

УДК 629.735.33.014.16:533.662.6

РАСЧЕТ ИНДУКТИВНЫХ СКОРОСТЕЙ НЕСУЩЕГО ВИНТА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ С НЕПРЕРЫВНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ЦИРКУЛЯЦИЕЙ ВИХРЕВОГО СЛОЯ

Б.Л. АРТАМОНОВ

Статья представлена доктором технических наук, профессором Ципенко В.Г.

Установлена связь погонных циркуляций радиального и азимутального вихревых слоев с циркуляцией присоединенного вихря, изменяющейся как по радиусу лопасти, так и по её азимутальному положению. Для типовых законов распределения циркуляции присоединенных вихрей вычислены три компонента индуктивной скорости в характерных точках диска винта. В том числе в точках, лежащих на хорде лопасти при её различных азимутальных положениях и режимах работы винта, что представляет практический интерес для расчета его аэродинамических характеристик.

Ключевые слова: индуктивная скорость, несущий винт, циркуляция, верхний слой.

В работе [1] описана линейная вихревая модель воздушного винта, представляющая собой пространственную геликоидальную пелену заданной геометрии, покрытую непрерывно распределенным двухкомпонентным вихревым слоем. Элементами дискретизации пелены являются треугольные панели, произвольно ориентированные в пространстве. Разработаны метод, алгоритмы и программы расчета трех составляющих вектора индуктивной скорости от системы произвольно ориентированных площадок, покрытых вихревым слоем, интенсивность которого линейно изменяется по поверхности площадки. Решение получено в элементарных функциях. Рассмотрим применение этой модели для несущего винта вертолета.

Зададимся законом изменения циркуляции присоединенных вихрей по диску винта $\Gamma(r, \psi)$ и установим её связь с погонной циркуляцией сошедшего вихревого слоя $\gamma(r, \psi)$. Это даст возможность решить прямую задачу аэродинамического расчета винта – определение поля индуктивных скоростей по заданному закону циркуляции.

Закон изменения циркуляции присоединенных вихрей получим с учетом её изменения по азимутальному положению лопасти. Воспользуемся уравнением, связывающим циркуляцию в сечении лопасти с его геометрическими и кинематическими параметрами [2]

$$\bar{\Gamma}(\bar{r}, \psi) = \frac{1}{2} c_y(\bar{r}, \psi) \bar{b}(\bar{r}) \bar{W}(\bar{r}, \psi), \quad (1)$$

где $\bar{b}(\bar{r})$ – закон изменения хорды по радиусу лопасти;

$c_y(\bar{r}, \psi)$ – закон изменения коэффициента подъемной силы по диску винта;

$\bar{W}(\bar{r}, \psi)$ – суммарная скорость потока в сечении лопасти.

Для трапецевидных лопастей зависимость $\bar{b}(\bar{r})$ имеет вид

$$\bar{b} = \bar{b}(\bar{r}) = \bar{b}_r [\eta - (\eta - 1)\bar{r}] / [0,7 + 0,3\eta], \quad (2)$$

где $\bar{b}_r$ – хорда в характерном сечении лопасти на радиусе $r = 0,7R$;

η – сужение лопасти.

При вычислении индуктивной скорости в первом приближении учтем изменение c_y только по азимуту в следующем виде

$$c_y(\bar{r}, \psi) \approx c_{y0} \cdot f(\psi),$$

где c_{y0} – среднее значение коэффициента подъемной силы по диску винта;

$f(\psi)$ – закон изменения коэффициента подъемной силы по азимутальному положению лопасти, характерный для шарнирного несущего винта.

Для их вычисления воспользуемся формулами Л.С. Вильдгрубе [3], полученными для шарнирного несущего винта:

$$c_{y0} = \frac{3c_t}{\kappa\sigma_7(1+1,2\mu^2)}; \quad (3)$$

$$f(\psi) = (1+\mu)/(1+2,67\mu\sin\psi+2\mu^2\sin^2\psi), \quad (4)$$

где κ – коэффициент концевых потерь;

μ – коэффициент режима работы винта $\mu = \bar{V} \cos \alpha_b$.

При вычислении скорости воздушного потока в сечении лопасти $\bar{W}(\bar{r}, \psi)$ будем считать, что

$$\bar{W}(\bar{r}, \psi) \approx \bar{U}_x(\bar{r}, \psi) = \bar{r} + (\bar{V} \cos \alpha_b + \bar{v}_{1x}) \sin \psi, \quad (5)$$

а поле индуктивных скоростей $\bar{v}_{1x}$ равномерно распределено по диску винта.

Применяя уравнение связи (1) в рамках лопастной теории, следует, по рекомендациям Прандтля, ввести поправку на конечность числа лопастей через функцию В.И. Шайдакова $f_a(\bar{r}, \psi)$, сводящую циркуляцию на конце лопасти в ноль [4]

$$f_r(\bar{r}, \psi) = \frac{2}{\pi} \arccos(e^{\frac{\kappa_l(1-\bar{r})\bar{W}}{2\bar{r}\bar{U}_y}}). \quad (6)$$

После чего закон (1) принимает вид

$$\bar{\Gamma}(\bar{r}, \psi) = \frac{1}{2} c_y(\bar{r}, \psi) \bar{b}(\bar{r}) \bar{U}_x(\bar{r}, \psi) f_r(\bar{r}, \psi). \quad (7)$$

Для перехода от циркуляции присоединенных вихрей $\bar{\Gamma}(\bar{r}, \psi)$ к погонной циркуляции свободного вихревого слоя $\bar{\gamma}(\bar{r}, \vartheta)$ необходимо вычислить градиенты закона $\bar{\Gamma}(\bar{r}, \psi)$ по направлениям образующих поверхности S :

$$\bar{\gamma}_r(\bar{r}, \vartheta) = \frac{d}{d\bar{r}} \bar{\Gamma}(\bar{r}, \vartheta); \quad \bar{\gamma}_s(\bar{r}, \vartheta) = \frac{d}{ds} \bar{\Gamma}(\bar{r}, \psi) \quad (8)$$

в её дискретных узловых точках $S_{i,j}(x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j})$.

Первое уравнение характеризует интенсивность радиального вихревого слоя за счет изменения циркуляции присоединенных вихрей по радиусу лопасти, второе – интенсивность тангенциального слоя за счет изменения циркуляции присоединенных вихрей по азимуту.

Перейдем в выражении (8) от производной по длине дуги ds к производной по азимутальному положению лопасти $d\psi$. Поскольку на пелене имеет место соотношение

$$d\bar{s} = \sqrt{d\bar{x}^2 + d\bar{y}^2 + d\bar{z}^2},$$

то, дифференцируя выражения для координат пелены [1] по углу ϑ :

$$\bar{x} = \bar{r} \sin(\psi_n - \vartheta) - \vartheta \bar{V}_x(\bar{r}, \vartheta); \quad \bar{y} = -\vartheta \bar{V}_y(\bar{r}, \vartheta); \quad \bar{z} = \bar{r} \cos(\psi_n - \vartheta),$$

получим

$$d\bar{s} = \sqrt{\bar{r}^2 + \bar{V}_x^2 + \bar{V}_y^2 + 2\bar{V}_x \sin(\psi_n - \vartheta)} d\vartheta.$$

Теперь соотношение (8) для $\bar{\gamma}(\bar{r}, \vartheta)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_s(\bar{r}, \vartheta) &= \frac{1}{\sqrt{\bar{r}^2 + \bar{V}_x^2 + \bar{V}_y^2 + 2\bar{V}_x \sin(\psi_n - \vartheta)}} \frac{d}{d\vartheta} \bar{\Gamma}(\bar{r}, \vartheta) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\bar{r}^2 + \bar{V}_x^2 + \bar{V}_y^2 + 2\bar{V}_x \sin(\psi_n - \vartheta)}} \gamma_\vartheta(\bar{r}, \vartheta). \end{aligned} \quad (9)$$

Связь между углами ϑ в (9) и ψ в законе $\bar{\Gamma}(\bar{r}, \psi)$ устанавливается соотношением

$$\psi_j = \psi_n - \vartheta_j.$$

Отметим, что для корректного описания типового закона изменения циркуляции (7) точки

по радиусу лопасти $\bar{r}_i$ следует распределять неравномерно со сгущением к её концу. Хороший результат дает синусоидальное распределение с координатами

$$\bar{r}_i = \bar{r}_0 + (1 - \bar{r}_0) \sin^2\left(\frac{\pi i}{2N_r}\right), 0 \leq i \leq N_r. \quad (10)$$

Приведем результаты расчетов по описанному алгоритму типового закона циркуляции применительно к двухлопастному винту $\sigma_7 = 0,06$, $\kappa_n = 2$, работающему на режиме $\bar{V} = 0,1$, $\alpha_b = 0$ и $c_T = 0,01$. На рис. 1 показаны исходный закон циркуляции $\bar{\Gamma}(\bar{r}, \psi)$ и соответствующие ему значения погонных циркуляций радиального $\bar{\gamma}_r(\bar{r}, \vartheta)$ и тангенциального $\bar{\gamma}_g(\bar{r}, \vartheta)$ вихревых слоев в пределах одного оборота винта с шагом по азимуту $\Delta\psi = \Delta\vartheta = 20^\circ$.

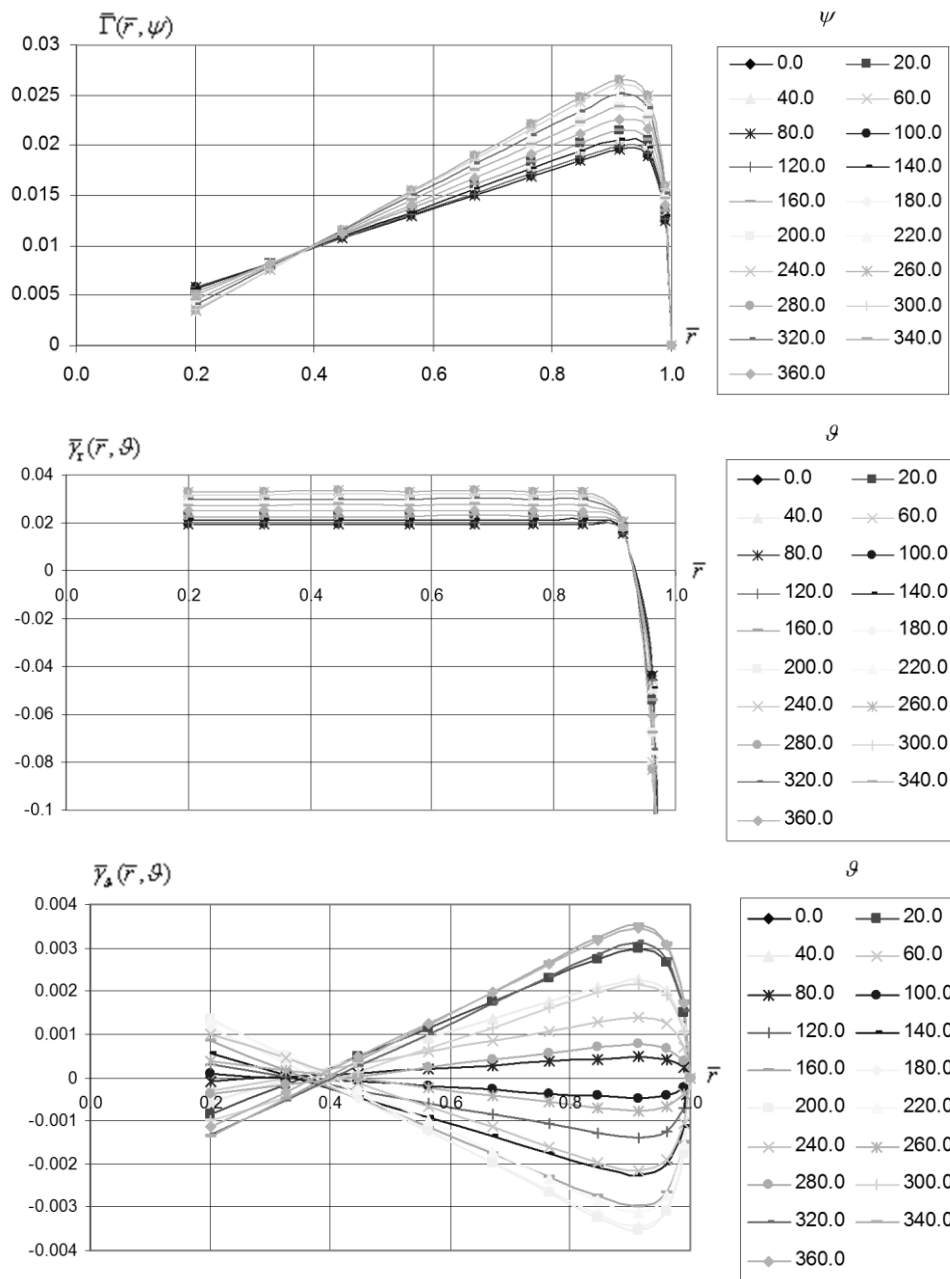


Рис. 1. Исходный закон циркуляции $\bar{\Gamma}(\bar{r}, \psi)$ и соответствующие ему законы погонных циркуляций радиального $\bar{\gamma}_r(\bar{r}, \vartheta)$ и тангенциального $\bar{\gamma}_g(\bar{r}, \vartheta)$ вихревых слоев

В соответствии с постановкой задачи погонная циркуляция вихревого слоя в узловых точках пелены $\gamma(\bar{r}_i, \vartheta_j)$ должна быть задана в базовой декартовой системе осей координат $OXYZ$, связанной с плоскостью и осью вращения винта

$$\vec{\gamma}(\bar{r}_i, \vartheta_j) = \gamma_x(\bar{r}_i, \vartheta_j)\mathbf{i} + \gamma_y(\bar{r}_i, \vartheta_j)\mathbf{j} + \gamma_z(\bar{r}_i, \vartheta_j)\mathbf{k}. \quad (11)$$

В проекциях на оси базовой системы осей координат получим:

$$\begin{aligned} \gamma_x(\bar{r}_i, \vartheta_j) &= \gamma_r(\bar{r}_i, \vartheta_j) \frac{x_{ij+1} - x_{ij}}{|\bar{\mathbf{s}}_{ij+1} - \bar{\mathbf{s}}_{ij}|} + \gamma_s(\bar{r}_i, \vartheta_j) \frac{x_{i+1,j} - x_{ij}}{|\bar{\mathbf{s}}_{i+1,j} - \bar{\mathbf{s}}_{ij}|}; \\ \gamma_y(\bar{r}_i, \vartheta_j) &= \gamma_r(\bar{r}_i, \vartheta_j) \frac{y_{ij+1} - y_{ij}}{|\bar{\mathbf{s}}_{ij+1} - \bar{\mathbf{s}}_{ij}|} + \gamma_s(\bar{r}_i, \vartheta_j) \frac{y_{i+1,j} - y_{ij}}{|\bar{\mathbf{s}}_{i+1,j} - \bar{\mathbf{s}}_{ij}|}; \\ \gamma_z(\bar{r}_i, \vartheta_j) &= \gamma_r(\bar{r}_i, \vartheta_j) \frac{z_{ij+1} - z_{ij}}{|\bar{\mathbf{s}}_{ij+1} - \bar{\mathbf{s}}_{ij}|} + \gamma_s(\bar{r}_i, \vartheta_j) \frac{z_{i+1,j} - z_{ij}}{|\bar{\mathbf{s}}_{i+1,j} - \bar{\mathbf{s}}_{ij}|}. \end{aligned} \quad (12)$$

Найденное поле циркуляций в узловых точках вихревого слоя даёт возможность для вычисления индуктивной скорости $\vec{v}_{\text{нел}}(\bar{x}_A, \bar{y}_A, \bar{z}_A)$ в произвольной точке A пространства воспользоваться формулами (40) и (35) из работы [1]. Практический интерес для расчета аэродинамических характеристик винта представляют скорости в плоскости вращения лопастей при $\bar{y}_A = 0$.

Будем предполагать, что ось лопасти совпадает с линией начала вихревой пелены ($\vartheta = 0$). Чтобы обеспечить возможность вычисления индуктивной скорости непосредственно на оси лопасти ($\bar{x}_A = \bar{r}_i \cos \psi_{\text{л}}$, $\bar{y}_A = 0$, $\bar{z}_A = \bar{r}_i \sin \psi_{\text{л}}$), скорректируем форму первого участка вихревого следа, обеспечив подход продольных векторов $\vec{\gamma}_r(\bar{r}_i, \vartheta_0)$ по перпендикуляру к ней. Для этого координаты конечных точек первого участка пелены должны быть пересчитаны следующим образом:

$$\bar{x}_{i,1} = \frac{\bar{r}_i}{\cos \Delta \vartheta} \cos(\psi_{\text{л}} - \Delta \vartheta); \quad \bar{y}_{i,1} = \bar{V}_y \Delta \vartheta; \quad \bar{z}_{i,1} = \frac{\bar{r}_i}{\cos \Delta \vartheta} \sin(\psi_{\text{л}} - \Delta \vartheta). \quad (13)$$

На рис. 2 показаны в развертке по радиусу законы изменения по диску винта трех компонентов индуктивной скорости $\bar{v}_x(\bar{r}, \psi)$, $\bar{v}_y(\bar{r}, \psi)$, $\bar{v}_z(\bar{r}, \psi)$ от вихревого следа, сходящего с лопасти на азимуте $\psi_{\text{л}} = 0$, при числе витков геликоидальной спирали $n_{\text{об}} = 10$. Следует обратить внимание на значительные «всплески» индукции в концевых сечениях лопасти на азимутах $\psi \approx 300^\circ - 360^\circ$, что свидетельствует о моделировании зарождающегося концевой вихря, сходящего с концевой части лопасти.

Оценим рациональную длину вихревого следа, обеспечивающую необходимую точность расчетов. На рис. 3 показана зависимость по числу учтенных витков вихревого слоя средней по диску индуктивной скорости, вызываемой вихревым следом трехлопастного винта, от каждой лопасти, находящейся на азимуте $\psi_{\text{л}_\nu} = 2\pi(\nu - 1)/\kappa_{\text{л}}$

$$\bar{v}_{\text{lycp}_\nu} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{v}_{\text{нел}_y}(\bar{r}, \psi, \psi_{\text{л}_\nu}) \bar{r} d\bar{r} d\psi, \quad (14)$$

и от всех лопастей вместе

$$\bar{v}_{\text{lycp}} = \frac{1}{\pi} \sum_{\nu=1}^{\kappa_{\text{л}}} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{v}_{\text{нел}_y}(\bar{r}, \psi, \psi_{\text{л}_\nu}) \bar{r} d\bar{r} d\psi. \quad (15)$$

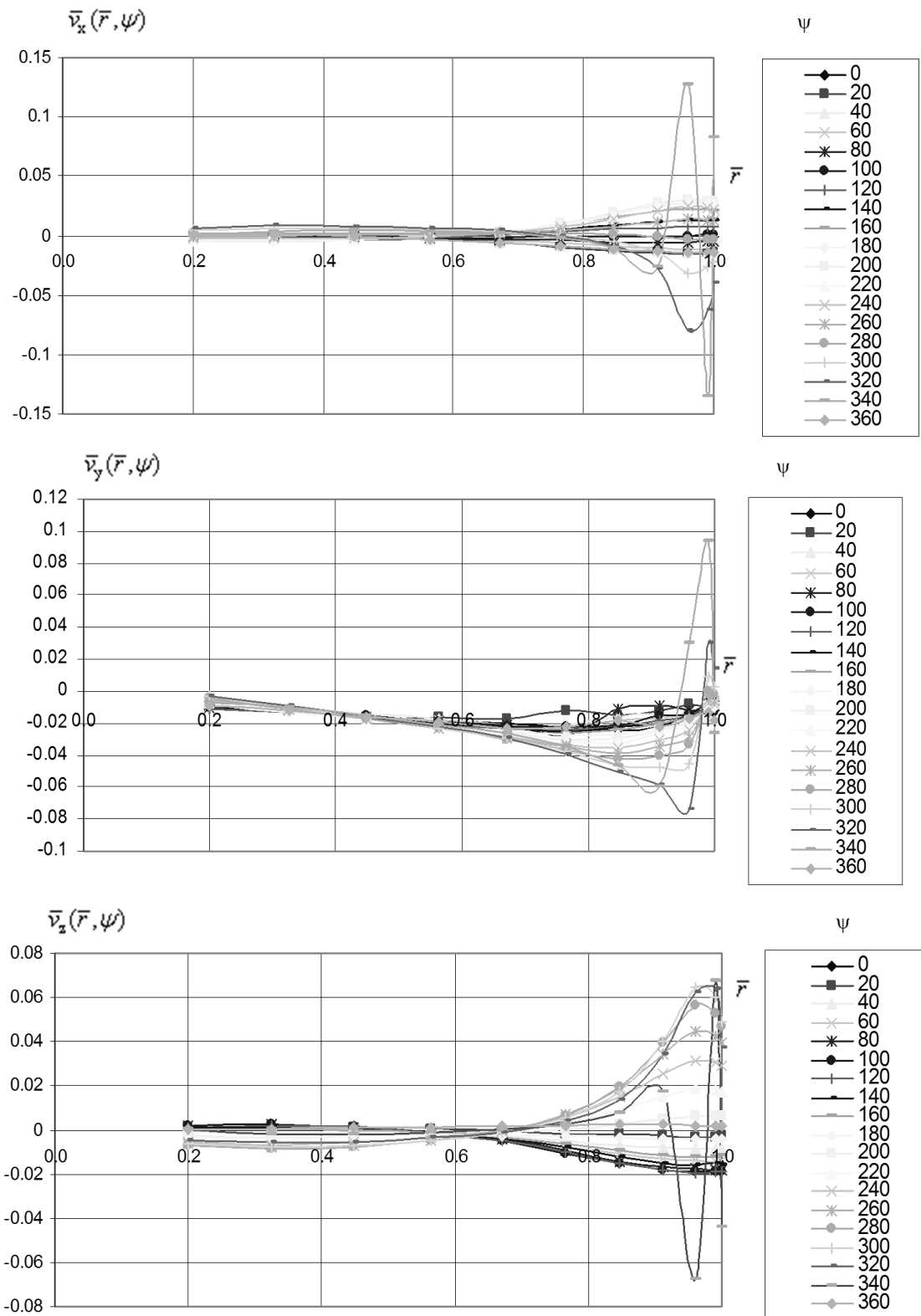


Рис. 2. Законы изменения компонентов вектора индуктивной скорости в плоскости диска винта $\sigma_7 = 0,06$, $\kappa_{\text{л}} = 2$, работающего на режиме $\bar{V} = 0$; $\alpha_{\text{в}} = 0$ и $c_{\text{т}} = 0,01$, вызванной вихревой пеленой, сошедшей с лопасти, находящейся на азимуте $\psi_{\text{л}} = 0$ (в развертке по радиусу)

В заключение приведем законы распределения индуктивной скорости по диску винта, полученные на основе описанной выше лопастной модели с непрерывно распределенной погон-

ной циркуляцией по поверхности вихревого слоя, подсчитанные суммированием индуктивных скоростей от вихревых пелен, сошедших со всех лопастей

$$\bar{v}_1 = \sum_{\nu=1}^{\kappa_l} \bar{v}_{\text{пел}}(\bar{r}, \psi, \psi_{l_\nu}). \quad (16)$$

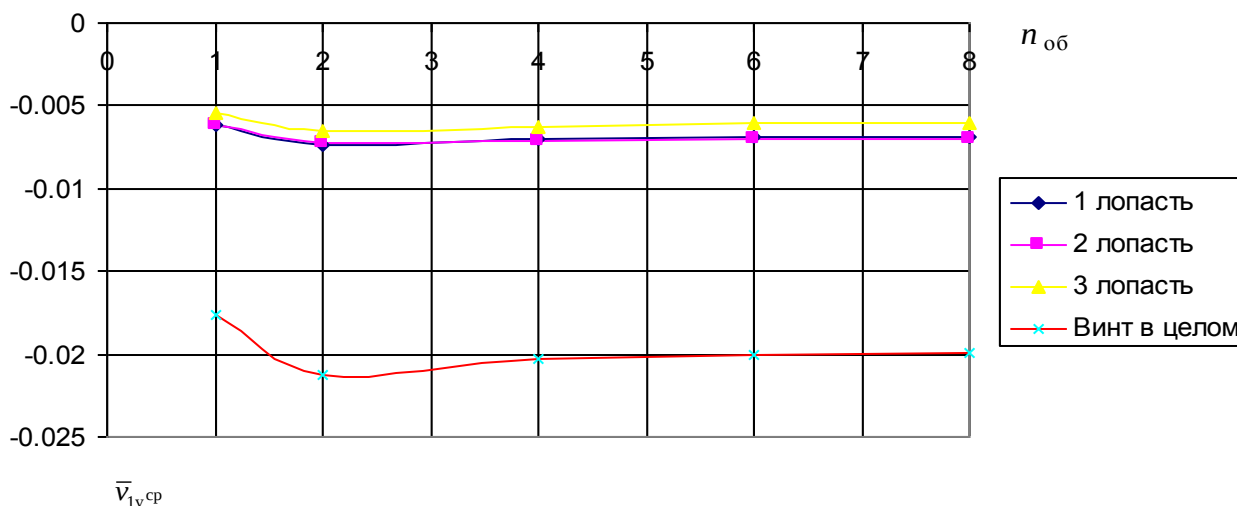


Рис. 3. Средняя по диску индуктивная скорость, вызываемая вихревым следом от каждой лопасти и винтом в целом для разного числа витков геликоидальной спирали от $n_{об} = 1$ до $n_{об} = 8$ для трехлопастного винта $\sigma_7 = 0,06$, $\kappa_l = 3$ при $\bar{V} = 0,1$; $\alpha_b = 0$ и $c_T = 0,01$

На рис. 4 приведены зависимости компонентов вектора индуктивной скорости $\bar{v}_x(\bar{r}, \psi)$, $\bar{v}_y(\bar{r}, \psi)$, $\bar{v}_z(\bar{r}, \psi)$ в плоскости диска винта $\sigma_7 = 0,06$, $\kappa_l = 3$, работающего на режиме $\bar{V} = 0$; $\alpha_b = 0$ и $c_T = 0,01$. Видно, что продольная и боковая составляющие вектора индуктивной скорости на два порядка меньше, чем нормальная к плоскости диска винта. Скорости $\bar{v}_y(\bar{r}, \psi)$ на азимутах между лопастями значительно меньше, чем в районе лопастей.

Выводы

1. Установлена связь законов распределения погонной циркуляции двухкомпонентного непрерывного вихревого слоя с геометрией лопасти и режимом работы шарнирного несущего винта.

2. Для типового закона циркуляции $\Gamma(r, \psi)$ вычислено поле индуктивных скоростей в плоскости диска винта на режиме косого обтекания. Показаны значительные «всплески» индукции в концевых сечениях лопасти на азимутах $\psi \approx 300^\circ - 360^\circ$, что свидетельствует о моделировании зарождающегося концевого вихря, сходящего с концевой части лопасти.

3. Установлено, что для корректного моделирования закона изменения индуктивной скорости в плоскости диска винта следует учитывать не менее 4-5 витков его вихревой системы.

4. Показано, что продольная и боковая составляющие вектора индуктивной скорости на два порядка меньше, чем нормальная к плоскости диска винта. Скорости $\bar{v}_y(\bar{r}, \psi)$ на азимутах между лопастями значительно меньше, чем в районе лопастей.

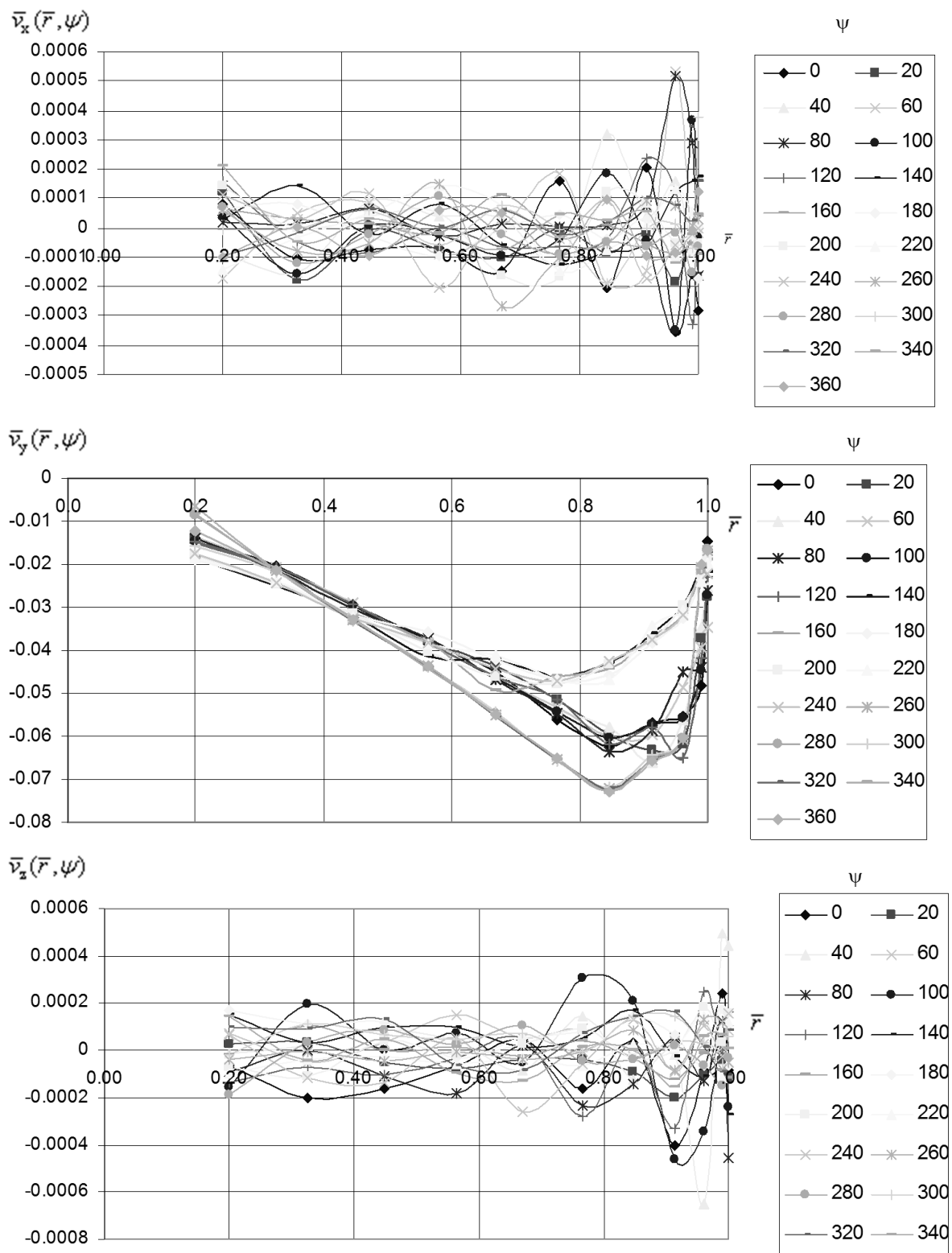


Рис. 4. Законы изменения компонентов вектора индуктивной скорости в плоскости диска винта $\sigma_7 = 0,06$, $\kappa_L = 3$, работающего на режиме $\bar{V} = 0$; $\alpha_B = 0$ и $c_T = 0,01$, вызванной вихревой пеленой, сошедшей со всех лопастей винта (в развертке по радиусу)

ЛИТЕРАТУРА

1. Артамонов Б.Л. Вихревая модель воздушного винта с непрерывно распределенной циркуляцией вихревого слоя // Статья в настоящем Вестнике.
2. Шайдаков В.И. Обобщенная дисковая вихревая теория и методы расчета индуктивных скоростей несущего винта вертолета // Проектирование вертолетов. - М.: МАИ, 1977. - Вып. 406.
3. Баскин В.Э., Вильдгрубе Л.С., Вожаев Е.С., Майкапар Г.И. Теория несущего винта. - М.: Машиностроение, 1973.
4. Шайдаков В.И., Маслов А.Д. Аэродинамическое проектирование лопастей воздушного винта. - М.: МАИ, 1995.

CALCULATION OF INDUCED VELOCITIES OF ROTOR ON THE BASE OF THE MODEL WITH CONTINUOUSLY DISTRIBUTED CIRCULATION OF VORTEX LAYER

Artamonov B.L.

The relationship of linear circulation of radial and azimuthal vortex layers with circulation of bound vortex was created. This circulation of bound vortex varies depending on radius and azimuthal location of blade. Three components of induced velocity in the characteristic points of rotor disk area were calculated for the typical laws of circulation distribution of bound vortices. Among other characteristic points there are the points lying in the blade chord, when this blade is situated in different azimuthal locations and operating modes of rotor. It is of practical interest in rotor characteristics computation.

Keywords: induced velocity, rotor, circulation, upper layer.

Сведения об авторе

Артамонов Борис Лейзерович, 1947 г.р., окончил МАИ (1972), кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заместитель заведующего кафедрой проектирования вертолетов МАИ (Национального исследовательского университета), автор более 180 научных работ, область научных интересов – аэромеханика винтокрылых летательных аппаратов вертикального взлета и посадки.