

УДК 621.396.969

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ФИЛЬТРОВ В ЗАДАЧЕ СОПРОВОЖДЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ ЦЕЛЕЙ

Я.И. СТРЕКАЛОВСКАЯ

На основе имитационного моделирования потока разнохарактерных воздушных целей проведена сравнительная оценка фильтра Калмана и $\alpha\beta$, $\alpha\beta\gamma$ фильтров статистическим методом однофакторного дисперсионного анализа. На модели маломаневрирующей цели различие оказывается незначимым. В условиях же резких маневров фильтр Калмана дает значимо более точные значения.

Ключевые слова: вторичная обработка, фильтр Калмана, $\alpha\beta$ фильтр, $\alpha\beta\gamma$ фильтр, однофакторный дисперсионный анализ.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача сравнения эффективности фильтров не нова, и в классических монографиях, например, [2,4], можно найти разнообразные качественные и количественные оценки. Однако оценки эти в значительной степени зависят как от свойств и характеристик объектов радиолокационного наблюдения (тип цели, её скорость, маневренность, отражательные свойства оболочки), так и от характеристик радиолокационного оборудования (частота обзора, свойства вычислительного комплекса и программ обработки первичной информации и т.п.). Во всех перечисленных свойствах и характеристиках за последнее десятилетие очевиден значительный качественный и количественный прогресс. В результате сопровождение целей происходит в принципиально новых условиях, что не позволяет считать прежние оценки сравнительной эффективности фильтров окончательными и/или безусловно применимыми в настоящее время.

В свете динамичного развития тактической и оперативно-тактической авиации большое внимание уделяется совершенствованию маневренных возможностей воздушных целей (ВЦ), в частности, придания им новых аэродинамических схем. Следовательно, при оценке возможностей ВЦ необходимо учитывать их высокую скорость и значительное улучшение маневренных свойств, необходимых для ведения воздушного боя и уклонения от атак как с воздуха, так и с земли. Качество оценки возможностей ВЦ в большей степени зависит от качества поступающей радиолокационной информации. Поэтому вопросы повышения качества радиолокационной информации привлекают большое внимание.

Состояние и развитие вычислительной техники позволяют применить более сложные и эффективные алгоритмы обработки радиолокационной информации для повышения точности оценивания координат и скорости ВЦ, оптимальность выбора алгоритмов не решается раз и навсегда. Актуальность состоит в оценке методов вторичной обработки информации в условиях новых реалий, т.е. новых технологий, технических характеристик целей, новых возможностей алгоритмов.

При обработке радиолокационной информации особенно острой задачей является исследование алгоритмов обработки на участках маневра ВЦ. Известные подходы к повышению точности сопровождения траектории ВЦ на участках маневра, в основном, базируются на решении задачи обнаружения начала и окончания маневра и соответствующем изменении параметров фильтра сопровождения. Эти подходы приводят к схеме фильтра Калмана, либо к схемам $\alpha\beta$ и $\alpha\beta\gamma$ фильтров.

Натурные эксперименты для определения качества работы фильтров нереальны по множеству причин. Для получения статистических данных использовалась хорошо зарекомендовавшая себя компьютерная модель, имитирующая радиолокационное сопровождение с использованием новейших технических характеристик целей. Более подробное описание содержится в наших предыдущих статьях [6], [7].

2. ВЫБОР МЕТОДА

Перейдем к изложению используемых математических методов. Для однозначной интерпретации терминов в нижеизложенном тексте, введем основные понятия статистической проверки гипотез.

Результаты наблюдений используются для проверки предположений (гипотез) относительно тех или иных свойств распределения генеральной совокупности. В частности, такого рода задачи возникают при сравнении различных технологических процессов или методов обработки по определенным измеряемым признакам, например, по точности, производительности и т.д.

Пусть X – наблюдаемая дискретная или непрерывная случайная величина. Статистической гипотезой H называется предположение относительно параметров или вида распределения случайной величины X . Часто распределение случайной величины X известно, и по выборке наблюдений необходимо проверить предположения о значении параметров этого распределения. Такие гипотезы называются параметрическими.

Проверяемая гипотеза называется нулевой гипотезой и обозначается H_0 . Наряду с гипотезой H_0 рассматривают одну из альтернативных (конкурирующих) гипотез H_1 . Например, если проверяется гипотеза о равенстве параметра θ некоторому заданному значению θ_0 , то есть $H_0: \theta = \theta_0$, то в качестве альтернативной гипотезы можно рассмотреть одну из следующих гипотез:

$$H_1^{(1)}: \theta > \theta_0,$$

$$H_1^{(2)}: \theta < \theta_0,$$

$$H_1^{(3)}: \theta \neq \theta_0,$$

$$H_1^{(4)}: \theta = \theta_0,$$

где θ_1 – заданное значение, $\theta_1 \neq \theta_0$. Выбор альтернативной гипотезы определяется конкретной формулировкой задачи.

Правило, по которому принимается решение принять или отклонить гипотезу H_0 , называется критерием K . Так как решение принимается на основе выборки наблюдений случайной величины X , необходимо выбрать подходящую статистику, называемую в этом случае статистической Z критерия K . При проверке простой параметрической гипотезы $H_0: \theta = \theta_0$ в качестве статистики критерия выбирают ту же статистику, что и для оценки параметра θ , т.е. $\tilde{\theta}$.

Проверка статистической гипотезы основывается на принципе, в соответствии с которым маловероятные события считаются невозможными, а события, имеющие большую вероятность, считаются достоверными. Этот принцип можно реализовать следующим образом. Перед анализом выборки фиксируется некоторая малая вероятность α , называемая уровнем значимости. Пусть V – множество значений статистики Z , а $V_k \subseteq V$ – такое подмножество, что при условии истинности гипотезы H_0 вероятность попадания статистики критерия в V_k равна α , т.е. $P[Z \in V_k / H_0] = \alpha$.

Обозначим z_b выборочное значение статистики Z , вычисленное по выборке наблюдений. Критерий формулируется следующим образом: отклонить гипотезу H_0 , если $z_b \in V_k$; принять гипотезу H_0 , если $z_b \in V \setminus V_k$. Критерий, основанный на использовании заранее заданного уровня значимости, называют критерием значимости. Множество V_k всех значений статистики критерия Z , при которых принимается решение отклонить гипотезу H_0 , называют критической областью; область $V \setminus V_k$ называют областью принятия гипотезы H_0 .

Уровень значимости α определяет «размер» критической области V_k . Положение критической области на множестве значений статистики Z зависит от формулировки альтернативы гипотезы H_1 , $P[Z \in V \setminus V_k] = 1 - \alpha$.

Таким образом, проверка параметрической статистической гипотезы при помощи критерия значимости может быть разбита на следующие этапы:

- 1) сформулировать проверяемую (H_0) и альтернативную (H_1) гипотезы;
- 2) назначить уровень значимости α ;
- 3) выбрать статистику Z критерия для проверки гипотезы H_0 ;
- 4) определить выборочное распределение статистики Z при условии, что верна гипотеза H_0 ;
- 5) в зависимости от формулировки альтернативной гипотезы определить критическую область V_k одним из неравенств $Z > z_{1-\alpha}$, $Z < z_\alpha$ или совокупностью неравенств $Z > z_{1-\alpha/2}$ и $Z < z_{\alpha/2}$;
- 6) получить выборку наблюдений и вычислить выборочное значение статистики критерия;
- 7) принять статистическое решение:
 - если $z_b \in V_k$, то отклонить гипотезу H_0 как не согласующуюся с результатами наблюдений;
 - если $z_b \in V \setminus V_k$, то принять гипотезу H_0 , т.е. считать, что гипотеза H_0 не противоречит результатам наблюдений.

Для сравнения экспериментов, выполненных при различных значениях какого-либо параметра, обычно используется однофакторный дисперсионный анализ.

Пусть результаты наблюдений составляют l независимых выборок (групп), полученных из l нормально распределенных генеральных совокупностей, которые имеют различные средние $m_1, m_2, \dots, m_l$ и равны дисперсии σ^2 . Проверяется гипотеза о равенстве средних $H_0: m_1 = m_2 = \dots = m_l$. Наша задача - исследование влияния, которое оказывает изменение выбора фильтра на точность прогноза. В данном случае нас интересует вопрос, имеют ли различные фильтры одну и ту же систематическую ошибку (гипотеза H_0). При $l = 2$ для проверки гипотезы H_0 используются известные критерии значимости. Если $l > 2$, то для проверки гипотезы о равенстве l средних применяют однофакторный дисперсионный анализ, суть которого состоит в следующем.

Пусть x_{ik} обозначает i -й элемент k -й выборки, $i = 1, 2, \dots, n_k$; $k = 1, 2, \dots, l$; $\bar{x}_k$ - выборочное среднее k -й выборки, т.е.

$$\bar{x}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} x_{ik} = \frac{1}{n_k} x_{\cdot k}, \quad \bar{x} - \text{общее выборочное среднее, т.е. } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^{n_k} x_{ik} = \frac{1}{n} x_{\cdot},$$

где n - общее число наблюдений, $n = \sum_{k=1}^l n_k$.

Общая сумма квадратов отклонений наблюдений от общего среднего $\bar{x}$ может быть представлена так:

$$\sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^{n_k} (x_{ik} - \bar{x})^2 = \sum_{k=1}^l n_k (\bar{x}_k - \bar{x})^2 + \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^{n_k} (x_{ik} - \bar{x}_k)^2.$$

Это – основное тождество дисперсионного анализа. Запишем его в виде:

$$Q = Q_1 + Q_2,$$

где Q – общая сумма квадратов отклонений наблюдений от общего среднего;

Q_1 – сумма квадратов отклонений выборочных средних $\bar{x}_k$ от общего среднего $\bar{x}$ (между группами);

Q_2 – сумма квадратов отклонений наблюдений от выборочных средних групп (внутри группы).

Описанное выше тождество легко проверяется, если воспользоваться очевидным равенством:

$$(\bar{x}_{ik} - \bar{x}) = [(\bar{x}_k - \bar{x}) + (\bar{x}_{ik} - \bar{x}_k)],$$

возвести обе его части в квадрат, просуммировать по i и k и учесть, что

$$\sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^{n_k} (x_{ik} - \bar{x}_k)(\bar{x}_k - \bar{x}) = 0$$

в силу определения средних $\bar{x}_k$ и $\bar{x}$.

Если верна гипотеза $H_0: m_1 = m_2 = \dots = m_l$, то статистики Q_1 / σ^2 и Q_2 / σ^2 независимы и имеют распределение χ^2 с $l-1$ и $n-l$ степенями свободы. Следовательно, статистики $S_1^2 = \frac{Q_1}{l-1}$ и $S_2^2 = \frac{Q_2}{n-l}$ являются несмещенными оценками неизвестной дисперсии σ^2 . Оценка S_1^2 характеризует рассеяние групповых средних, а оценка S_2^2 – рассеяние внутри групп, которое обусловлено случайными вариациями результатов наблюдений. Значительное превышение величины S_1^2 над значением величины S_2^2 можно объяснить различием средних в группах. Отношение этих оценок имеет распределение Фишера с $l-1$ и $n-l$ степенями свободы, т.е.

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{Q_1 / (l-1)}{Q_2 / (n-l)} = F(l-1, n-l).$$

Данная статистика используется для проверки гипотезы $H_0: m_1 = m_2 = \dots = m_l = m$. Гипотеза H_0 не противоречит результатам наблюдений, если выборочное значение F_b статистики меньше квантили $F_{1-\alpha}(l-1, n-l)$, т.е. если $F_b < F_{1-\alpha}(l-1, n-l)$. В этом случае $\bar{x}$ и $\frac{Q_2}{n-l}$ являются несмещенными оценками параметров m и σ^2 . Если $F_b \geq F_{1-\alpha}(l-1, n-l)$, то гипотеза H_0 отклоняется и следует считать, что среди средних $m_1, m_2, \dots, m_l$ имеется хотя бы два не равных друг другу.

Гипотеза о различии качества фильтров производится после назначения уровня значимости α , который имеет смысл в допустимой ошибке при принятии статистического решения.

В рассматриваемой задаче ввиду высокой цены ошибок уровень значимости не может быть больше 0,05 и в наших последующих расчетах мы принимаем $\alpha = 0,01$.

Если гипотеза H_0 о равенстве средних отклоняется, то требуется определить, какие именно группы имеют значимое различие средних. Для этих целей используется метод линейных контрастов. Линейный контраст Lk определяется как линейная комбинация:

$$Lk = \sum_{k=1}^l c_k m_k,$$

где c_k , $k = 1, 2, \dots, l$, – константы, однозначно определяемые из формулировки проверяемых гипотез, причем $\sum_{k=1}^l c_k = 0$. Оценка Lk равна $\bar{L}k = \sum_{k=1}^l c_k \bar{x}_k$, а оценка дисперсии Lk равна

$$s_{Lk}^2 = D[Lk] = \tilde{\sigma}^2 \sum_{k=1}^l \frac{c_k^2}{n_k} = \frac{Q_2}{n-l} \sum_{k=1}^l \frac{c_k^2}{n_k}.$$

Границы доверительного интервала для Lk имеют вид:

$$\bar{L}k \pm s_{Lk} \sqrt{(l-1) \cdot F_{1-\alpha}(l-1, n-l)},$$

3. ОПИСАНИЕ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ И ПРИМЕР РАСЧЁТОВ

В рассматриваемой задаче три значения параметра соответствуют трем фильтрам: $\alpha\beta$, $\alpha\beta\gamma$ и фильтру Калмана; т.о. $l = 3$. Задача заключается в проверке гипотезы $H_0: m_1 = m_2 = m_3$, где m_k – математическое ожидание суммы квадратов отклонения экстраполяции. Общее число наблюдений $n = 72$, а $n_k = 24$. Уровень значимости $\alpha = 0,01$.

Нами проводилось моделирование при помощи вышеупомянутой компьютерной модели, имитирующей радиолокационное сопровождение с использованием новейших технических характеристик целей. Для каждого из трех типов ВЦ (ракеты, самолеты, вертолеты), задавались следующие параметры моделирования:

move_1 – ВЦ летит по прямой, т.е. нет маневра ни по углу места, ни по скорости, ни по высоте;

move_2 – ВЦ маневрирует только по курсу;

move_3 – ВЦ маневрирует только по скорости;

move_4 – ВЦ маневрирует только по высоте;

move_5 – ВЦ маневрирует по курсу и скорости;

move_6 – ВЦ маневрирует по курсу и высоте;

move_7 – ВЦ маневрирует по скорости и высоте;

move_8 – ВЦ маневрирует по курсу, скорости и высоте.

При моделировании могут быть использованы траектории, которые соответствуют техническим возможностям современных средств нападения; точнее:

– подлет на предельно низких высотах противокорабельных ракет;

– маневрирование «пикирование», «горка» сверхзвуковых самолетов;

– маневры «вираж», «спираль» и «боевой разворот» вертолетов.

В приведенном ниже варианте расчета использовались пока не все эти возможности.

Данные конкретного эксперимента имеют следующую структуру. Измеряемой величиной является сумма квадратов отклонений, предсказанных фильтрами положений цели от фактических положений модели движения за один сеанс моделирования. Результаты каждого сеанса моделирования составляют строку таблицы; приведены фактические данные нескольких экспериментов.

Таблица

Значение фактора			$\alpha\beta$ фильтр	$\alpha\beta\gamma$ фильтр	фильтр Калмана
Номер фактора, k			1	2	3
Сумма квадратов отклонений X_{ik} (кв.м)	Ракеты	move_1	56382663,6300	7872007,2640	1587014,2730
		move_2	60198448,1254	8342543,5941	1846487,1435
		move_3	63598740,9743	8764831,5148	2015496,0156
		...	...	...	...
		move_8	140695471,1640	19354865,1573	5846529,6812
	Самолеты	move_1	51756849,7145	7156834,1582	1284599,3324
		move_2	54268311,2184	7294693,1462	1176481,1427
		move_3	57154930,1540	7712943,9411	1469810,1610
		...	...	...	...
		move_8	133847021,3084	18481023,3855	4827691,0211
	Вертолеты	move_1	49871247,3415	6891275,3694	1108495,1496
		move_2	51486928,1560	7024569,2313	1194783,0115
		move_3	52147801,1109	7214568,1694	1247168,1978
		...	...	...	...
		move_8	135198731,5972	18972004,9836	5815722,4878
Сумма X_k			1981337497,9005	300024555,5715	79684790,9806

Данные приведены частично с тем, чтобы не загромождать статью.

В рассматриваемой задаче три значения параметра $l = 3$, общее число наблюдений $n = 72$, $n_k = 24$, уровень значимости $\alpha = 0,01$.

Вычисляем выборочное значение статистики по вышеприведенному алгоритму:

$$F_b = \frac{Q_1 / (l-1)}{Q_2 / (n-l)} = \frac{Q_1 / 2}{Q_2 / 69} \approx 0,807004.$$

$F_{0,99}(2, 69) \approx F_{0,99}(2, 60) = 4,98$. Так как $F_b = 0,81 < 4,98$, то гипотеза H_0 о неразличении фильтров не противоречит результатам наблюдений.

Разумеется, формат статьи не позволяет нам привести в полном объеме численные результаты, полученные при моделировании полета с фиксацией нескольких сотен точек. В реальной ситуации: дальность обнаружения цели радиолокатором – 50 км, цикл обзора радиолокатора – 5 с.

4. ВЫВОДЫ

Таким образом, предварительные расчеты показывают, что при восьмикратном сканировании сделать надежный вывод о различении фильтров не удастся. Это и не удивительно, потому что надежные выводы о проверке гипотез можно сделать лишь при значительном объеме статистики. Важно, что приведенные расчеты сделаны на модели маломаневрирующей цели. В условиях же резких маневров фильтр Калмана обычно дает значимо более точные значения. Подробные качественные и количественные выводы по сравнению фильтров в рамках реального времени будут опубликованы в следующих работах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьмин С.З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Советское радио, 1974.
2. Кузьмин С.З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Радио и связь, 1986.
3. Фарина А., Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации: пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993.
4. Бакулев П.А. Радиолокационные системы: учеб. для вузов. – М.: Радиотехника, 2004.
5. Елисеева И.И. Общая теория статистики: учеб. для вузов. – М.: Финансы и статистика, 2009.
6. Стрекаловская Я.И. Имитационное моделирование потока разнохарактерных воздушных целей в условиях одновременного сопровождения. Научный вестник МГТУ ГА, 2013. № 194. С. 79-84.
7. Стрекаловская Я.И. Выбор оптимального фильтра в случае радиолокационного сопровождения воздушной цели с диверсифицированными параметрами. Научный вестник МГТУ ГА, 2013. № 194. С. 85-89.

COMPARATIVE EVALUATION OF FILTERS USED IN TRACKING AIR TARGETS

Strekalovskaya Y.I.

Using an imitation model for a flow of heterogeneous air targets the comparative assessment of the $\alpha\beta$, $\alpha\beta\gamma$ and the Kalman filters efficiency is evaluated. In the case of slightly maneuvering target the difference in filters' efficiency is statistically insignificant; in the case of sharp maneuvering the Kalman filter is significantly more precise.

Keywords: secondary data processing, Kalman filter, $\alpha\beta$ filter, $\alpha\beta\gamma$ filter, single-factor dispersion analysis.

REFERENCES

1. Kuz'min S.Z. *Osnovy teorii cifrovoj obrabotki radiolokacionnoj informacii* (Foundations of the Theory for Numeric Processing of Radio-locating Data), Moscow, Sovetskoe radio, 1974.
2. Kuz'min S.Z. *Osnovy proektirovaniya sistem cifrovoj obrabotki radiolokacionnoj informacii* (Foundations for Design of Numeric Processing of Radio-locating Data), M.: Radio i svjaz', 1986.
3. Farina A., Studer F. *Cifrovaja obrabotka radiolokacionnoj informacii. Per. s angl.* (Numerical processing of of Radio-locating Data), Moscow, Radio i svjaz', 1993.
4. Bakulev P.A. *Radiolokacionnye sistemy: Uchebnik dlja vuzov* (Radio-locating Systems. University textbook). Moscow, Radiotekhnika, 2004.
5. Eliseeva I.I. *Obshhaja teorija statistiki: Uchebnik dlja vuzov* (General Theory of Statistics. University textbook), Moscow, Finansy i statistika, 2009, 657 p.
6. Strekalovskaya Y.I. *Nauchnyj Vestnik MGTUCA*, 2013, no 194, pp. 79 - 84.
7. Strekalovskaya Y.I. *Nauchnyj Vestnik MGTUCA*, 2013, no 194, pp. 85- 89.

Сведения об авторе

Стрекаловская Яна Иннокентьевна, окончила МГТУ ГА (2011), автор 2 научных работ, область научных интересов – вторичная обработка радиолокационной информации.