

УДК 621.396.96

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЗНАЧЕНИЙ УГЛА ОРИЕНТАЦИИ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ РАДИОВОЛНЫ В СЛЕДЯЩЕМ КОНТУРЕ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

А.И. ЛОГВИН, Э.А. ЛУТИН, А.Н. ЗАЙЦЕВ

Получена плотность распределения вероятностей значений угла ориентации плоскости поляризации радиоволны в следящем контуре радиолокационной системы (РЛС).

Ключевые слова: угол ориентации плоскополяризованной радиоволны, следящий контур, плотность распределения.

Во многих практических приложениях высокочастотная фаза радиосигнала $\varphi(t)$ обычно рассматривается как равномерно распределённая величина в диапазоне от $-\pi$ до π , то есть

$$W(\varphi) = \frac{1}{2\pi}, \quad (1)$$

где $W(\varphi)$ – плотность распределения высокочастотной фазы радиосигнала.

Однако в работах [1; 2] было показано, что если используется следящее устройство за изменением $\varphi(t)$ типа ФАПЧ, плотность распределения вероятностей значений высокочастотной фазы радиосигнала подчиняется распределению Тихонова, которое в общем виде может быть записано следующим образом

$$W(\varphi) = \frac{1}{2\pi I_0(D)} e^{D \cos \varphi}, \quad -\pi \leq \varphi \leq \pi, \quad (2)$$

где D – параметр, зависящий от отношения сигнал/шум на входе ФАПЧ; $I_0(D)$ – функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента.

При реализации современных РЛС применяется слежение за изменением угла ориентации плоскости поляризации радиоволны $\beta(t)$, то есть используется соответствующий контур слежения [3; 4]. Обычно для описания изменений угла ориентации $\beta(t)$ используют равномерную плотность распределения вероятностей в виде

$$W(\beta) = \frac{1}{\pi}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}. \quad (3)$$

Однако можно предположить, что, как и в случае рассмотрения ФАПЧ, вид этой плотности распределения вероятностей значений ориентации значений угла ориентации $\beta(t)$ будет иным. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

В качестве следящей системы за изменениями значений угла ориентации плоскости поляризации радиоволны $\beta(t)$ примем структурную схему, приведенную в [4]. Для дальнейшего рассмотрения примем следующие допущения:

1. Все звенья следящей системы за исключением ФНЧ являются безынерционными.
2. Характеристика управляющего элемента в пределах рабочего участка предполагается линейной.
3. Аддитивный шум, действующий в следящем контуре, представляет собой нормальный случайный процесс с нулевым средним значением.

Пусть на вход двухканальной следящей системы поступают сигналы в виде:

$$\begin{cases} \xi_x(t) = A_0 \cos \beta(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) + n_1(t); \\ \xi_y(t) = A_0 \sin \beta(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) + n_2(t), \end{cases} \quad (4)$$

где ξ_x, ξ_y – входные реализации радиоволн; A_0 – амплитуда радиосигнала; ω_0 – частота радиосигнала; $\varphi(t)$ – высокочастотная фаза; $n_1(t)$ и $n_2(t)$ – взаимонезависимые шумовые составляющие входных реализаций.

На вторые входы перемножителей следящей системы, имеющих коэффициенты преобразо-

вания μ_1 и μ_2 , поступают сигналы от устройства, вырабатывающего функцию $\cos(\cdot)$, в следующем виде:

$$\begin{cases} S_1(t) = A_1 \sin \beta^*(t); \\ S_2(t) = A_1 \cos \beta^*(t), \end{cases} \quad (5)$$

где A_1 – амплитуда сигнала опорного устройства; $\beta^*(t)$ – оценочное значение угла ориентации плоскости поляризации радиоволны.

Тогда после перемножителей и вычитающего устройства разностный сигнал $S_p(t)$ будет иметь вид

$$S_p(t) = S_{n1} - S_{n2} = -\mu A_0 A_1 \sin(\beta - \beta^*) \cos(\omega_0 t + \varphi) + \mu A_1 (n_1(t) \sin \beta^* - n_2(t) \cos \beta^*). \quad (6)$$

Для упрощения рассмотрения в (6) приняли, что $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, что несущественно.

После перемножителя с коэффициентом преобразования μ_3 и фильтра с передаточной функцией в операторном виде $K(D)$, разностный сигнал $S_p(t)$ запишется

$$S_p(t) = -\frac{1}{2} \mu \mu_3 A_0 A_1 K(D) \left[\sin(\beta - \beta^*) - \frac{n_1(t)}{A_0} \sin \beta^* \cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{n_2(t)}{A_0} \cos \beta^* \cos(\omega_0 t + \varphi) \right]. \quad (7)$$

Примем, что коэффициент передачи ФНЧ равен единице для низких частот и равен нулю для высоких, а также введя обозначения:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \beta - \beta^*; \\ n(t) &= -n_1(t) \sin \beta^* \cos(\omega_0 t + \varphi) + n_2(t) \cos \beta^* \cos(\omega_0 t + \varphi); \\ M &= \frac{1}{2} \mu \cdot \mu_3 \cdot A_0 \cdot A_1, \end{aligned}$$

получим следующую запись для разностного сигнала

$$S_p(t) = M \left[\sin(\beta - \beta^*) - \frac{n(t)}{A_0} \right]. \quad (8)$$

Полагаем, что характеристику управляющего элемента S_y можно представить в виде

$$\dot{\beta} = \dot{\beta}_{cp} - S_y S_p, \quad (9)$$

где точка над буквой означает операцию дифференцирования; $\dot{\beta}_{cp}$ – среднее значение величины β при $S_p = 0$, то есть при разомкнутой петле регулирования.

Из соотношения

$$D\Gamma = D\beta^* - D\beta,$$

где $D = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования, с помощью уравнения (9) получим

$$D\Gamma = D\beta^* - D\beta - M_1 \sin \Gamma - M_1 \frac{n(t)}{A_0}, \quad (10)$$

где $M_1 = S_y M$; $D(\beta^* - \beta_{cp}) = \delta$ – начальная расстройка опорного генератора следящей системы, которую в дальнейшем рассмотрении примем равной нулю, то есть $\delta = 0$.

Тогда окончательно получим для разности углов ориентации входного сигнала и приёмного базиса следующее нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -M_1 \sin \Gamma - n_\phi(t), \quad (11)$$

где $n_\phi(t)$ – фиктивный нормальный белый шум с характеристиками:

$$\langle n_\phi(t) \rangle = 0; \quad \langle n_\phi(t_1) n_\phi(t_2) \rangle = \frac{1}{2} N_\phi \delta(t_2 - t_1), \quad (12)$$

где $\langle \cdot \rangle =$ – операция математического ожидания; $\delta(\cdot)$ – дельта-функция Дирака; N_ϕ – спектральная плотность шума n_ϕ .

Уравнение (11) является стохастическим дифференциальным уравнением, и поэтому, используя материалы [1; 2], запишем для апостериорной плотности вероятностей Γ уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова

$$\frac{dW(\Gamma, t)}{dt} = \frac{\partial}{\partial \Gamma} [M_1 \sin \Gamma \cdot W(\Gamma, t)] + \frac{1}{4} N_\phi \frac{\partial^2 W(\Gamma, t)}{\partial \Gamma^2}. \quad (13)$$

Хотя уравнение (13) линейно относительно функции $W(\cdot)$, полное решение для $W(\Gamma, t)$ затруднительно вследствие нелинейности переменных коэффициентов. Однако, учитывая, что рассматривается следящая система, наиболее интересным является случай, когда распределение стационарно, то есть

$$\frac{dW(\Gamma, t)}{dt} = 0.$$

Обозначим $W(\Gamma) = \lim_{t \rightarrow \infty} W(\Gamma, t)$, и тогда получим

$$\frac{d}{d\Gamma} [M_1 \sin \Gamma \cdot W(\Gamma)] + \frac{1}{4} N_\Phi \frac{dW(\Gamma)}{d\Gamma} = 0 \quad (14)$$

$$\text{или} \quad \frac{d^2 W(\Gamma)}{d\Gamma^2} + q \frac{d[W(\Gamma) \sin \Gamma]}{d\Gamma} = 0 \quad (15)$$

при начальном условии $W(\Gamma, 0) = \delta(\Gamma - \Gamma_0)$, $-\frac{\pi}{2} \leq \Gamma \leq \frac{\pi}{2}$, при граничном условии $W(-\frac{\pi}{2}) = W(\frac{\pi}{2})$ и при условии нормировки

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} W(\Gamma) d\Gamma = 1,$$

где $q = \frac{4M_1}{N_\Phi}$ – отношение сигнал/шум в полосе следящей системы.

Решение уравнений типа (15) хорошо известно в теории ФАПЧ [1; 2], и в общем виде оно записывается следующим образом

$$W(\Gamma) = C \exp(q \cdot \cos \Gamma) \left[1 + C_0 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\Gamma} \exp(-q \cdot \cos x) dx \right], \quad (16)$$

где C и C_0 – некоторые постоянные.

Для определения постоянных C и C_0 можно использовать граничные условия и условия нормировки.

Из граничных условий следует, что $C_0 = 0$, а из условия нормировки получаем

$$C = \frac{1}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \exp(q \cdot \cos \Gamma) d\Gamma} = \frac{1}{L(q)},$$

где приняли, что

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \exp(q \cdot \cos \Gamma) d\Gamma - L(q)\text{-функция.}$$

По своей структуре L -функция очень похожа на приведенную в формуле (2) функцию Бесселя, однако соответствующий анализ показал, что в данном случае $L(q)$ – функция не является функцией Бесселя, а является самостоятельной функцией, которая выражается через функции Бесселя, а именно

$$L(q) = \pi I_0(q) + 4 \sum_{K=2i+1}^{\infty} (-1)^i \frac{1}{K} \cdot I_K(q), \quad \text{где } i = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

Эта L -функция показана на рис. 1.

Соответственно выражение для $W(\Gamma)$ приобретает вид

$$W(\Gamma) = \frac{\exp(q \cdot \cos \Gamma)}{L(q)}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \Gamma \leq \frac{\pi}{2}. \quad (18)$$

Вид плотности распределения $W(\Gamma)$ показан на рис. 2. Из рис. 2 видно, что при $q=0$ функция $\omega(\Gamma)$ становится равномерной, что, кстати, следует из соотношения (18). Кроме того, при

$q=10$ функция $\omega(\Gamma)$ практически становится нормальной, что достаточно просто показать, используя (17) и (18), а при $q \rightarrow \infty$ получаем δ -функцию.

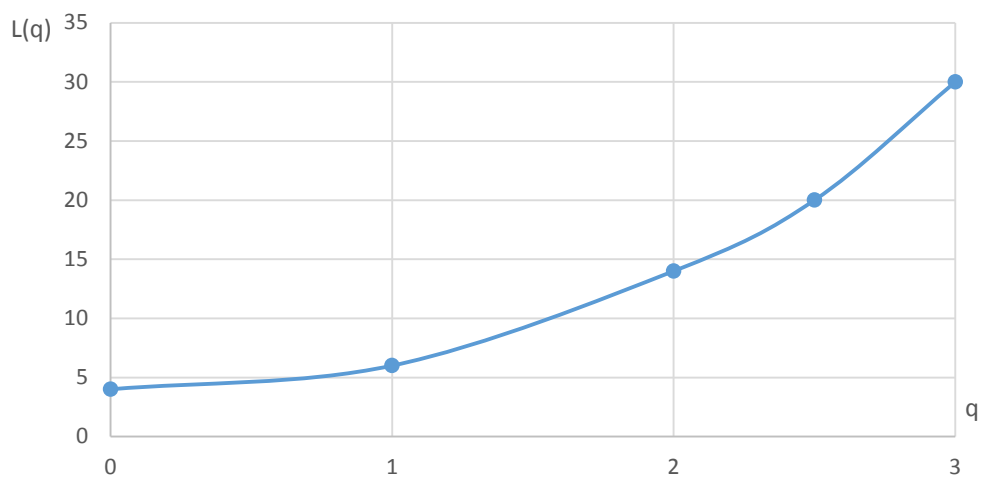


Рис. 1. Вид L-функции

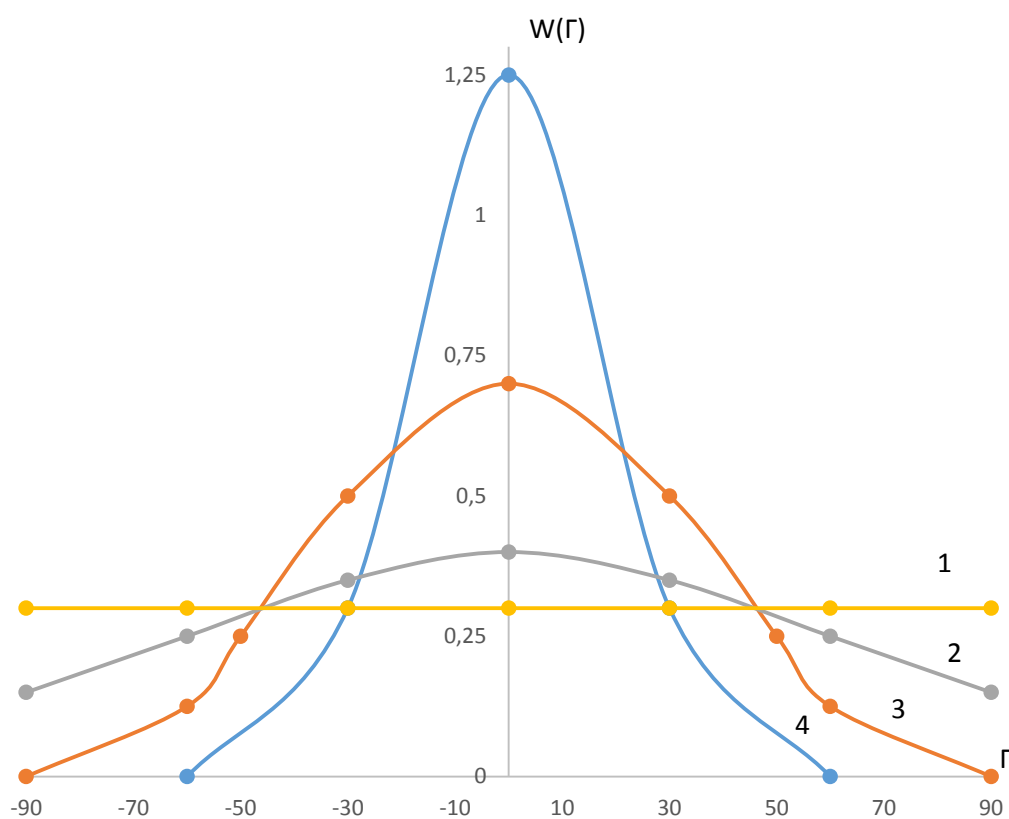


Рис. 2. Плотность распределения верностей значений угла ориентации плотности поляризации в следящем контуре. Здесь 1 – $q=0$; 2 – $q=1$; 3 – $q=3$; 4 – $q=10$

Таким образом, плотность распределения вероятностей значений угла ориентации плоскости радиоволны при наличии в РЛС соответствующего контура слежения принципиально отличается от распределения Тихонова для высокочастотной фазы в контуре ФАПЧ, что и хотелось продемонстрировать.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов В.И. *Оптимальный прием сигналов*. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
2. Тихонов В.И. *Статистическая радиотехника*. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
3. Логвин А.И. Нелинейная фильтрация поляризованных радиолокационных сигналов // *Радиотехника*. 1983. № 12. Т. 38. С. 17-23
4. Логвин А.И. Нелинейная фильтрация радиолокационных сигналов со случайными поляризационными параметрами ЭМВ // *Радиотехника*. 1985. № 6. Т. 40. С. 44-51.

DENSITY DISTRIBUTION PROBABILITIES ANGLE ORIENTATION OF POLARIZATION PLATE IN TRACKING

Loqvin A.I., Lutin E.A., Zajtsev A.N.

Density distribution probabilities angle orientation of polarization plate in tracking radar are considered.

Keywords: angle of orientation of plate polarization radiowave, tracking system, density of distribution.

REFERENCES

1. Tihonov V.I. *Optimal'nyj priem signalov*. M.: Radio i svjaz'. 1983. 320 p. (In Russian).
2. Tihonov V.I. *Statisticheskaja radiotekhnika*. M.: Radio i svjaz'. 1982. 624 p. (In Russian).
3. Logvin A.I. Nelinejnaja fil'tracija poljarizovannyh radiolokacionnyh signalov. *Radiotekhnika*. 1983. № 12. T. 38. Pp. 17-23. (In Russian).
4. Logvin A.I. Nelinejnaja fil'tracija radiolokacionnyh signalov so sluchajnymi poljarizacionnymi parametrami JeMV. *Radiotekhnika*. 1985. № 6. T. 40. Pp. 44-51. (In Russian).

Сведения об авторах

Логвин Александр Иванович, 1944 г.р., окончил КГУ (1966), профессор, доктор технических наук, заслуженный деятель науки РФ, профессор кафедры управления воздушным движением МГТУ ГА, автор более 510 научных работ, область научных интересов – радиолокация, техническая эксплуатация РЭО, системы УВД.

Лутин Эмиль Аркадьевич, 1942 г.р., окончил МАИ (1966), доктор технических наук, профессор кафедры технической эксплуатации радиоэлектронного оборудования воздушного транспорта МГТУ ГА, автор более 100 научных работ, область научных интересов – радиолокация, дистанционное зондирование.

Зайцев Алексей Николаевич, 1951 г.р., окончил МАИ (1977), доктор технических наук, советник директора МКБ «Космос», автор более 40 научных работ, область научных интересов – радионавигация, радиолокация, УВД.