённая точка – правой круговой поляризации. Эти поляризации образуют ортогональный круговой поляризационный базис.

К сожалению, расстояние между точками  $\dot{P}_0$  и  $\dot{P}_M$  на комплексной плоскости (евклидова метрика) не является мерой близости состояний поляризации  $\dot{P}_0$  и  $\dot{P}_M$ . Поэтому в качестве метрики, определяющей меру близости состояний поляризации  $\dot{P}_0$  и  $\dot{P}_M$ , рассмотрим сферическое расстояние между точками  $\dot{P}_{0S}$  и  $\dot{P}_{MS}$ , расположенными на поверхности сферы единичного диаметра (сферы Римана), касающейся своим южным полюсом начала координат комплексной плоскости. Точки  $\dot{P}_{0S}$  и  $\dot{P}_{MS}$ , принадлежащие действительному пространству  $X_1, X_2, X_3$ , взаимно-однозначно связаны уравнениями стереографической проекции [4] с точками  $\dot{P}_0$  и  $\dot{P}_M$ , расположенными на комплексной плоскости:

$$X_{1,0} = \frac{\operatorname{Re} \dot{P}_0}{1 + |\dot{P}_0|^2}; X_{2,0} = \frac{\operatorname{Im} \dot{P}_0}{1 + |\dot{P}_0|^2}; X_{3,0} = \frac{|\dot{P}_0|^2}{1 + |\dot{P}_0|^2};$$

$$X_{1,M} = \frac{\operatorname{Re} \dot{P}_M}{1 + |\dot{P}_M|^2}; X_{2,M} = \frac{\operatorname{Im} \dot{P}_M}{1 + |\dot{P}_M|^2}; X_{3,M} = \frac{|\dot{P}_M|^2}{1 + |\dot{P}_M|^2}.$$

Запишем выражение, определяющее расстояние между сферическими отображениями точек  $P_{0S}$  и  $P_{MS}$  и точек  $\dot{P}_0$  и  $\dot{P}_M$ , расположенных на комплексной плоскости [6]

$$\rho_S(P_{0S}, P_{MS}) = |\dot{P}_M - \dot{P}_0| / \sqrt{(1 + |\dot{P}_M|^2)(1 + |\dot{P}_0|^2)}. \quad (8)$$

Здесь  $|\dot{P}_M - \dot{P}_0| = \sqrt{(\operatorname{Re} \dot{P}_M - \operatorname{Re} \dot{P}_0)^2 + (\operatorname{Im} \dot{P}_M - \operatorname{Im} \dot{P}_0)^2}$  есть евклидова метрика на множестве точек комплексной плоскости. Тогда сферическое расстояние определяется как

$$\rho_S(P_{0S}, P_{MS}) = \frac{\sqrt{|\dot{P}_M|^2 + |\dot{P}_0|^2 - 2(\operatorname{Re} \dot{P}_M \operatorname{Re} \dot{P}_0 + \operatorname{Im} \dot{P}_M \operatorname{Im} \dot{P}_0)}}{\sqrt{1 + |\dot{P}_M|^2} \sqrt{1 + |\dot{P}_0|^2}} = \frac{\sqrt{|\dot{P}_M|^2 + |\dot{P}_0|^2 - (\dot{P}_M \dot{P}_0^* + \dot{P}_0 \dot{P}_M^*)}}{\sqrt{|\dot{P}_M|^2 |\dot{P}_0|^2 + |\dot{P}_M|^2 + |\dot{P}_0|^2 + 1}}. \quad (9a)$$

Используя соотношения (7), перепишем выражение (9a) в виде

$$\rho_S(P_{0S}, P_{MS}) = \sqrt{\frac{a_1^2 b_{2M}^2 + a_2^2 b_{1M}^2 - (\dot{a}_1 \dot{a}_2^* \dot{b}_{2M} \dot{b}_{1M}^* + \dot{a}_2 \dot{a}_1^* \dot{b}_{1M} \dot{b}_{2M}^*)}{(a_1^2 + a_2^2)(b_{1M}^2 + b_{2M}^2)}}. \quad (9b)$$

Обозначим выражение под радикалом как

$$D = \left[ a_1^2 b_{2M}^2 + a_2^2 b_{1M}^2 - (\dot{a}_1 \dot{a}_2^* \dot{b}_{2M} \dot{b}_{1M}^* + \dot{a}_2 \dot{a}_1^* \dot{b}_{1M} \dot{b}_{2M}^*) \right] / \left[ (a_1^2 + a_2^2)(b_{1M}^2 + b_{2M}^2) \right]. \quad (10)$$

Эта величина представляет собой удалённость (расстояние) между состояниями поляризации  $\dot{P}_0$  и  $\dot{P}_M$  двух радиолокационных объектов [4]. Нетрудно показать, что при совпадении изображающих точек ( $\dot{P}_0 \equiv \dot{P}_M$ ) расстояние между состояниями поляризации равно нулю ( $D=0$ ), а для случая ортогональных состояний поляризации ( $\dot{P}_M = -1/\dot{P}_0$ ) расстояние между состояниями поляризации максимально ( $D=1$ ). Учитывая, что нулевые параметры Стокса, т.е. полная мощность волн, рассеянных объектами  $T_0$  и  $T_M$ , есть  $S_0^{T_0} = a_1^2 + a_2^2$ ,  $S_0^{T_M} = b_{1M}^2 + b_{2M}^2$ , нетрудно получить из выражения (10) соотношение

$$\sqrt{a_1^2 b_{2M}^2 + a_2^2 b_{1M}^2 - (\dot{a}_1 \dot{a}_2^* \dot{b}_{2M} \dot{b}_{1M}^* + \dot{a}_2 \dot{a}_1^* \dot{b}_{1M} \dot{b}_{2M}^*)} = \sqrt{D} \sqrt{S_0^{T_0}} \sqrt{S_0^{T_M}}. \quad (11)$$

Сопоставляя выражения (11) и (5б), нетрудно видеть, что закон интерференции для пары рассеивателей принимает простейшую форму

$$S_{3M}^{INT}(\psi_M) = 2\sqrt{D}\sqrt{S_0^{T_0}}\sqrt{S_0^{T_M}}\sin(2\psi_M + \eta_M), \quad (12)$$

т.е. имеет вид гармонического колебания со случайными амплитудой, частотой и фазой. При этом амплитуда определяется не только ЭПР рассеивателей, входящих в интерференционную пару, но и удалённостью состояний поляризации рассеивателей. При этом полное выражение (6) для третьего параметра Стокса  $S_{3\Sigma}$  поля, рассеянного составным объектом, демонстрирует тот факт, что параметры Стокса волны, рассеянной составным объектом, не могут быть определены суммой параметров Стокса волн, рассеянных каждым из элементов объекта, но в значительной степени определяются связями между состояниями поляризации рассеивателей. Данный факт полностью согласуется с принципом эмерджентности [1] в системном анализе, который утверждает, что интегральные свойства системы не могут быть определены только суммой свойств её элементов, но в значительной мере определяются связями между элементами.

Полученное выражение (12) позволяет провести аналитическое исследование поляризационных свойств поля при рассеянии распределёнными и составными объектами в замкнутом виде. Для этого следует задать статистику меры близости (удалённости) состояний поляризации, тесно связанную с хорошо известными статистическими моделями поляризационных параметров [6], что позволит получить статистические характеристики измеряемых параметров аналитическим путём.

Проведенное решение ключевой задачи аналитического исследования поляризационных свойств поля при рассеянии составным объектом позволит в дальнейшем теоретически обосновать эффект поляризационного следа и рассмотреть задачу поляризационного контрастирования радиолокационной карты.

## 2. Элементы статистической теории «поляризационного следа» малоразмерного РЛО

Проблема создания статистической теории поляризационного следа малоразмерного объекта на подстилающей поверхности связана с необходимостью введения в практику поляризационных исследований ряда новых для этого раздела понятий. Прежде всего, это принцип эмерджентности, поскольку задача определения поляризационно-энергетических параметров распределённых объектов, включающих значительное число центров вторичного рассеяния, тесно связана с системными эффектами, проявляющимися в задачах рассеяния волн сложными объектами, так как свойства системы, содержащей некоторое число элементов, определяются не только суммой свойств этих элементов, а также связями между ними. Последнее замечание естественным образом приводит исследователей к необходимости использования понятий близости и удалённости состояний поляризации электромагнитных волн и рассеивателей.

### 2.1. Элементы статистической теории поляризационного «следа» малоразмерного РЛО на фоне подстилающей поверхности

Выше подробно рассмотрен вопрос о формировании поляризационно-энергетических параметров электромагнитного поля при рассеянии составным объектом. Как уже упоминалось, наибольший интерес в нашем случае представляет собой инвариантный третий параметр Стокса суммарной рассеянной волны,

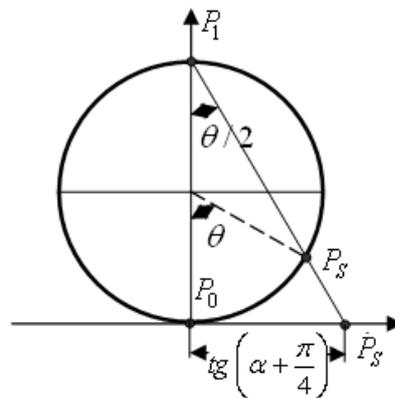
Учитывая, что нулевые параметры Стокса, т.е. полная мощность волн, рассеянных объектами  $T_0$  и  $T_M$ , есть  $S_0^{T_0} = a_1^2 + a_2^2$ ,  $S_0^{T_M} = b_{1M}^2 + b_{2M}^2$ , нетрудно преобразовать последнее выражение к виду

$$S_{3M}^{INT}(\psi_M) = \sqrt{D} \sqrt{S_0^{T_0}} \sqrt{S_0^{T_M}} \cdot \sin(2\psi_M + \eta_M), \quad (13)$$

где  $D = \frac{a_1^2 b_{2M}^2 + a_2^2 b_{1M}^2 - (\dot{a}_1 \dot{a}_2^* \dot{b}_{2M} \dot{b}_{1M}^* + \dot{a}_2 \dot{a}_1^* \dot{b}_{1M} \dot{b}_{2M}^*)}{(a_1^2 + a_2^2)(b_{1M}^2 + b_{2M}^2)}$  - удаленность состояний поляризации [4].

В качестве основы для анализа статистики измеряемого поляризационного параметра при рассеянии волн составным объектом будем использовать выражение (5а). При этом необходимо учитывать, что измеряемые и отображаемые величины (коэффициент эллиптичности  $K$  или третий нормированный параметр Стокса  $S_3$ ) связаны соотношением  $S_3 = 2K/(1+K^2)$  [4; 6], а связь близости и удалённости состояний поляризации волн, рассеянных вторичными центрами, по отношению к состоянию поляризации волны, рассеянной стабильным объектом, определяется через измеряемые величины ( $K, S_3$ ) [4]:

$N(P_S, P_0) = \frac{(1-K)^2}{1+K^2} = 0,5(1-S_3) = \cos^2 \frac{\theta}{2}$ ,  $D(P_S, P_0) = \frac{(1+K)^2}{1+K^2} = 0,5(1+S_3) = \sin^2 \frac{\theta}{2}$  для случая поляризационно-изотропного стабильного объекта (рис. 2).



**Рис. 2.** К иллюстрации близости произвольного состояния поляризации  $P_S$  к поляризационно-изотропному объекту  $P_0 = 0$

Здесь  $P_0$  – южный полюс сферы Римана; «0» – начало координат круговой комплексной плоскости;  $P_S$  – сферическое изображение некоторой точки  $\dot{P}_S$  на комплексной плоскости.

Полагая удельную ЭПР центров вторичного рассеяния подстилающей поверхности и ЭПР стабильного объекта равными, найдём математическое ожидание и дисперсию близости и удалённости состояний поляризации центров вторичного рассеяния по отношению к состоянию поляризации стабильного объекта, считая последний поляризационно-изотропным. Тогда из общего соотношения [4]

$$N = \frac{|\dot{P}_0|^2 |\dot{P}_S|^2 + \dot{P}_0 \dot{P}_S^* + \dot{P}_0^* \dot{P}_S + 1}{|\dot{P}_0|^2 |\dot{P}_S|^2 + |\dot{P}_0|^2 + |\dot{P}_S|^2 + 1}.$$

С учетом того, что  $\dot{P}_0 = 0$  в силу поляризационной изотропии стабильного объекта (начало координат круговой комплексной плоскости, соответствующее величине коэффициента эллиптичности  $K_0 = -1$ ), а  $\dot{P}_S$  есть поляризационное отношение, характеризующее отдельный центр вторичного рассеяния, получим

$$N = 1 / (1 + |\dot{P}_S|^2).$$

Воспользуемся классическим выражением [5; 6; 9] для плотности вероятности модуля поляризационного отношения, которое инвариантно к типу поляризационного базиса

$$W_1(|\dot{P}_s|) = h^2 |\dot{P}_s| (1 - R_0^2) (1 + h^2 |\dot{P}_s|^2) \pi \left[ (1 + h^2 |\dot{P}_s|^2) - 4R_0^2 h^2 |\dot{P}_s|^2 \right]^{-3/2}. \quad (14)$$

Здесь  $h^2 = \sigma_1^2 / \sigma_2^2$  – отношение дисперсий поляризационно-ортогональных составляющих;  $R_0$  – коэффициент корреляции между ними.

Численные расчёты в соответствии с (14) дают симметричную относительно начала координат плотность вероятности в случае  $h^2 = 1$ . Учитывая, что статистическая обработка значительного массива экспериментальных измерений величины коэффициента эллиптичности  $K$  продемонстрировала симметрию гистограмм для случая рассеяния морской поверхностью без объекта, будем полагать величину  $h^2 = 1$  при дальнейшем анализе.

Для определения плотности вероятности  $W_1(N)$  и её моментов найдём плотность вероятности величины  $y = |\dot{P}_s|^2$ , полагая, что  $N = 1/(1+y)$ . В данном случае обратная функция есть  $\psi(y) = |\dot{P}| = \sqrt{y}$ , а якобиан преобразования имеет вид  $d\psi/dy = 1/2\sqrt{y}$ . Тогда [6]

$$W_1(y) = W_1[\psi(y)] \left| \frac{d\psi(y)}{dy} \right| = \frac{1 - R_0^2}{2\pi} \cdot \frac{1 + y}{[1 + 2(1 - 2R_0^2)y + y^2]^{3/2}}. \quad (15)$$

Поскольку обратная функция  $\psi(N) = (1 - N)/N$ , а якобиан  $d\psi(N)/dN = 1/N^2$ , то

$$W_1(N) = W_1[\psi(N)] \left| \frac{d\psi(N)}{dN} \right| = \frac{1 - R_0^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{[1 - 4R_0^2N + 4R_0^2N^2]^{3/2}}. \quad (16)$$

Математическое ожидание близости состояний поляризации случайных вторичных центров рассеяния и поляризационно-изотропного стабильного объекта определим как

$$\bar{N} = \int_0^1 N \cdot W_1(N) dN = \frac{1 - R_0^2}{2\pi} \int_0^1 \frac{NdN}{\sqrt{R^3}},$$

где  $R = 1 - 4R_0^2N + 4R_0^2N^2$ .

После интегрирования получим

$$\bar{N} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(1 - R_0^2)R_0^2}{\Delta} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(R_0^2 - R_0^4)}{16 \cdot (R_0^2 - R_0^4)} \approx 0,08.$$

Таким образом, средняя величина близости состояний поляризации случайного ансамбля центров вторичного рассеяния к поляризационно-изотропному объекту не зависит от коэффициента корреляции  $R_0$  и близка к нулю.

Что касается дисперсии  $\sigma_N^2 = \langle N^2 \rangle - (\bar{N})^2$  величины близости состояний поляризации  $\bar{N}(P_0, P_S)$ , то прямые вычисления приводят к следующему результату

$$\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2 = \frac{1 - R_0^2}{2\pi} \left\{ \frac{1}{4R_0^3} \cdot \ln \left[ \frac{2}{\sqrt{1 - R_0^2}} \right] - \frac{1}{4R_0^2} \right\} - \frac{1}{16\pi^2}.$$

Таким образом, среднее значение удалённости состояний поляризации  $D(P_0, P_S) = 1 - \bar{N}(P_0, P_S)$ , а дисперсии близости и удалённости состояний поляризации равны.

## 2.2. Оценка среднего значения близости состояний поляризации при измерении параметров Стокса

Для оценки средней величины близости состояний поляризации волн, рассеянных составным объектом, к состоянию поляризации стабильного объекта при измерении третьего параметра Стокса  $S_3$  воспользуемся формулой

$$N(P_S, P_0) = 0,5 \left[ 1 - 2K / (1 + K^2) \right] = 0,5(1 - S_3).$$

Поскольку величина третьего нормированного параметра Стокса суммарного поля, рассеянного составным объектом, определяется соотношением (17), то среднее значение близости состояний поляризации поля, рассеянного составным объектом, к состоянию поляризации его стабильной составляющей (поляризационно-изотропный объект) имеет вид

$$\bar{N}(P_0, P_S) = \langle 0,5(1 - S_3) \rangle = 0,5 \left[ 1 - \langle S_3^0 \rangle - \langle \sum_{m=1}^M S_3^m \rangle - \langle \sum_{m=1}^M S_3^{mINT} \rangle - \langle \sum_{c=1}^N S_3^{INT} \rangle \right]. \quad (17)$$

Для стабильного (неслучайного) поляризационно-изотропного объекта (второе слагаемое) величина  $\langle S_3^0 \rangle$  определяется как  $\langle S_3^0 \rangle \equiv S_3^0 = -1$ .

Для определения средних значений 3-го, 4-го и 5-го слагаемых воспользуемся теоремами о средних значениях [7]. Начнём с пятого слагаемого, в котором каждое из значений суммы  $\langle \sum_{c=1}^N S_3^{INT} \rangle$  определяется величиной

$$S_3^{INT} = 2\sqrt{D_{ik}} \sqrt{S_0^i} \sqrt{S_0^k} \sin(2\psi_{ik} + \eta_{ik}),$$

где  $i, k$  – номера центров вторичного рассеяния случайной поверхности, образующих интерференционную пару, обладающую случайной пространственной частотой  $\psi_{ik}$  и случайной фазой  $\eta_{ik}$ ;  $S_0^i$  и  $S_0^k$  – нулевые параметры Стокса этих центров, а  $D_{ik}$  – удалённость их состояний поляризации. Величина  $S_3^{INT}$  является функцией системы пяти случайных величин  $\sqrt{D_{ik}}, \sqrt{S_0^i}, \sqrt{S_0^k}, \psi_{ik}, \eta_{ik}$ , характеризуемых 5-мерной плотностью вероятности  $W_5[\sqrt{D_{ik}}; \sqrt{S_0^i}; \sqrt{S_0^k}; \psi_{ik}; \eta_{ik}]$ , которая в предположении о независимости случайных величин, входящих в систему, может быть представлена произведением одномерных плотностей вероятностей этих величин. Тогда, полагая, что случайная фаза  $\eta_{ik}$  распределена равномерно на интервале  $-\pi \div \pi$ , среднее значение  $S_3^{int}$  запишем в виде

$$\begin{aligned} \langle S_3^{int} \rangle &= \iiint \iiint \sqrt{D_{ik}} \sqrt{S_0^i} \sqrt{S_0^k} \sin(2\psi_{ik} + \eta_{ik}) \times \\ &\times W_1(\sqrt{D_{ik}}) W_1(\sqrt{S_0^i}) W_1(\sqrt{S_0^k}) W_1(\psi_{ik}) W_1(\eta_{ik}) d\sqrt{D_{ik}} d\sqrt{S_0^i} d\sqrt{S_0^k} d\psi_{ik} d\eta_{ik} = \\ &= \int_0^1 \sqrt{D_{ik}} \cdot W_1(\sqrt{D_{ik}}) d\sqrt{D_{ik}} \int_0^\infty \sqrt{S_0^i} \cdot W_1(\sqrt{S_0^i}) d\sqrt{S_0^i} \int_0^\infty S_0^k \cdot W_1(\sqrt{S_0^k}) d\sqrt{S_0^k} \times \\ &\times \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \sin(2\psi_{ik}) \cdot W_1(\psi_{ik}) d\psi_{ik} \int_{-\pi}^\pi \cos \eta_{ik} d\eta_{ik} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \cos(2\psi_{ik}) \cdot W_1(\psi_{ik}) d\psi_{ik} \int_{-\pi}^\pi \sin \eta_{ik} d\eta_{ik} \right]. \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что входящие в последнее соотношение интегралы от тригонометрических функций равны нулю, и, таким образом, среднее значение пятого

слагаемого в выражении (9) равно нулю:  $\langle \sum_{c=1}^N S_3^{INT} \rangle = 0$ .

Аналогично, четвертое слагаемое выражения (17), которое является функцией четырех случайных величин (величина  $S_0$ , отвечающая стабильному объекту, не случайна) и описывает сумму законов интерференции, обусловленных парами «стабильный объект – произвольный центр вторичного рассеяния», также равно нулю для принятого предположения о равномерном распределении  $\eta_{ik}$  -  $\langle \sum_{m=1}^M S_3^{mINT} \rangle = 0$ .

Третье слагаемое выражения (9), т.е. сумма третьих параметров Стокса волн, рассеянных вторичными центрами, равно нулю в силу этих же предположений, т.е.  $\langle \sum_{m=1}^M S_3^m \rangle = 0$ .

Последнее подтверждается также и данными экспериментальных исследований, поскольку измеряемый РЛС коэффициент эллиптичности при рассеянии морской поверхностью, и взаимно-однозначно связанный с величиной  $S_3$  соотношением  $S_3 = 2K/(1+K^2)$ , имеет нулевое среднее значение независимо от высоты волны. Подставляя найденные величины в равенство (9), получим  $\bar{N}(P_0, P_S) = 1$ , откуда следует, что средняя близость состояний поляризации волны, рассеянной составным объектом, к состоянию поляризации стабильного объекта равна единице. Точнее можно сказать, что эта величина имеет тенденцию стремления к единице. Последнее объясняет полученное в ходе экспериментов и не совсем понятное на первый взгляд поведение коэффициента эллиптичности поля, рассеянного составным объектом. Как было продемонстрировано выше, появление слабо отражающего стабильного объекта (цилиндр  $h = 1,5$  м,  $d = 0,05$  м) на фоне взволнованного моря (площадка размерами приблизительно  $150 \times 150$  м) обуславливает стремление величины измеряемого коэффициента эллиптичности к величине  $k = -1$ , характеризующей стабильный объект.

### 2.3. Экспериментальные исследования статистики близости состояний поляризации сигнала, рассеянного составным объектом, к состоянию поляризации малоразмерного стабильного объекта

Рассмотрим результаты вторичной статистической обработки, которая заключалась в расчете величины  $N$  (т.е. близости состояний поляризации волны при рассеянии составным объектом к его стабильной составляющей) по измеренным значениям коэффициента эллиптичности, построению гистограмм  $N$  и их сравнению с гистограммами коэффициента эллиптичности  $K(\alpha)$ .

На рис. 3а и 3б изображены гистограммы коэффициента эллиптичности  $K(\alpha)$  и близости состояния поляризации  $N$  сигнала, рассеянного составным объектом к состоянию поляризации стабильного объекта (волнение 0,2 м, дистанция 1,6 км; объект - цилиндр  $h = 1,5$  м,  $d = 0,05$  м,  $K = -1$ ).

Теоретическая оценка среднего значения величины  $N$  даёт  $\bar{N} \rightarrow 1$ . Оценка величины  $\bar{N}$  для случая на рис. 3б составляет  $\bar{N} \approx 0,95$ . Несмещённая оценка дисперсии величины  $\bar{N}$  составляет  $\tilde{D}_N \approx 0,00026$ , а СКО  $\tilde{\sigma}_N \approx 0,016$ . Таким образом, при высоте волны 0,2 м средняя близость состояния поляризации сигнала, рассеянного составным объектом, и состояния поляризации стабильного объекта практически равна единице.

На рис. 5а и 5б приведены гистограммы величин  $K(\alpha)$  и  $N$  для высоты волнения 0,5 м. Увеличение высоты волнения приводит к некоторому уменьшению величины оценки среднего значения  $\tilde{N} \approx 0,84$  и увеличению значения несмещённой оценки дисперсии  $\tilde{D}_N \approx 0,0024$  при СКО  $\tilde{\sigma}_N \approx 0,049$ . Дальнейший рост высоты волн (до 1,5 м) даёт величины оценок  $\tilde{N} \approx 0,76$ ,  $\tilde{D}_N \approx 0,0081$ ,  $\tilde{\sigma}_N \approx 0,09$ . Гистограммы для данного случая приведены на рис. 5а и 5б.

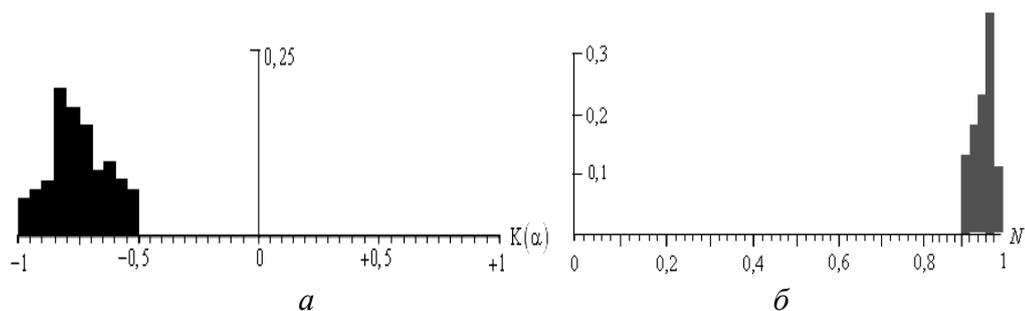


Рис. 3

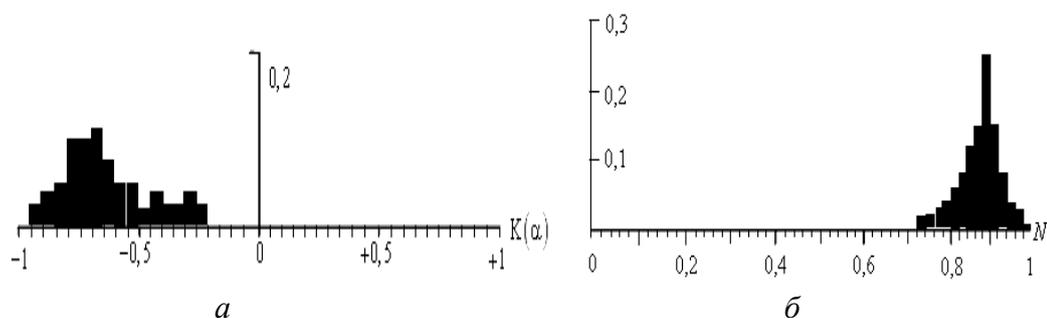


Рис. 4

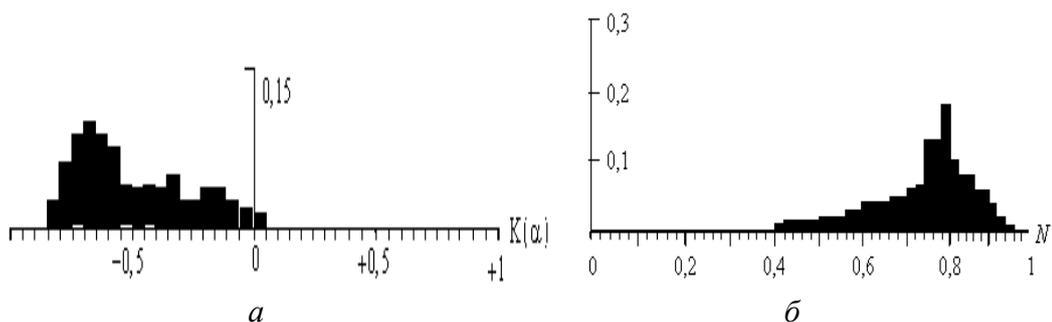


Рис. 5

## ЛИТЕРАТУРА

1. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Принципы системного анализа. - Томск, 2001.
2. Кобак В.О. Радиолокационные отражатели. - М.: Сов. радио, 1975.
3. Аззам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет / пер. с англ. / под ред. А.В. Ржанова и К.К. Свиташева. - М.: Мир, 1981.
4. Татаринев В.Н., Татаринев С.В., Лигтхарт Л.П. Введение в современную теорию поляризации радиолокационных сигналов. Т.1. Поляризация плоских ЭМВ и её преобразования. - Томск: ТГУ, 2006.

5. Канарейкин Д.Б., Павлов Н.Ф., Потехин В.А. Поляризация радиолокационных сигналов. - М.: Сов. радио, 1966.
6. Козлов А.И., Логвин А.И., Сарычев В.А. Поляризация радиоволн. Кн. 2. Радиолокационная поляриметрия. – М.: Радиотехника, 2007.
7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. - М: Наука, 1964.
8. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.: Физматгиз, 1963.
9. Поздняк С.И. Мелитицкий В.А. Введение в статистическую теорию поляризации радиоволн. - М.: Сов. радио, 1974.

## “POLARIZATION TRACK” AT ELECTROMAGNETIC WAVE SCATTERING BY COMPOSITE RADAR OBJECT.

**Kozlov A.I., Tatarinov V.N., Tatarinov S.V., Krivin N.N.**

The article is devoted to introduction the main notions which allows us to create a theoretical foundation of man-made small-scale object “polarization track” against random surface. The existing of this effect was established using the experimental results.

In the article the problems of small-scale man-made radar object polarization “track ” on the surface are investigated An analysis both statistical effects and measured values was made with the use of emergence principle and polarization proximity (distance) notions.

**Keywords:** interfeention, polarization speckles, polarization track, emergence principle.

### Сведения об авторах

**Козлов Анатолий Иванович**, 1939 г.р., окончил МФТИ (1962), профессор, доктор физико-математических наук, заслуженный деятель науки и техники РФ, академик Академии транспорта РФ и Международной академии информатизации, Соросовский профессор, профессор кафедры технической эксплуатации радиоэлектронного оборудования воздушного транспорта МГТУ ГА, автор более 320 научных работ, область научных интересов - радиофизика, радиополяриметрия, радиолокация.

**Татаринов Виктор Николаевич**, 1941 г.р., окончил ТУСУР (1964), профессор, доктор технических наук, почетный работник науки и техники РФ, действительный член Академии электромагнетизма (Массачусетс, США), заведующий кафедрой конструирования и производства радиоаппаратуры ТУСУР, автор более 210 научных работ, область научных интересов - теория когерентности и поляризации электромагнитного поля, статистическая радиофизика, рассеяние волн сложными объектами, поляризационная радиолокация.

**Татаринов Сергей Викторович**, 1969 г.р., окончил ТУСУР (1994), кандидат технических наук, доцент кафедры конструирования и производства радиоаппаратуры ТУСУР, автор более 110 научных работ, область научных интересов - статистическая теория поляризации при рассеянии волн сложными объектами.

**Кривин Николай Николаевич**, 1985 г.р., окончил ТУСУР (2008), аспирант ТУСУР, автор 7 научных работ, область научных интересов - поляризационная радиолокация, повышение радиолокационного контраста в моноимпульсных РЛС с использованием поляризационной селекции.