

МАШИНОСТРОЕНИЕ

- 2.5.12 – Аэродинамика и процессы теплообмена летательных аппаратов;
2.5.13 – Проектирование, конструкция и производство летательных аппаратов;
2.5.14 – Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов;
2.5.15 – Тепловые электроракетные двигатели и энергоустановки летательных аппаратов;
2.5.16 – Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

УДК 533.6.08

DOI: 10.26467/2079-0619-2026-29-2-76-92

Обнаружение вихревого следа за самолетом по скосам воздушного потока с помощью градиентных методов оптимизации

А.А. Кривошапов¹

¹Центральный аэрогидродинамический институт
имени профессора Н.Е. Жуковского, г. Жуковский, Россия

Аннотация: В работе рассматривается задача автоматического обнаружения устойчивого вихревого следа за крылатыми летательными аппаратами с использованием измерений векторов скоса воздушного потока. Предлагается методический подход, обеспечивающий возможность эффективного применения градиентных методов оптимизации при решении данной задачи. Для сглаживания целевой функции разработана модификация классической модели вихря Рэнкина. Вводятся ограничения, которые существенно сокращают пространство поиска и устраняют проблему периодичности. Отдельно показано, что исключение данных с низким уровнем скоса позволяет получить унимодальную целевую функцию и тем самым повысить надежность поиска. Проведенные эксперименты в аэродинамической трубе подтвердили эффективность предложенного алгоритма: во всех тестовых случаях было успешно зафиксировано наличие спутного вихревого следа при различных конфигурациях крыла. Полученные результаты могут быть использованы для повышения топливной эффективности при групповом полете и для разработки бортовых систем мониторинга вихревых структур.

Ключевые слова: обнаружение вихревых структур, спутный след, датчики скоса воздушного потока, топливная эффективность, групповой полет.

Для цитирования: Кривошапов А.А. Обнаружение вихревого следа за самолетом по скосам воздушного потока с помощью градиентных методов оптимизации // Научный вестник МГТУ ГА. 2026. Т. 29, № 2. С. 76–92. DOI: 10.26467/2079-0619-2026-29-2-76-92

Aircraft vortex wake detection based on airflow skew data using gradient optimization methods

A.A. Krivoschapov¹

¹Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, Russia

Abstract: This paper studies the problem of automatic detection of stable vortex wake generated by fixed-wing aircraft using airflow skew vectors measurements. A methodological approach is proposed that enables the effective application of gradient optimization methods to solve this problem. To smooth the objective function, a modification of the classical Rankine vortex model is developed. Constraints are introduced that significantly reduce the search space and eliminate the periodicity problem. It is further demonstrated that excluding data with low skew levels allows to obtain a unimodal objective function, thereby increasing the reliability of the search. Experiments conducted in a wind tunnel confirmed the effectiveness of the proposed algorithm: in all

test scenarios the presence of a vortex wake was successfully detected for various wing configurations. The obtained results can be used to improve fuel efficiency in formation flight and for the development of onboard monitoring systems for vortex structures.

Keywords: vortex wake detection, wake turbulence, airflow skew sensors, fuel efficiency, formation flight.

For citation: Krivoschapov, A.A. (2026). Aircraft vortex wake detection based on airflow skew data using gradient optimization methods. *Civil Aviation High Technologies*, vol. 29, no. 2, pp. 76–92. DOI: 10.26467/2079-0619-2026-29-2-76-92

Введение

Ключевым показателем, определяющим возможности авиационной транспортной системы, является топливная эффективность летательных аппаратов. Одним из перспективных направлений в области ее повышения является использование группового полета [1–3]. Примечательно, что аналогичный принцип рекуперации энергии возник эволюционно в природе и существует уже миллионы лет. Так, многие птицы используют построение клином или пеленгом во время длительных перелетов, чтобы минимизировать свои энергозатраты [4, 5].

Вихревая структура, формирующаяся за летательным аппаратом (ЛА) – генератором [6–8], традиционно рассматривается как источник потерь энергии для него. Однако индуктивное сопротивление ЛА, движущегося позади, может быть снижено за счет дополнительного скоса воздушного потока, индуцированного таким вихревым следом [9]. Это приводит к снижению потребной тяги силовой установки [10] и, как следствие, расхода топлива. Анализ результатов исследований в летных экспериментах на самолетах Do-28 [11], T-38 [12], F/A-18 [13], C-17 [14], C-20A [15] подтверждает это на практике и показывает, что средняя величина экономии топлива составляет 7–18 %. Результатом проекта Fello'fly^{1,2}, закончившегося в 2021 году,

стала демонстрация возможности снижения расхода топлива самолета A-350 на 5–10 % на дальнемагистральных рейсах с использованием концепции полета под воздействием следа Wake Energy Retrieval (WER). Проект GESE, действующий до 2026 года в рамках программы SESAR 3 и направленный на дальнейшее развитие концепции WER, объединил вокруг себя множество крупнейших партнеров.

Моделирование полета пары самолетов, выполненное в [16], было направлено на исследование активной и пассивной стратегий движения в спутном следе. В первом случае самолет двигался с привязкой к координатам ведущего (пассивная стратегия), а во втором – с привязкой к вихревому следу (активная стратегия). Это исследование показало, что активная стратегия полета дает существенное снижение показателя тяги по сравнению с пассивной. При таком пилотировании возникают дополнительные силы и моменты, повышающие нагрузку на экипаж/оператора ЛА [17]. Возникает риск опасного сближения с ядром одного из вихрей, при котором возможностей органов управления может не хватать для компенсации момента крена [18–20].

Слишком большое удаление, продиктованное исключением попадания в вихревой след [21, 22], нивелирует положительную интерференцию летательного аппарата с ним. Возникает компромисс между обеспечением безопасности и повышением топливной эффективности полета ЛА в поле скосов воздушного потока, разрешение которого требует определения пространственного положе-

¹ Airbus y sus socios demuestran que volar en grupo puede ahorrar combustible a las aerolíneas y reducir las emisiones de CO2 [Электронный ресурс] // Airbus. 2021. URL: <https://www.airbus.com/en/newsroom/press-releases/2021-11-airbus-and-its-partners-demonstrate-how-sharing-the-skies-can-save> (дата обращения: 22.07.2025).

² Airbus and its partners demonstrate how sharing the skies can save airlines fuel and reduce CO2 emissions [Электронный ресурс] // Airbus. 2021. URL:

<https://www.airbus.com/en/newsroom/press-releases/2021-11-airbus-and-its-partners-demonstrate-how-sharing-the-skies-can-save> (дата обращения: 22.07.2025).

ния вихревого следа, индуцирующего этот скол.

Актуальность данной задачи подтверждается растущим числом публикаций, в которых для обнаружения вихревых структур предлагаются алгоритмы, использующие следующие данные: измерения датчиками скола воздушного потока [23–25], показания приемников воздушного давления [26], регистрации возмущений траектории полета при директорном режиме управления [27, 28], измерения поперечных компонентов скорости воздушного потока с помощью лидаров [29] и пассивных оптических измерителей [30].

Автоматическое обнаружение вихревых структур может быть реализовано посредством поиска минимума целевой функции (ЦФ), характеризующей отличия между модельным и измеренным набором векторов скола воздушного потока, с помощью методов оптимизации. Построение математических моделей основывается на обобщении экспериментальных данных и наборов допущений, что в сочетании с неизбежными погрешностями измерений приводит к отличиям между расчетными и реальными течениями. Вследствие этого задача идентификации вихревых образований сводится не к точному совпадению модельных и натуральных данных, а к нахождению такой конфигурации параметров модели, при которой достигается наилучшее согласование. Для использования в бортовых системах особенно интересны привлекаемые своим быстрым действием градиентные методы оптимизации. Например,

$$d(\vec{W}_{\text{изм}}, \vec{W}_{\text{мод}}) = \frac{\sqrt{(v_{\text{изм}} - v_{\text{мод}})^2 + (w_{\text{изм}} - w_{\text{мод}})^2}}{\|\vec{W}_{\text{изм}}\| + \|\vec{W}_{\text{мод}}\|}, \theta(\vec{W}_{\text{изм}}, \vec{W}_{\text{мод}}) = 0,5 \left(1 - \frac{v_{\text{изм}} w_{\text{мод}} + v_{\text{мод}} w_{\text{изм}}}{\|\vec{W}_{\text{изм}}\| \cdot \|\vec{W}_{\text{мод}}\|}\right),$$

$$f(\vec{W}_{\text{изм}}, \vec{W}_{\text{мод}}) = \sum_1^n (c_i d(\vec{W}_{\text{изм}_i}, \vec{W}_{\text{мод}_i}) + C_i \theta(\vec{W}_{\text{изм}_i}, \vec{W}_{\text{мод}_i})), \quad (1)$$

где c_i, C_i – весовые коэффициенты.

Целевая функция (1) не определена в точках измерений и требует введения ограничений в них, а модель точечного вихря не учитывает изменение структуры течения внутри ядер вихрей в составе спутного следа за самолетом. Поэтому предлагается исключить

в [31] приведены результаты численных экспериментов по обнаружению плоской конфигурации точечных вихрей, вихря Рэнкина и диполя Чаплыгина – Ламба модифицированным методом градиентного спуска Нестерова. В качестве модельного используется набор из нескольких точечных вихрей. Разработанный автором [31] алгоритм продемонстрировал эффективную сходимость в областях, где линии тока тестового и модельного случая топологически эквивалентны.

В настоящей статье изложена постановка задачи автоматического обнаружения вихревых структур по измерениям компонентов скорости воздушного потока, позволяющая использовать градиентные методы оптимизации для вычисления положения вихревого следа за крылатым летательным аппаратом. Целью исследования является оценка работоспособности полученного алгоритма в условиях валидационного тестового случая, основанного на эксперименте в аэродинамической трубе (АДТ) [32].

Методы и методология исследования

В качестве целевой функции $f(\vec{W}_{\text{изм}}, \vec{W}_{\text{мод}})$ в работе [31] предложена взвешенная сумма нормированных разностей длин векторов $d(\vec{W}_{\text{изм}}, \vec{W}_{\text{мод}})$, а также направлений $\theta(\vec{W}_{\text{изм}}, \vec{W}_{\text{мод}})$ измеренного и модельного сколов воздушного потока

составляющую направлений $\theta(\vec{W}_{\text{изм}}, \vec{W}_{\text{мод}})$ из критерия оптимизации, а в качестве модельного течения использовать модификацию вихря Рэнкина (рис. 1):

$$f(\vec{W}_{\text{изм}}, \vec{W}_{\text{мод}}) = \frac{\sum_1^n d(\vec{W}_{\text{изм}_i}, \vec{W}_{\text{мод}_i})}{n}, \quad (2)$$

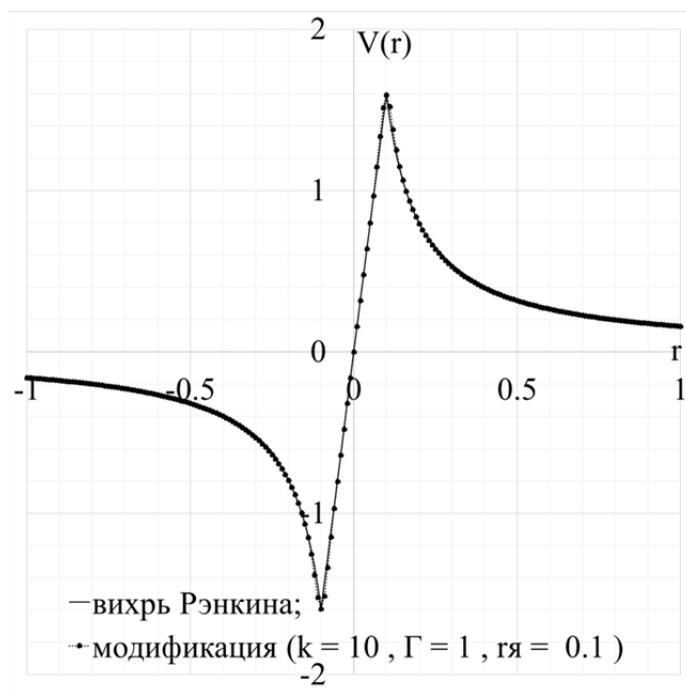


Рис. 1. Вихрь Рэнкина и предлагаемая модификация
Fig. 1. Rankine vortex and the proposed modification

$$W_{\text{мод}} = \begin{cases} r = \sqrt{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}, \\ k_{r_{\text{я}}} = \frac{1}{1 + e^{k^2(r - r_{\text{я}})}}, \\ k_r = \frac{1}{1 + e^{k^2(r_{\text{я}} - r)}}, \\ r_{\text{мод}} = k_r r + k_{r_{\text{я}}} r_{\text{я}}, \\ v = \frac{\Gamma (z - z_0)}{2\pi r_{\text{мод}}^2}, \\ w = -\frac{\Gamma (y - y_0)}{2\pi r_{\text{мод}}^2}, \end{cases} \quad (3)$$

где n – число измерений; $r_{\text{я}}$ – радиус ядра вихря; $k = 10 \dots 13$ – коэффициент резкости перехода между режимами течения внутри и снаружи ядра. Функции $k_{r_{\text{я}}}$ и k_r сглаживают переход между режимами течения в вихре. Такие функции применяются, например, для описания сложного поведения аэродинамических характеристик (АДХ) в [33, 34]. Полученная модель (3) позволяет сильно приблизиться к вихрю Рэнкина, а значит, учесть особенности изменения структуры течения вблизи ядра, но при этом дифференцируема в месте перехода.

В рамках работы предлагается ряд практических соображений, сужающих простран-

ство поиска. Рассматривается обнаружение стационарного по времени вихревого следа за самолетом с известными массогабаритными показателями в режиме полета, близком к прямолинейному установившемуся горизонтальному. Сформированный вихревой след в таком случае представляет собой пару вихрей противоположного вращения (рис. 2). Абсолютная величина циркуляции каждого из них оценивается по формуле Жуковского, а направление вращения вихрей задается согласно механизму создания подъемной силы – по часовой стрелке для вихря за левой консолью крыла и против часовой за правой. Радиус ядер вихрей в качестве упрощения предполагается известным.

Для исключения локальных минимумов (периодичности) целевой функции угол между горизонталью и прямой, проходящей через центры вихрей (γ_v), и расстояние между ними (l_v) предлагается ограничить. Полет самолета на максимальную дальность происходит с небольшими углами крена. Поэтому логично считать, что γ_v и l_v не могут существенно изменяться в результате внешних воздействий, что позволяет еще сильнее су-

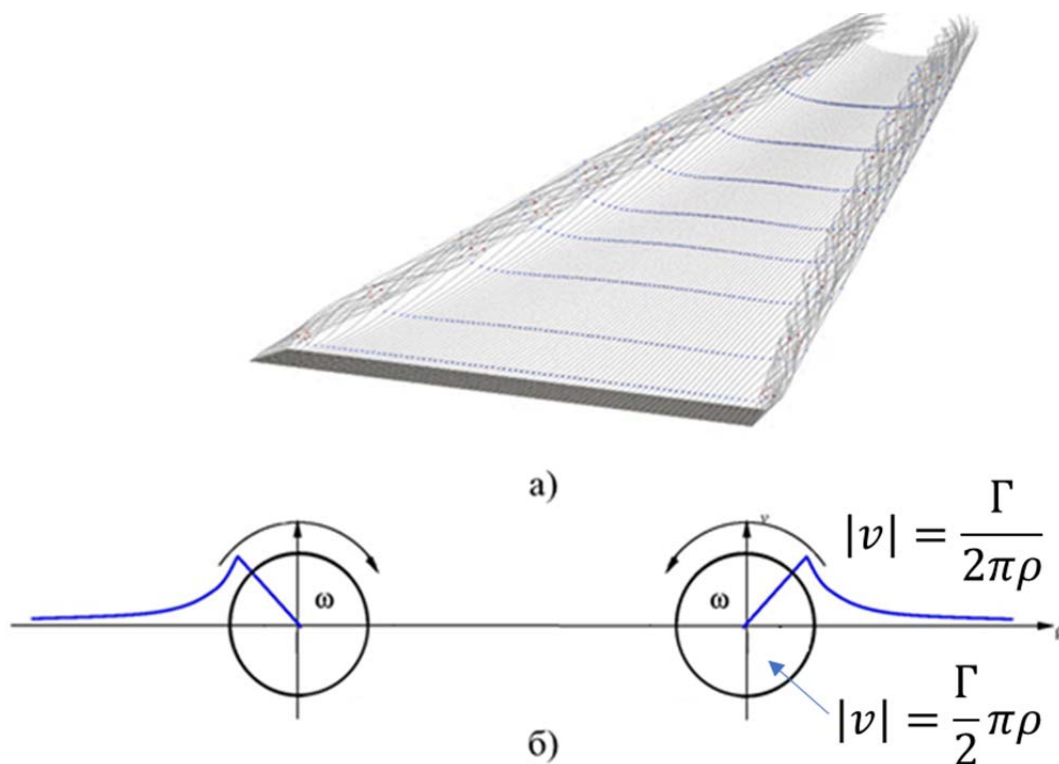


Рис. 2. Вихревой след: а – за крылом; б – модельный случай
Fig. 2. Vortex wake: а – behind a wing; б – model

зять пространство поиска и ускорить процесс вычисления.

Математическая формулировка задачи:

$$\min f(X),$$

где $X = [y_{1a}, z_{1a}, y_{2a}, z_{2a}]$ – искомые координаты центров вихрей в скоростной системе координат самолета-генератора (1 – левый, 2 – правый).

Поле ограничений:

$$\begin{cases} l_v^{\min} \leq \sqrt{(y_{1a} - y_{2a})^2 + (z_1 - z_2)^2} \leq l_v^{\max}; \\ \tan(\gamma_v^{\min}) \leq \frac{(y_{2a} - y_{1a})}{(z_{2a} - z_{1a})} \leq \tan(\gamma_v^{\max}). \end{cases} \quad (4)$$

Модельный снос воздушного потока:

$$\vec{W}_{\text{мод}}(X) = \vec{W}_{\text{мод}}^1(y_{1a}, z_{1a}) + \vec{W}_{\text{мод}}^2(y_{2a}, z_{2a}). \quad (5)$$

Целевая функция:

$$f(X) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sqrt{(v_{\text{изм}i} - v_{\text{мод}i}(X))^2 + (w_{\text{изм}i} - w_{\text{мод}i}(X))^2}}{\|\vec{W}_{\text{изм}i}(X)\| + \|\vec{W}_{\text{мод}i}(X)\|} \right). \quad (6)$$

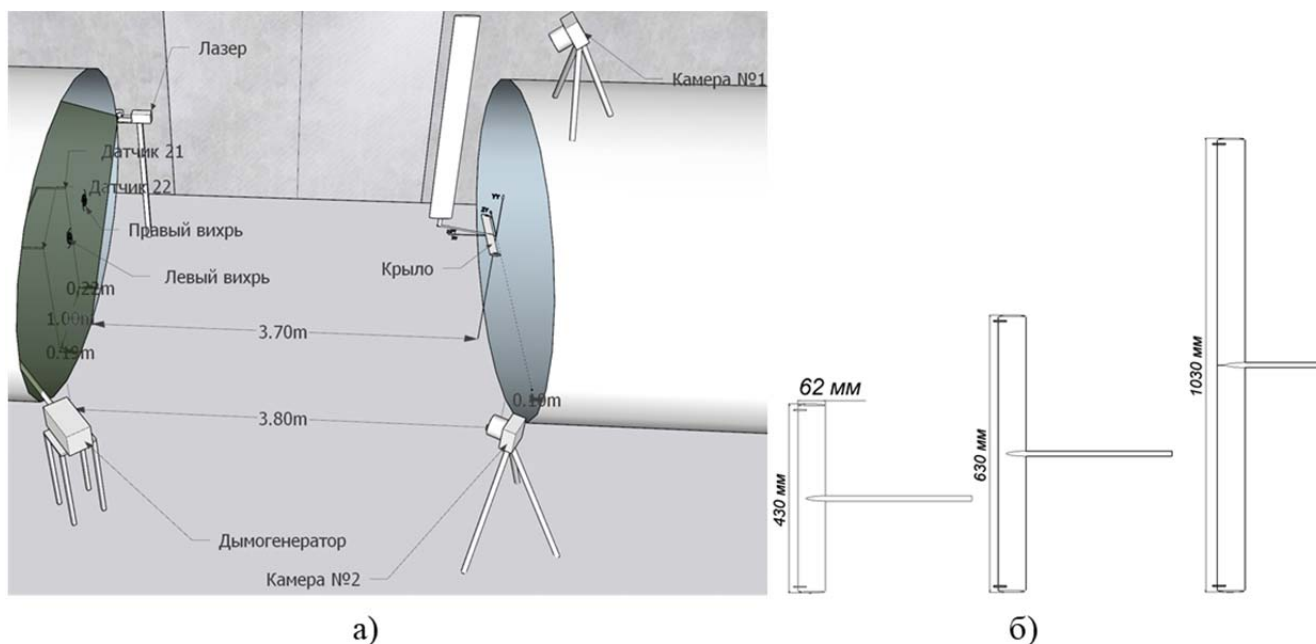


Рис. 3. Общая схема экспериментальной установки (а) и генераторы вихревого следа (б)
Fig. 3. General schematic of the experimental setup (a) and vortex wake generators (б)

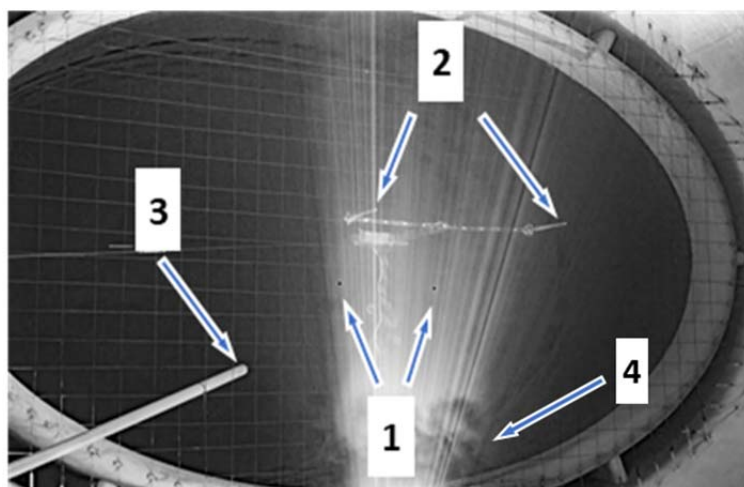


Рис. 4. Визуализация сечения вихревого следа за моделью в эксперименте: 1 – ядра вихрей; 2 – датчики скоса потока; 3 – магистраль подачи дыма; 4 – турбулентность на границе ядра потока
Fig. 4. Visualization of the vortex wake cross-section behind the model in the experiment: 1 – vortex cores; 2 – airflow skew sensors; 3 – smoke supply line; 4 – turbulence at the flow core boundary

Для исследований работоспособности алгоритмов использовался тестовый случай, основанный на результатах экспериментальных исследований в аэродинамической трубе Т-103 ЦАГИ [32] (рис. 3). Он представляет собой базу данных по вихревым структурам, возникающим за прямыми крыльями с симметричным профилем «В» ЦАГИ (хорда $b = 0,063$ м) [35], имеющими размах $L_z = 0,43; 0,63; 1,03$ м

(удлинения $\lambda = 6,9; 10,2; 16,6$) [36], на расстояниях $x/l = 3,57 \dots 9,06$ при скорости воздушного потока $V = 30$ м/с (число Рейнольдса, вычисленное по хорде крыла, составляет $Re_b = 1,26 \cdot 10^5$) на угле атаки $\alpha = 10^\circ$. Эта база данных содержит координаты ядер вихрей, полученные методом видеограмметрии (рис. 4), и значения компонент скорости, измеренные датчиками скоса воздушного потока.

Таблица 1
Table 1

АДХ моделей
Aerodynamic characteristics of the models

$L_z, \text{ м}$	$V_\infty, \text{ м/с}$	$c_{y_\alpha}(\alpha = 10^\circ)$	$\Gamma, \text{ м}^2/\text{с}$
0,43	30	0,7696	0,7157
0,63	30	0,8444	0,7852
1,03	30	0,9213	0,8568

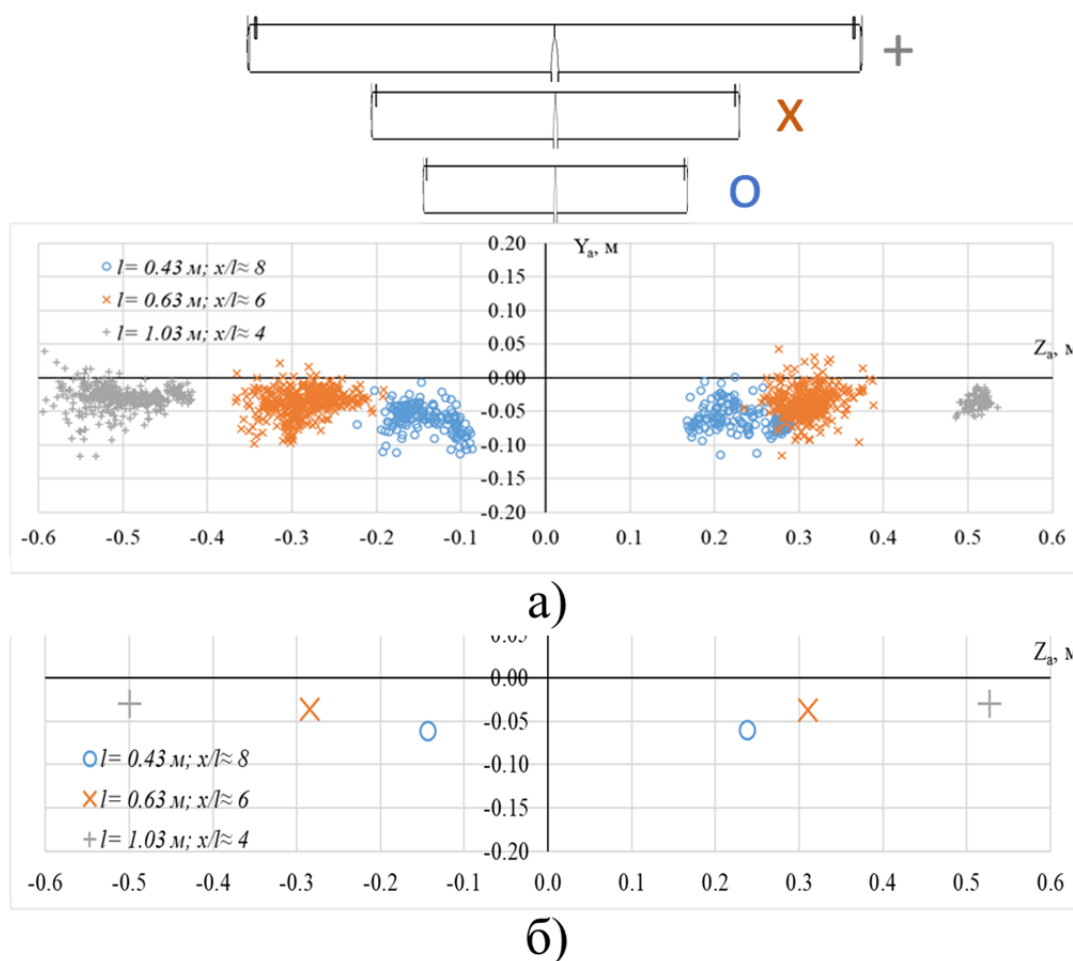


Рис. 5. Центры вихрей в скоростной системе координат модели: а – множество, обнаруженное с помощью видеogramметрии; б – средние значения положений
Fig. 5. Vortex centers in the model's velocity coordinate system: а – a set, detected using videogrammetry; б – average position values

Скос воздушного потока в рассматриваемом тестовом случае регистрировался при каждом дискретном положении модели парой неподвижных датчиков. Спутный след, наблюдаемый в эксперименте, представлял со-

бой конфигурацию из пары вихрей противоположного вращения, характерную для дальнего вихревого следа за крылом ЛА.

Циркуляция Γ оценивалась по формуле Жуковского на основании расчета АДХ (табл. 1)

в программе XFLR5³ методом VLM с учетом опыта [36]:

$$\Gamma = \frac{c_{y_a}(\alpha)V_{\infty}b}{2}. \quad (7)$$

Для решения поставленной задачи поиска вихревого следа использовался численный метод оптимизации SLSQP (Sequential Least Squares Programming), реализованный в библиотеке SciPy [37]. Его подробное описание дано в работе Крафта [38], которая является одной из наиболее распространенных реализаций алгоритмов последовательного квадратичного программирования (SQP) для решения задач нелинейной оптимизации с ограничениями [39]. Метод использует информацию о градиенте целевой функции и ограничений для построения локальных аппроксимаций. На каждой итерации исходная задача заменяется вспомогательной квадратичной подзадачей, где целевая функция аппроксимируется квадратичной моделью, а ограничения – линейными приближениями. Решение этой подзадачи определяет направление поиска, после чего осуществляется корректировка шага с учетом ограничений. Алгоритм поддерживает линейные и нелинейные ограничения в формате равенств и неравенств, а также простые границы на переменные, что делает его универсальным инструментом для решения поставленной задачи.

Результаты исследования

Первым этапом целевая функция (6) исследовалась с помощью следующих преобразований:

$$\begin{cases} y_{1a} = y_{2a} + l_v \sin(\gamma_v), \\ z_{1a} = z_{2a} - l_v \cos(\gamma_v). \end{cases} \quad (8)$$

Сначала анализировались комбинации l_v, γ_v , полученные из экспериментальных данных. В таком случае исследуемое пространство является двумерным и легко поддается

графическому анализу. Пример распределения целевой функции показан на рис. 6. Наличие шума исходных данных приводит к появлению нескольких экстремумов целевой функции. Одним из источников такого шума является фоновая турбулентность аэродинамической трубы. В частности, в эксперименте [32] обнаружено, что вихревые структуры, образующиеся в слое смещения потока (рис. 4), вызывают увеличение амплитуды осцилляций центров вихрей при приближении к границе ядра потока АДТ (рис. 7). Исследование показало, что достаточно исключить из исходных данных величины скоса воздушного потока $|\vec{W}_{\text{изм}}| > 0,4$ м/с. При фильтрации выше этого уровня значительного изменения характера целевой функции не происходит, в то же время отбрасывание части полезных исходных данных приводит к снижению точности поиска центров вихрей.

Для отфильтрованных данных в рассматриваемом двумерном случае положение минимума центра вихря единственное и хорошо согласуется с центром вихря, определенным экспериментально. Это наблюдается во всех 13 проведенных экспериментах.

На следующем этапе с использованием прямого расчета получен минимум целевой функции в поле координат правого вихря (y_{2a}, z_{2a}) при различных фиксированных значениях l_v, γ_v . Эти данные приведены на рис. 8. Их анализ также подтверждает единственность минимума целевой функции, а значения l_v, γ_v , соответствующие $\min f(X)$, близки к величинам, полученным методом видеограмметрии. На рис. 9 показаны результаты обнаружения вихревого следа методом SLSQP. Величины l_v, γ_v в подписях над графиками также являются результатами поиска и вычислены из X. Длина линий, обозначающих экспериментальные позиции центров вихрей, соответствует диапазону в три среднеквадратичных отклонения в рамках одного эксперимента. Видно, что вихрь, расположенный ближе к облаку измерений, находится наиболее точно. Более высокий уровень скоса воздушного потока, индуцированного этим вихрем, снижает влияние шума, улучшая качество поиска.

³ XFLR5. Analysis of foils and wings operating at low Reynolds numbers. Guidelines for QFLR5 v0.03, 2009. 58 p.

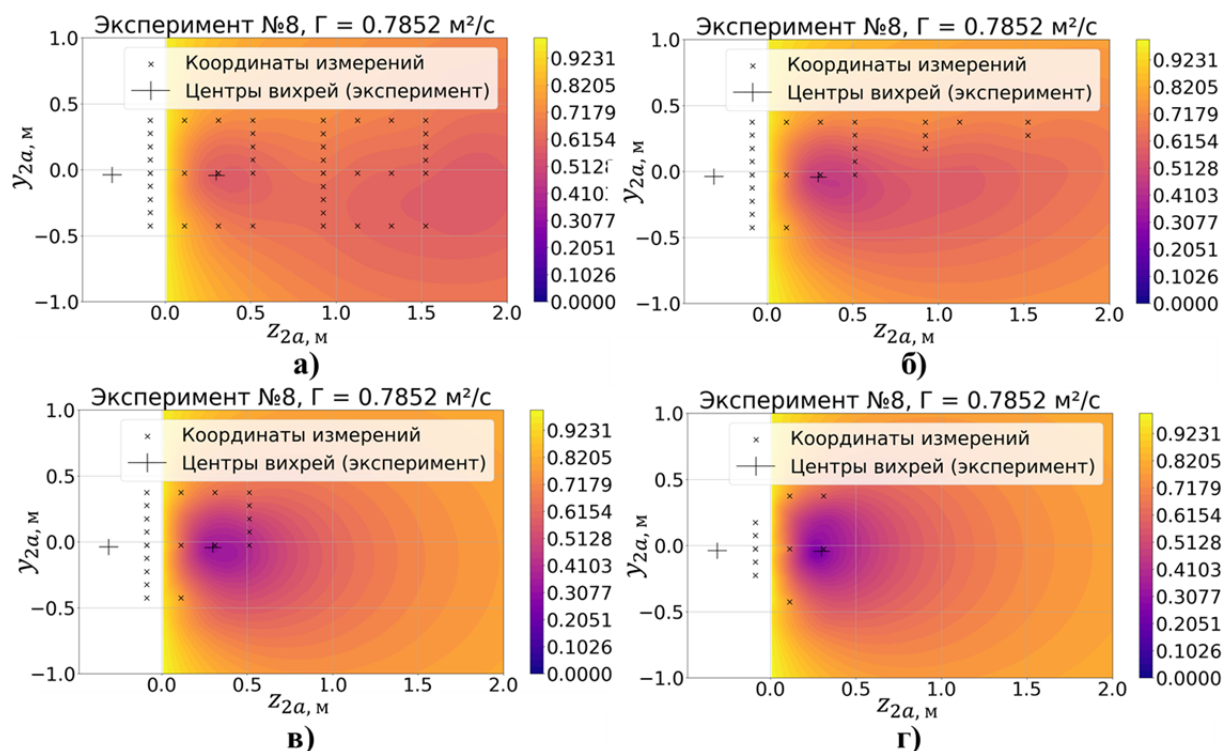


Рис. 6. Целевая функция при следующих уровнях фильтрации исходных данных: *a* – без фильтрации; *б* – $|\vec{W}_{изм}| > 0,2$ м/с; *в* – $|\vec{W}_{изм}| > 0,4$ м/с; *г* – $|\vec{W}_{изм}| > 0,5$ м/с
Fig. 6. Objective function at the following levels of raw data filtration: *a* – unfiltered; *б* – $|\vec{W}_{changed}| > 0.2$ m/s; *в* – $|\vec{W}_{changed}| > 0.4$ m/s; *г* – $|\vec{W}_{changed}| > 0.5$ m/s

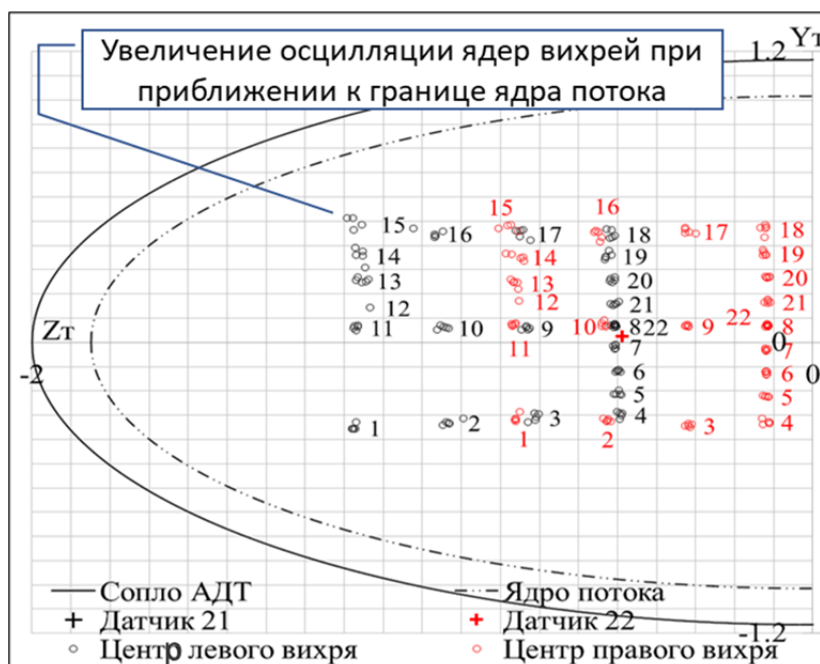


Рис. 7. Положения центров вихрей в связанной с АДТ системе координат, определенные с помощью видеogramметрии
Fig. 7. Positions of the vortex centers in the wind tunnel coordinate system, determined using videogrammetry

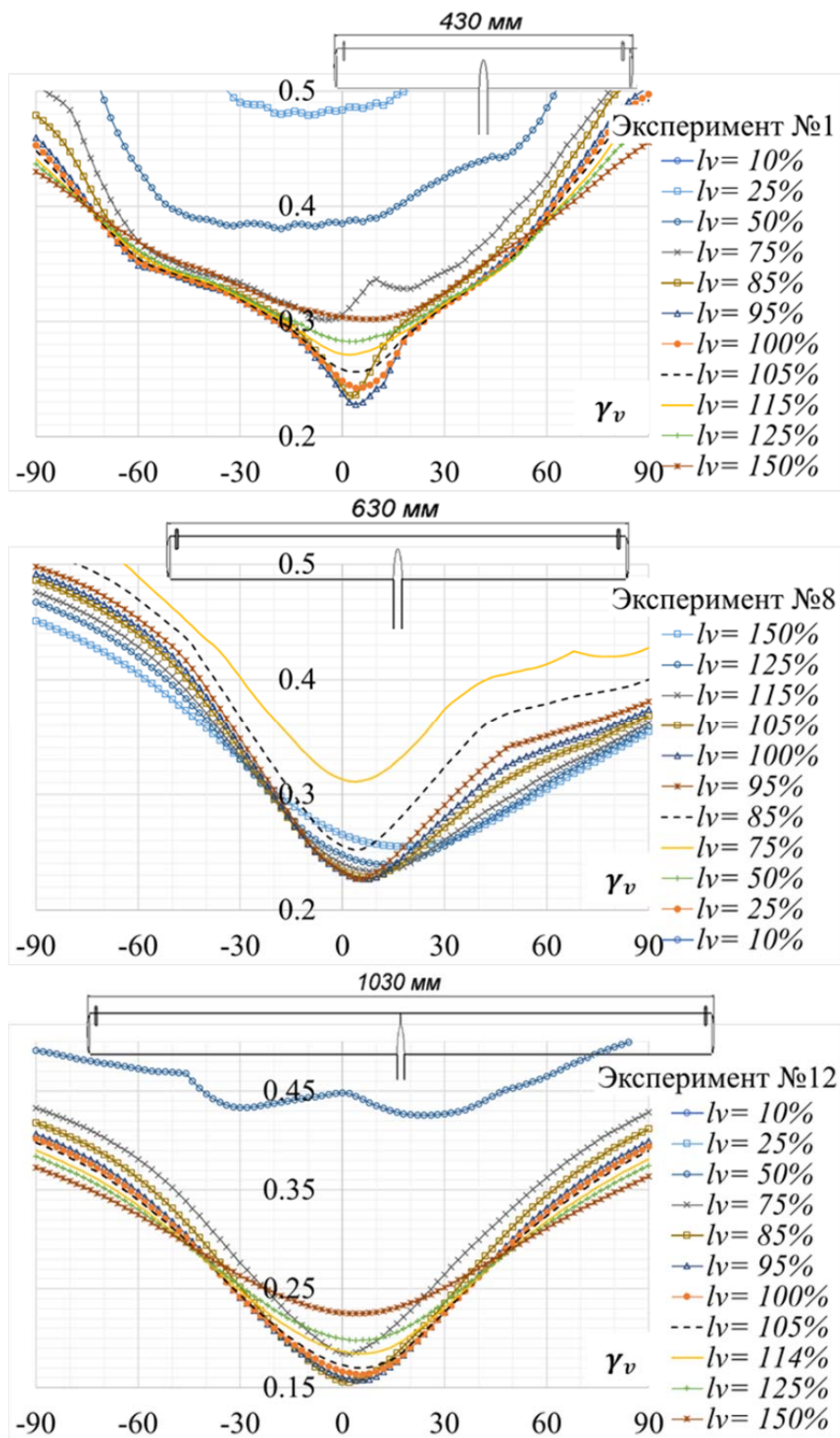


Рис. 8. Зависимости минимума $\min f(y_{2a}, z_{2a})$ от l_v и γ_v для различных крыльев
Fig. 8. Dependence of the minimum $\min f(y_{2a}, z_{2a})$ on l_v и γ_v for different wings

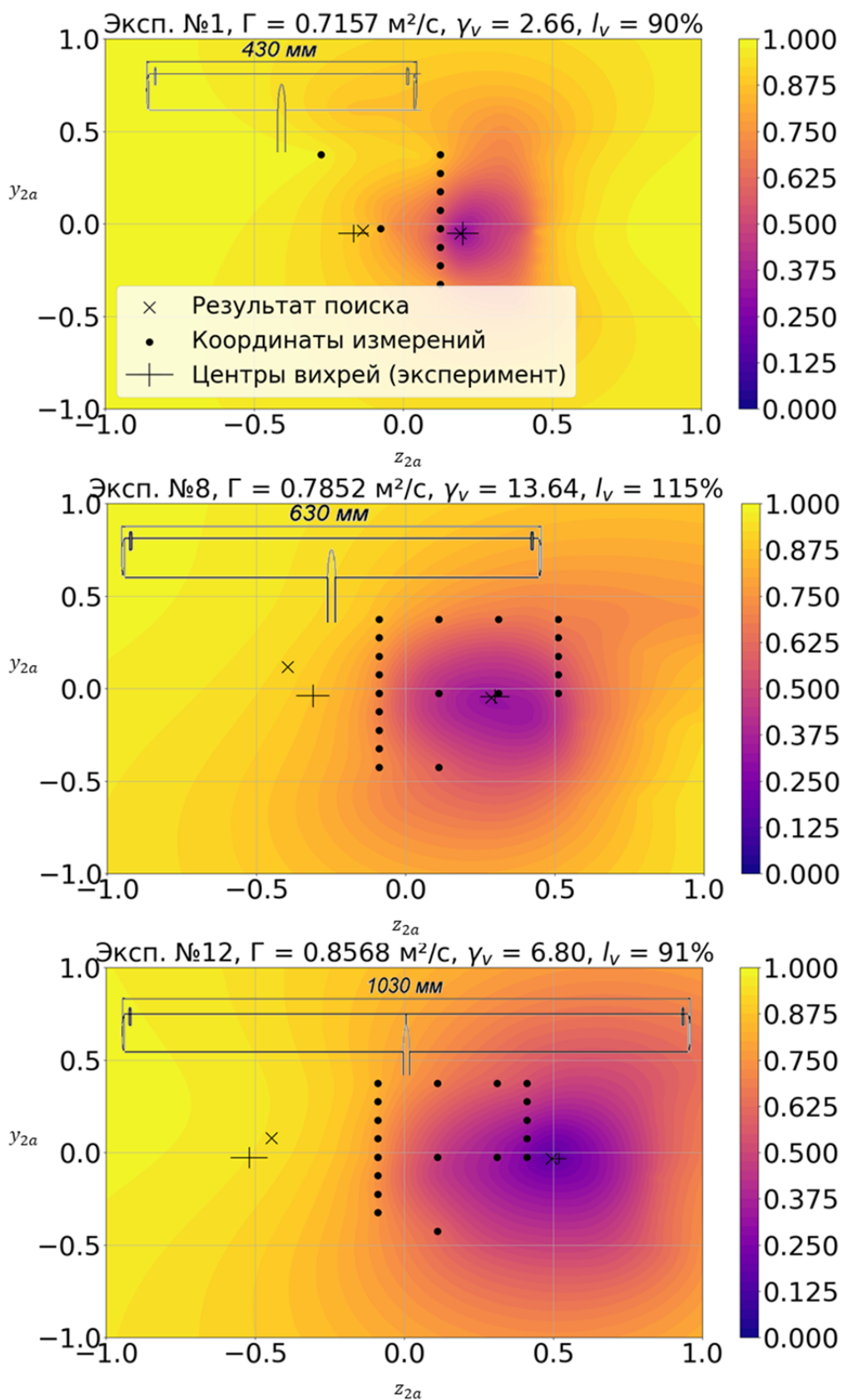


Рис. 9. Результаты обнаружения вихревого следа за крыльями и визуализация целевой функции
Fig. 9. Results of vortex wake detection behind the wings and visualization of the objective function

Заключение

В работе задача автоматического обнаружения вихревого следа за крылатым летательным аппаратом сведена к поиску пространственного положения модели вихревого кластера, соответствующего минимальному расхождению между индуцированным им (кластером) полем векторов скоса воздушного потока и измеренным датчиками экспериментально. Применение оптимизации позволило формализовать этот процесс и обеспечило устойчивое выявление положений центров вихрей в условиях шумов и неполноты исходной информации. В результате адаптации условий задачи для использования градиентных методов были сформулированы следующие ключевые положения: модификация модели вихря Рэнкина, поля ограничений и постобработка измерений для снижения влияния шума. Гладкость и унимодальность полученной целевой функции подтверждены экспериментально.

Решение данной задачи позволило обнаружить вихревой след за моделями крыльев достаточно малой площади ($S = 0,027 \dots 0,064 \text{ м}^2$) в условиях турбулентности АДТ с точностью, сопоставимой с экспериментальным разбросом во всех тестовых случаях. Быстродействие разработанного алгоритма позволяет оценивать положение вихревого следа в реальном времени, а его работоспособность в сложных условиях эксперимента косвенно говорит о высоком потенциале при переходе к натуре. Существенно большие величины скосов воздушного потока, характерные для вихревых следов самолетов, выполняющих транспортные задачи, по всей видимости, будут обнаруживаться на значительно больших расстояниях, особенно в условиях спокойной атмосферы.

Разработанный алгоритм пригоден для экспериментальной аэродинамики в целом, так как позволяет в реальном времени по небольшому количеству измерений скосов воздушного потока с достаточно высокой точностью спрогнозировать положение устойчивой по времени вихревой структуры.

Автор выражает благодарность В.В. Вышинскому, А.В. Головневу, И.Г. Головневу, С.М. Данилову, В.А. Песецкому, коллективам под руководством Н.П. Ильяшенко, С.И. Иншакова и В.П. Кулеша за ценные советы и поддержку данного исследования.

Список литературы

1. **Gopalarathnam A.** Aerodynamic benefit of aircraft formation flight // Encyclopedia of Aerospace Engineering, 2010. Pp. 1–8. DOI: 10.1002/9780470686652.eae023
2. **Chichka D.F., Speyer J.L.** Peak-seeking control for drag reduction in formation flight // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2006. Vol. 29, no. 5. Pp. 1221–1230. DOI: 10.2514/1.15424
3. **Meng X.** Drag reduction analysis in close-formation flight / X. Meng, M. Chang, J. Bai, M. Li [Электронный ресурс] // Proceedings of 32nd Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS). Shanghai, China, 2021. 17 p. URL: https://www.icas.org/icas_archive/ICAS2020/data/papers/ICAS2020_0714_paper.pdf (дата обращения: 22.07.2025).
4. **Beaumont F.** Aerodynamics of flight formations in birds: a quest for energy efficiency / F. Beaumont, S. Murer, F. Bogard, G. Polidori [Электронный ресурс] // Birds. 2025. Vol. 6, iss. 2. ID: 15. DOI: 10.3390/birds6020015 (дата обращения: 22.07.2025).
5. **Beaumont F.** The Aerodynamic Mechanisms of the Formation Flight of Migratory Birds: A Narrative Review / F. Beaumont, S. Murer, F. Bogard, G. Polidori [Электронный ресурс] // Applied sciences. 2024. Vol. 14, iss. 13. ID: 5402. DOI: /10.3390/app14135402 (дата обращения: 22.07.2025).
6. **Вышинский В.В., Зоан К.Т.** Моделирование когерентных структур в атмосфере и оценка их воздействия на самолет [Электронный ресурс] // Инженерный журнал: наука и инновации. 2021. № 6 (114). 18 с. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-6-2085 (дата обращения: 22.07.2025).

7. **Гиневский А.С., Желанников А.И.** Вихревые следы самолетов. М.: Физматлит, 2008. 172 с.

8. **Гайфуллин А.М., Свириденко Ю.Н.** Вихревой след за пассажирским самолетом // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Механика жидкости и газа. 2011. № 4 (3). С. 697–699.

9. **Blake W., Multhopp D.** Design, performance and modeling considerations for close formation flight // American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998. Pp. 476–486. DOI: 10.2514/6.1998-4343

10. **Antczak A., Sibilski K.** Optimization of aircraft position in the formation flight for the drag reduction // Journal of KONES Powertrain and Transport. 2018. Vol. 25, no. 3. Pp. 39–50. DOI: 10.5604/01.3001.0012.4312

11. **Hummel D.** The use of aircraft wakes to achieve power reductions in formation flight // Conference proceedings 584. Trondheim, Norway: AGARD, 1996. Pp. 380–393.

12. **Wagner M.G.** Flight test results of close formation flight for fuel savings / E. Wagner, D. Jacques, W. Blake, M. Pachter [Электронный ресурс] // AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, 2002. 11 p. DOI: 10.2514/6.2002-4490 (дата обращения: 22.07.2025).

13. **Vachon M.J.** F/A-18 aircraft performance benefits measured during the autonomous formation flight project / M.J. Vachon, R. Ray, K. Walsh, K. Ennix [Электронный ресурс] // AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, 2002. 26 p. DOI: 10.2514/6.2002-4491 (дата обращения: 22.07.2025).

14. **Pahle J.** An initial flight investigation of formation flight for drag reduction on the C-17 aircraft / J. Pahle, D. Berger, M. Ventti, C. Duggan, J. Faber, K. Cardinal [Электронный ресурс] // AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, 2012. ID: 4802. 13 p. DOI: 10.2514/6.2012-4802 (дата обращения: 22.07.2025).

15. **Hanson C.** Experimental measurements of fuel savings during aircraft wake surfing / C. Hanson, J. Pahle, J. Reynolds, S. Andrade, N. Brown [Электронный ресурс] // Atmospheric Flight Mechanics Conference, 2018. ID: 3560.

DOI: 10.2514/6.2018-3560 (дата обращения: 22.07.2025).

16. **Ransquin I.** Wake vortex detection and tracking for aircraft formation flight / I. Ransquin, D.-G. Caprace, M. Duponcheel, P. Chate-lain // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2021. Vol. 12, no. 44. Pp. 2225–2243.

17. **Анимица О.В.** Моделирование на пилотажном стенде дозаправки самолета в полете / О.В. Анимица, А.М. Гайфуллин, А.А. Рыжов, Ю.Н. Свириденко // Труды МФТИ. 2015. Т. 7, № 1. С. 3–15.

18. **Гайфуллин А.М. и др.** Моделирование пролета самолета через вихревой след // Прикладная механика и техническая физика. 2019. Т. 60, № 2. С. 148–157. DOI: 10.15372/PMTF20190212

19. **Михайлов Ю.С.** Моделирование воздействия вихревого следа на модель самолета в аэродинамической трубе // Научный вестник МГТУ ГА. 2012. № 175. С. 62–69.

20. **Хаустов А.А.** Динамика крена воздушного судна в спутном следе // Научный вестник МГТУ ГА. 2009. № 150. С. 11–18.

21. **Желанников А.И.** Исследование влияния вихревого следа за самолетом А380 на воздушные суда класса МС-21 // Научный вестник МГТУ ГА. 2021. Т. 24, № 1. С. 23–31. DOI: 10.26467/2079-0619-2021-24-1-23-31

22. **Воеводин А.В., Вышинский В.В., Судаков Г.Г.** База данных по вихревым следам за пассажирскими самолетами // Техника воздушного флота. 2005. Т. 79, № 5 (676). С. 1–7.

23. **Вышинский В.В.** Бортовая система обнаружения попадания летательного аппарата в вихревой след и выработки сигнала на уклонение / В.В. Вышинский, Ю.Н. Свириденко, И.Г. Головнев, К.В. Лапшин // Труды ГосНИИАС. Вопросы авионики. 2019. № 1 (41). С. 35–49.

24. **Вышинский В.В., Силкин А.А., Ткаченко В.В.** Датчики скоса потока в системе управления летательного аппарата, обеспечивающей его движение вдоль когерентных вихревых структур // Ученые записки ЦАГИ. 2021. Т. 52, № 5. С. 68–76.

25. **Кривошапов А.А.** Обнаружение вихревого следа за прямым крылом с помощью

датчиков скоса потока // Материалы XXXV научно-технической конференции по аэродинамике в пос. Володарского. МО, 27–28 февраля 2025 г. пос. Володарского: ФАУ ЦАГИ, 2025. С. 65–66.

26. Головнев И.Г. Принципы построения бортовой системы раннего предупреждения пилота о вхождении в вихревой след от другого воздушного судна / И.Г. Головнев, В.В. Вышинский, А.И. Желанников, К.В. Лапшин // Научный вестник МГТУ ГА. 2018. Т. 21, № 4. С. 84–95. DOI: 10.26467/2079-0619-2018-21-4-84-95

27. Грязин В.Е. Повышение безопасности полета в условиях турбулентности спутного следа путем автоматизации режима директорного захода на посадку // Ученые записки ЦАГИ. 2000. Т. 31, № 1–2. С. 163–173.

28. Gryazin V.Ye., Poyedinok V.M. Algorithms of vortex wake direction and flight-director control for executing wake-avoidance maneuvers-investigation of vortex wake evaluation and flight safety problems // Trudy TsAGI. 1997. № 2627. Pp. 121–131.

29. Michel D.T., Dolfi-Bouteyre A., Goullard D. и др. Onboard wake vortex localization with a coherent 1.5 μm Doppler LIDAR for aircraft in formation flight configuration // Optics Express. 2020. Vol. 28, no. 10. Pp. 14374–14385. DOI: 10.1364/OE.377049

30. Афанасьев А.Л., Банах В.А., Маркасов Д.А. Мониторинг ветровой обстановки и индикация спутных следов в районе взлетно-посадочной полосы аэропорта пассивным оптическим методом // Оптика атмосферы и океана. 2019. Т. 32, № 5. С. 365–370. DOI: 10.15372/AOO20190504

31. Говорухин В.Н. Алгоритм идентификации вихрей по векторам скорости течения на основе простейшей математической модели вихревой динамики // Компьютерные исследования и моделирование. 2023. Т. 15, № 6. С. 1477–1493. DOI: 10.20537/2076-7633-2023-15-6-1477-1493

32. Вышинский В.В. Тестовый случай для валидации алгоритмов поиска когерентных вихревых структур датчиками скоса потока на основе трубного эксперимента / В.В. Вышинский, А.А. Кривошапов, К.А. Ку-

рулюк, В.А. Песецкий // Труды ЦАГИ. 2024. № 2823. С. 3–24.

33. Калашников С.В. К вопросу создания математической модели взаимодействия крыла и близкорасположенного ГО для описания аэродинамических характеристик маневренного самолета // XIX школа-семинар «Аэродинамика летательных аппаратов»: сборник материалов конференции. п. Володарского, Московская обл., 28–29 февраля 2008 г. Жуковский: Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, 2008. С. 69.

34. Калашников С.В. Применение математической модели АДХ для прогнозирования балансировочных характеристик БЛА на основе экспериментальных исследований модели «Амалия» в АДТ Т-102 ЦАГИ / С.В. Калашников, А.А. Кривошапов, А.Л. Митин, Н.В. Николаев, В.А. Песецкий // XXIX научно-техническая конференции по аэродинамике: материалы конференции. д. Богданиха, 01-02 марта 2018 г. Жуковский: Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, 2018. С. 135.

35. Ушаков Б.А. Атлас аэродинамических характеристик профилей крыльев. БНК НКАП при ЦАГИ, 1944. 339 с.

36. Кривошапов А.А., Николаев Н.В. Исследование влияния скорости воздушного потока на собственное аэродинамическое сопротивление ленточной подвески в аэродинамической трубе Т-102 ЦАГИ // Труды МФТИ. 2023. Т. 15, № 3 (59). С. 163–187.

37. Virtanen P., Gommers R., Oliphant T.E. и др. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python // Nature Methods. 2020. No. 17. Pp. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2

38. Kraft D.A. A software package for sequential quadratic programming: technical report DFVLR-FB 88-28. Wiss. Berichtswesen d. DFVLR, 1988. 33 p.

39. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов: пер. с англ. М.: Наука, 1986. 232 с.

References

1. **Gopalarathnam, A.** (2010). Aerodynamic benefit of aircraft formation flight. *In book: Encyclopedia of Aerospace Engineering*, pp. 1–8. DOI: 10.1002/9780470686652.eae023
2. **Chichka, D.F., Speyer, J.L.** (2006). Peak-seeking control for drag reduction in formation flight. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 29, no. 5, pp. 1221–1230. DOI: 10.2514/1.15424
3. **Meng, X., Chang, M., Bai, J., Li, M.** (2021). Drag reduction analysis in close-formation flight. *In: Proceedings of the 32nd Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS)*. Available at: https://www.icas.org/icas_archive/ICAS2020/data/papers/ICAS2020_0714_paper.pdf (accessed: 22.07.2025).
4. **Beaumont, F., Murer, S., Bogard, F., Polidori, G.** (2025). Aerodynamics of flight formations in birds: A quest for energy efficiency. *Birds*, vol. 6, iss 2. ID: 15. DOI: 10.3390/birds6020015 (accessed: 22.07.2025).
5. **Beaumont, F., Murer, S., Bogard, F., Polidori, G.** (2024). The aerodynamic mechanisms of the formation flight of migratory birds: A narrative review. *Applied sciences*, vol. 14, issue 13. ID: 5402. DOI: 10.3390/app14135402 (accessed: 22.07.2025).
6. **Vyshinsky, V.V., Zoan, K.T.** (2021). Modeling coherent structures in the atmosphere and assessing their impact on aircraft. *Engineering Journal: Science and Innovation*, no. 6 (114), 18 p. DOI: 10.18698/2308-6033-2021-6-2085 (accessed: 22.07.2025). (in Russian)
7. **Ginevskiy, A.S., Zhelannikov, A.I.** (2008). Aircraft wake vortices. Moscow: Fizmatlit, 172 p. (in Russian)
8. **Gaifullin, A.M., Sviridenko, Yu.N.** (2011). Vortex wake behind a passenger aircraft. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Mekhanika zhidkostey i gazov*, no. 4 (3), pp. 697–699. (in Russian)
9. **Blake, W., Multhopp, D.** (1998). Design, performance and modeling considerations for close formation flight. *In: American Institute of Aeronautics and Astronautics*, pp. 476–486. DOI: 10.2514/6.1998-4343
10. **Antczak, A., Sibilski, K.** (2018). Optimization of aircraft position in the formation flight for the drag reduction. *Journal of KONES Powertrain and Transport*, vol. 25, no. 3, pp. 39–50. DOI: 10.5604/01.3001.0012.4312
11. **Hummel, D.** (1996). The use of aircraft wakes to achieve power reductions in formation flight. *In: Conference proceedings 584. Trondheim, Norway: AGARD*, pp. 380–393.
12. **Wagner, E., Jacques, D., Blake, W., Pachter, M.** (2002). Flight test results of close formation flight for fuel savings. *In: AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, 11 p. DOI: 10.2514/6.2002-4490 (accessed: 22.07.2025).
13. **Vachon, M.J., Ray, R., Walsh, K., Ennix, K.** (2002). F/A-18 aircraft performance benefits measured during the autonomous formation flight project. *In: AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, 26 p. DOI: 10.2514/6.2002-4491 (accessed: 22.07.2025).
14. **Pahle, J., Berger, D., Venti, M., Duggan, C., Faber, J., Cardinal, K.** (2012). An initial flight investigation of formation flight for drag reduction on the C-17 aircraft. *In: AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, ID: 4802. 13 p. DOI: 10.2514/6.2012-4802 (accessed: 22.07.2025).
15. **Hanson, C., Pahle, J., Reynolds, J., Andrade, S., Brown, N.** (2018). Experimental measurements of fuel savings during aircraft wake surfing. *In: Atmospheric Flight Mechanics Conference*, ID: 3560. DOI: 10.2514/6.2018-3560 (accessed: 22.07.2025).
16. **Ransquin, I., Caprace, D.-G., Duponcheel, M., Chatelain, P.** (2021). Wake vortex detection and tracking for aircraft formation flight. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 44, pp. 2225–2243.
17. **Animitsa, O.V., Gayfullin, A.M., Ryzhov, A.A., Sviridenko, Yu.N.** (2015). Modeling of in-flight refueling on a piloting simulator. *Trudy MFTI*, vol. 7, no. 1, pp. 3–15. (in Russian)
18. **Gaifullin, A.M. et al.** (2019). Modeling of aircraft flight through the wake vortex. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, vol. 60, no. 2, pp. 314–322. DOI: 10.1134/S0021894419020123

19. **Mikhailov, Yu.S.** (2012). Simulation of the vortex wake effect on aircraft model in wind tunnel. *Nauchnyy vestnik MGTU GA*, no. 175, pp. 62–69. (in Russian)
20. **Khaustov, A.A.** (2009). Aircraft roll dynamics in the wake vortex. *Nauchnyy vestnik MGTU GA*, no. 150, pp. 11–18. (in Russian)
21. **Zhelannikov, A.I.** (2021). Research of the A380 aircraft vortex wake impact on MS-21 class aircraft. *Civil Aviation High Technologies*, vol. 24, no. 1, pp. 23–31. DOI: 10.26467/2079-0619-2021-24-1-23-31 (in Russian)
22. **Voyevodin, A.V., Vyshinskiy, V.V., Sudakov, G.G.** (2005). Database of wake vortices behind passenger aircraft. *Tekhnika vozdušnogo flota*, vol. 79, no. 5 (676), pp. 1–7. (in Russian)
23. **Vyshinsky, V.V., Sviridenko, Yu.N., Golovnev, I.G., Lapshin, K.V.** (2019). Airborne wake vortex detection/avoidance system. *Trudy GosNIAS*, no. 1 (41), pp. 35–49. (in Russian)
24. **Vyshinsky, V.V., Silkin, A.A., Tkachenko, V.V.** (2021). Flow angularity sensors in the aircraft control system to go parallel coherent vortex structures. *Uchenye Zapiski TsAGI*, vol. 52, no. 5, pp. 68–76. (in Russian)
25. **Krivoshchapov, A.A.** (2025). Detection of wake vortex behind a straight wing using flow skew sensors. In: *Materialy XXXV nauchno-tekhnicheskoy konferentsii po aerodinamike TsAGI*, pp. 65–66. (in Russian)
26. **Golovnev, I.G., Vyshinsky, V.V., Zhelannikov, A.I., Lapshin, K.V.** (2018) Design concepts of an onboard early warning system of pilot about entering wake vortices from another aircraft. *Civil Aviation High Technologies*, vol. 21, no. 4, pp. 84–95. DOI: 10.26467/2079-0619-2018-21-4-84-95 (in Russian)
27. **Gryazin, V.Ye.** (2000). Improving flight safety in wake turbulence conditions through automation of director approach-to-landing mode. *Uchenye Zapiski TsAGI*, vol. 31, no. 1–2, pp. 163–173. (in Russian)
28. **Gryazin, V.Ye., Poyedinok, V.M.** (1997). Algorithms of vortex wake direction and flight-director control for executing wake-avoidance maneuvers-investigation of vortex wake evaluation and flight safety problems. *Trudy TsAGI*, no. 2627, pp. 121–131.
29. **Michel, D.T., Dolfi-Bouteyre, A., Goullar, D. et al.** (2020). Onboard wake vortex localization with a coherent 1.5 μm Doppler LIDAR for aircraft in formation flight configuration. *Optics Express*, vol. 28, no. 10, pp. 14374–14385. DOI: 10.1364/OE.377049
30. **Afanasiev, A.L., Banakh, V.A., Marakasov, D.A.** (2019). Passive optical monitoring of wind conditions and indication of aircraft wakes near airport runways. *Atmospheric and Oceanic Optics*, vol. 32, no. 5, pp. 506–510. DOI: 10.1134/S1024856019050026
31. **Govorukhin, V.N.** (2023). Algorithm for vortices identification based on flow velocity vectors using the simplest mathematical model of vortex dynamics. *Computer Research and Modeling*, vol. 15, no. 6, pp. 1477–1493. DOI: 10.20537/2076-7633-2023-15-6-1477-1493 (in Russian)
32. **Vyshinskiy, V.V., Krivoshchapov, A.A., Kurulyuk, K.A., Pesetskiy, V.A.** (2024). Test case for validation of coherent vortex structure detection algorithms using flow skew sensors. *Trudy TsAGI*, no. 2823, pp. 3–24. (in Russian)
33. **Kalashnikov, S.V.** (2008). On mathematical modeling of wing–empennage interaction for maneuverable aircraft aerodynamics. In: *XIX shkola-seminar “Aerodinamika letatelnykh apparatov”*: sbornik materialov konferentsii. Zhukovsky: The Central AeroHydrodynamic Institute named after Prof. N.Ye. Zhukovsky, p. 69. (in Russian)
34. **Kalashnikov, S.V., Krivoshchapov, A.A., Mitin, A.L., Nikolaev, N.V., Pesetskiy, V.A.** (2018). Application of aerodynamic mathematical model for predicting UAV balance characteristics based on experiments. In: *XXIX nauchno-tekhnicheskaya konferentsii po aerodinamike*. Zhukovsky: The Central AeroHydrodynamic Institute named after Prof. N.Ye. Zhukovsky, p. 135. (in Russian)
35. **Ushakov, B.A.** (1944). Atlas of aerodynamic characteristics of wing profiles. BNK NKAP pri TSAGI, 339 p. (in Russian)
36. **Krivoshchapov, A.A., Nikolaev, N.V.** (2023). Investigation of the effect of air flow velocity on the aerodynamic drag of the suspension

system in the wind. *Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology*, vol. 15, no. 3 (59), pp. 163–187. (in Russian)

37. Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T.E. et al. (2020). SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*, no. 17, pp. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2

38. Kraft, D.A. (1988). A software package for sequential quadratic programming: technical report DFVLR-FB 88-28. Wiss. Berichtswesen d. DFVLR, 33 p.

39. Lawson, C.L., Hanson, R.J. (1974). Solving least squares problems. New Jersey: Prentice-Hall, 337 p.

Сведения об авторах

Кривошапов Алексей Александрович, научный сотрудник Центрального аэрогидродинамического института имени профессора Н.Е. Жуковского, alex5000.89@mail.ru.

Information about the author

Aleksey A. Krivoschapov, Researcher, Central Aerohydrodynamic Institute, alex5000.89@mail.ru.

Поступила в редакцию	23.09.2025	Received	23.09.2025
Одобрена после рецензирования	01.11.2025	Approved after reviewing	01.11.2025
Принята в печать	26.03.2026	Accepted for publication	26.03.2026