

МАШИНОСТРОЕНИЕ

- 2.5.12 – Аэродинамика и процессы теплообмена летательных аппаратов;
2.5.13 – Проектирование, конструкция и производство летательных аппаратов;
2.5.14 – Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов;
2.5.15 – Тепловые электроракетные двигатели и энергоустановки летательных аппаратов;
2.5.16 – Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

УДК 629.7.01, 539.3

DOI: 10.26467/2079-0619-2026-29-1-84-96

Методики определения жесткостных характеристик лопасти несущего винта вертолета на базе вычислительного эксперимента

М.В. Каргаев^{1,2}, И.С. Солодилов²

¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия

²Национальный центр вертолетостроения им. М.Л. Миля и Н.И. Камова, Томилино, Россия

Аннотация: В связи с широким использованием композиционных материалов в конструкциях лопастей несущего винта (ЛНВ) вертолетов необходимо уделять особое внимание контролю получаемых жесткостных характеристик на всех этапах их разработки и эксплуатации. Известные экспериментальные методы контроля имеют присущие им ограничения и могут быть использованы только на поздних этапах разработки лопастей, а также на этапе их серийного производства. В настоящей работе предлагаются методики определения жесткостных характеристик композитной лопасти по результатам вычислительного эксперимента, выполняемого на базе метода конечных элементов в подмодуле MSC.Laminate Modeler вычислительного комплекса MSC.Patran/Nastran, и численной обработки полученных деформаций модельной лопасти, пригодные для использования также и на этапах проектирования и отработки конструкции ЛНВ. Численная обработка результатов выполняется по соотношениям, полученным в результате перехода от исходных уравнений изгиба и кручения консольно закрепленной балки переменного сечения, моделирующей лопасть, к их дискретной матричной записи. Для чего по длине лопасти выбираются расчетные сечения, количество и расположение которых зависит от особенностей ее конструкции. При этом значения старших производных (кривизны и относительного угла закручивания), входящих в указанные уравнения, вычисляются по формулам, представляющим их разностные аппроксимации. Предложенные методики апробированы на конечно-элементной модели ЛНВ вертолета типа Ми-34. Получены оценки качества совпадения расчетных и экспериментальных жесткостных характеристик.

Ключевые слова: вертолет, лопасть несущего винта, вычислительный эксперимент, конечно-элементная модель, композиционные материалы, жесткость.

Для цитирования: Каргаев М.В., Солодилов И.С. Методики определения жесткостных характеристик лопасти несущего винта вертолета на базе вычислительного эксперимента // Научный вестник МГТУ ГА. 2026. Т. 29, № 1. С. 84–96. DOI: 10.26467/2079-0619-2026-29-1-84-96

Methods for determining the stiffness properties of a helicopter main rotor blade based on computational experiments

M.V. Kargaev^{1,2}, I.S. Solodilov²

¹Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

²National Helicopter Center Mil&Kamov, Tomilino, Russia

Abstract: Due to the widespread use of composite materials in the designs of helicopter main rotor blades (MRB), special attention should be paid to monitoring the obtained stiffness characteristics at all stages of their development and operation. The available

experimental control methods have inherent limitations and can only be used at the late stages of blade development, as well as at the stage of mass production. This paper proposes the methods for determining the stiffness properties of a composite blade based on the results of a computational experiment, performed on the basis of the finite element method (FEM) in the MSC.Laminate Modeler submodule of the MSC.Patran/Nastran computing complex and numerical processing of the obtained deformations of the model blade suitable for use also during the design and development stages of the MRB. Numerical processing of the results is performed according to the ratios obtained as a result of the transition from the initial equations of bending and torsion of a cantilevered beam of variable cross-section, modeling the blade to their discrete matrix notation. For this purpose, the calculated sections are selected based on the blade length, the number and location of which depend on the features of its design. In this case, the values of the higher derivatives (curvature and relative twist angle) included in the specified equations are calculated by formulas representing their difference approximations. The proposed methods have been tested on the FEM MRB of the Mil-34 (NATO reporting name: Hermit) helicopter. The estimates of the quality of the coincidence of the calculated and experimental stiffness properties are obtained.

Key words: helicopter, main rotor blade, computational experiment, finite element model, composite materials, stiffness.

For citation: Kargaev, M.V., Solodilov, I.S. (2026). Methods for determining the stiffness properties of a helicopter main rotor blade based on computational experiments. Civil Aviation High Technologies, vol. 29, no. 1, pp. 84–96. DOI: 10.26467/2079-0619-2026-29-1-84-96

Введение

В конструкциях современных лопастей несущего винта вертолета [1] широко применяются композиционные материалы, благодаря чему удается достигать их больших ресурсов и сроков службы в сравнении с металлическими лопастями. Известно, что для изделий из композиционных материалов необходим особый контроль стабильности массово-жесткостных и прочностных характеристик. В особенности это важно для лопастей, являющихся особо ответственными агрегатами, разрушение которых в полете с большой вероятностью приводит к катастрофе [2]. Контроль за жесткостными характеристиками лопастей, а именно изгибными в плоскостях наименьшей и наибольшей жесткости, а также на кручение, необходимо выполнять на этапах их разработки, производства и эксплуатации.

При проектировании лопастей их жесткостные характеристики используются при [3–5] построении резонансных диаграмм; расчете напряжений и деформаций лопасти и агрегатов несущей системы на земле и в полете, а также при оценке их ресурса; анализе границ отстройки от различных видов неустойчивости типа флаттер, дивергенция и земной резонанс. На этапе серийного производства вертолета важность контроля массово-жесткостных характеристик лопасти главным образом обусловлена их влиянием на уровень нагрузок, действующих на лопасти и агрега-

ты несущей системы на земле и в полете, от величин которых зависит их ресурс.

Экспериментальное определение жесткостных характеристик лопасти не может быть выполнено непосредственными измерениями и традиционно осуществляется с использованием кривизномера и дифференциального угломера [6, 7]. Указанные средства и методики определения жесткостных характеристик лопасти имеют присущие им погрешности [8]. Точность определения жесткостных характеристик значительно зависит от расстояний между опорами кривизномера и дифференциального угломера, величины которых определяют характерный размер участка лопасти, на котором находится его средняя жесткость. Так, на участках лопасти с резко меняющимися характеристиками, например в комлевой части лопасти, погрешности значительны. При этом на точности определения жесткостных характеристик могут сказываться и небольшие деформации рассматриваемого участка лопасти, полученные в результате нагружения при относительно малом значении прикладываемой нагрузки, ограничиваемой соображениями прочности конструкции.

Указанные недостатки натуральных испытаний могут быть частично нивелированы при имитации процедуры нагружения лопасти в численном эксперименте. Обзор и анализ применяемых методов численного определения жесткостных характеристик авиацион-

ных конструкций приведен в работе [9]. Представляется перспективным подход определения жесткостных характеристик, сочетающий использование метода конечных элементов (МКЭ) [10–12] и искусственных нейронных сетей [13–15].

В настоящей работе предлагаются методики определения жесткостных характеристик композитной лопасти по результатам вычислительного эксперимента, выполняемого на базе МКЭ в подмодуле MSC.Laminate Modeler вычислительного комплекса MSC.Patran/Nastran [16], и численной обработки полученных деформаций модельной лопасти. Численная обработка результатов выполняется по соотношениям, полученным в результате перехода от исходных уравнений изгиба и кручения консольно закрепленной балки переменного сечения, моделирующих лопасть, к их дискретной матричной

записи. С такой целью по длине лопасти выбираются расчетные сечения, количество и расположение которых зависит от особенностей ее конструкции. При этом значения старших производных (кривизны и относительного угла закручивания), входящих в указанные уравнения, вычисляются по формулам, представляющим их разностные аппроксимации [17].

Выражения для определения жесткостных характеристик лопасти

Будем моделировать ЛНВ в виде балки переменного сечения. Тогда дифференциальные уравнения изгиба лопасти в плоскостях наименьшей и наибольшей жесткости имеют вид соответственно [9, 18]

$$EI_x \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} = -P_y(z_l - z); \quad EI_y \frac{x''}{(1+x'^2)^{3/2}} = -P_x(z_l - z). \quad (1)$$

Здесь EI_x – жесткостная характеристика лопасти в плоскости наименьшей жесткости; EI_y – жесткостная характеристика лопасти в плоскости наибольшей жесткости; P_y – сосредоточенная на конце лопасти перерезывающая сила, действующая в плоскости наименьшей жесткости; P_x – сосредоточенная на конце лопасти перерезывающая сила, действующая в плоскости наибольшей жестко-

сти; y – перемещения сечений лопасти в плоскости наименьшей жесткости; x – перемещения сечений лопасти в плоскости наибольшей жесткости; z – продольная координата лопасти; z_l – продольная координата конечного сечения лопасти.

Граничные условия для уравнений (1), моделирующих лопасть консольно жестко закрепленную в комле, имеют вид

$$\begin{aligned} y_{z=0} = 0 \text{ и } y'_{z=0} = 0; \quad (EI_x y'')_{z=z_l} = 0 \text{ и } (EI_x y'')'_{z=z_l} = 0; \\ x_{z=0} = 0 \text{ и } x'_{z=0} = 0; \quad (EI_y x'')_{z=z_l} = 0 \text{ и } (EI_y x'')'_{z=z_l} = 0. \end{aligned}$$

В (1) введем обозначения для кривизн лопасти в плоскостях наименьшей и наибольшей жесткости соответственно:

$$k_y = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}; \quad k_x = \frac{x''}{(1+x'^2)^{3/2}}. \quad (2)$$

Тогда с учетом (2) уравнения (1) примут вид

$$EI_x k_y = -P_y(z_l - z); \quad EI_y k_x = -P_x(z_l - z). \quad (3)$$

Представим уравнения (3) в матричном виде [9], для чего разобьем лопасть на n расчетных сечений, равномерно (с равным шагом друг от друга) расположенных по длине лопасти, после чего получим

$$[EI_x]\{k_y\} = \{P_y^z\}; [EI_y]\{k_x\} = \{P_x^z\}. \quad (4)$$

В уравнениях (4) обозначено: $[EI_x]$ и $[EI_y]$ – диагональные матрицы значений $EI_{x,i}$ и $EI_{y,i}$ в расчетных сечениях $i = 1, \dots, n$; $\{k_y\}$ и $\{k_x\}$ – столбцы кривизн (2) в расчетных сечениях $i = 1, \dots, n$; $\{P_y^z\}$ и $\{P_x^z\}$ – столбцы изгибающих моментов со значениями $-P_y(z_l - z_i)$ и $-P_x(z_l - z_i)$ в расчетных сечениях $i = 1, \dots, n$.

Решив прямую задачу для уравнений (4), получим

$$\{k_y\} = [EI_x]^{-1}\{P_y^z\}; \{k_x\} = [EI_y]^{-1}\{P_x^z\}. \quad (5)$$

Для определения значений элементов диагональных матриц (4) по известным из численного эксперимента координатам лопасти под

$$k_{y,i} = \frac{(y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}))}{(z_{i+1} - z_i)^2} \cdot \left[1 + \frac{(y_{i+1} - y_{i-1})^2}{4(z_{i+1} - z_i)^2} \right]^{-3/2}; \quad k_{x,i} = \frac{(x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}))}{(z_{i+1} - z_i)^2} \cdot \left[1 + \frac{(x_{i+1} - x_{i-1})^2}{4(z_{i+1} - z_i)^2} \right]^{-3/2}. \quad (8)$$

В выражениях (8) перемещения в расчетных сечениях определяются из разностей координат контрольных точек, расположенных вдоль оси лопасти, в нагруженном и ненагруженном состояниях (в индексах обозначено «н» и «бн» соответственно): $y_i = y_i^n - y_i^{bn}$, $x_i = x_i^n - x_i^{bn}$, $z_i = z_i^n$, $i = 1..n$.

Дифференциальное уравнение закручивания моделируемой лопасти имеет вид [9, 19]

$$(GI_{кр}\varphi')' = \mu. \quad (9)$$

действием сосредоточенных сил P_y и P_x , выполним замену левых частей уравнений (4) эквивалентными произведениями [9], а именно:

$$[EI_x]\{k_y\} = [k_y]\{EI_x\}; [EI_y]\{k_x\} = [k_x]\{EI_y\}. \quad (6)$$

В уравнениях (6) обозначено: $\{EI_x\}$ и $\{EI_y\}$ – столбцы значений $EI_{x,i}$ и $EI_{y,i}$ в расчетных сечениях $i = 1, \dots, n$; $[k_y]$ и $[k_x]$ – диагональные матрицы значений кривизн (2) в расчетных сечениях $i = 1, \dots, n$.

Тогда аналогично выражениям (5), учитывая (6), получим

$$\{EI_x\} = [k_y]^{-1}\{P_y^z\}; \{EI_y\} = [k_x]^{-1}\{P_x^z\}. \quad (7)$$

Элементы обратных матриц $[k_y]^{-1}$ и $[k_x]^{-1}$ имеют значения $1/k_{y,i}$ и $1/k_{x,i}$ ($i = 1, \dots, n$) соответственно. При этом значения $k_{y,i}$ и $k_{x,i}$ удобно вычислять, заменив кривизны (2) их центральными разностными аппроксимациями [17]:

Здесь $GI_{кр}$ – жесткостная характеристика лопасти на кручение; φ – угол закручивания сечений лопасти; μ – погонный крутящий момент.

Граничные условия для уравнения (9), моделирующего лопасть, консольно жестко закрепленную в комле, имеют вид

$$\varphi_{z=0} = 0 \text{ и } (GI_{кр}\varphi')_{z=z_l} = M_{кр},$$

где $M_{кр}$ – сосредоточенный крутящий момент на конце лопасти.

Проинтегрируем уравнение (9) по длине лопасти с учетом граничных условий (11), тогда получим

$$GI_{кр} \varphi' = M_{кр}. \quad (10)$$

Представим уравнение (10) в матричном виде так же, как и в случае с уравнениями изгиба, разбив лопасть на n расчетных сечений, после чего получим

$$[GI_{кр}] \{\varphi'\} = M_{кр} \{e\},$$

где $[GI_{кр}]$ – диагональная матрица значений $GI_{кр,i}$ в расчетных сечениях $i = 1, \dots, n$; $\{\varphi'\}$ – столбец относительных углов закручивания сечений лопасти; $\{e\}$ – столбец единиц размерности n .

Аналогично равенствам (6), представив относительные углы закручивания в виде диагональной матрицы, а жесткости на кручение в виде вектора-столбца, получим

$$[\varphi'] \{GI_{кр}\} = M_{кр} \{e\}.$$

Тогда вектор искомым жесткостных характеристик на кручение определяется выражением

$$\{GI_{кр}\} = M_{кр} [\varphi']^{-1} \{e\}. \quad (11)$$

Элементы обратной матрицы $[\varphi']^{-1}$ имеют значения $1/\varphi'_i$, $i = 1, \dots, n$. При этом значения φ'_i предлагается вычислять, заменив φ' центральной разностной аппроксимацией [17]:

$$\varphi'_i = \frac{(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})}{2 \cdot (z_{i+1} - z_i)}. \quad (12)$$

Значения φ_i удобно вычислять, используя выражение для скалярного произведения, записанного для векторов образованных координатами точек «нуля» и «конца» хорд сечений лопасти (в индексах обозначено « nx » и

« kx » соответственно) в ненагруженном $\{a_i\} = \{a_{x,i}, a_{y,i}\} = \{x_i^{nx} - x_i^{kx}, y_i^{nx} - y_i^{kx}\}$ и нагруженном $\{b_i\} = \{b_{x,i}, b_{y,i}\} = \{x_i^{nx} - x_i^{kx}, y_i^{nx} - y_i^{kx}\}$ крутящим моментом состояниях, полагая $z_i = z_i^{nx} = z_i^{kx}$, $i = 1..n$:

$$\varphi_i = \arccos \left(\frac{a_{x,i} b_{x,i} + a_{y,i} b_{y,i}}{\sqrt{a_{x,i}^2 + b_{x,i}^2} \cdot \sqrt{a_{y,i}^2 + b_{y,i}^2}} \right). \quad (13)$$

Описание КЭМ лопасти

Для выполнения вычислительных экспериментов была разработана крупномасштабная конечно-элементная модель (КЭМ) композитной ЛНВ вертолета типа Ми-34 в подмодуле MSC.Laminate Modeler вычислительного комплекса MSC.Patran/Nastran с послойным моделированием пакетов композиционных элементов конструкции, включая задание их механических характеристик, с обеспечением подобия по геометрическим и массово-инерционным характеристикам. Подмодуль MSC.Laminate Modeler позволяет имитировать выкладку слоев на поверхностях разной кривизны, используя при этом различные алгоритмы локального и глобального перераспределения.

Схема построения моделей LM-пакетов из композиционных материалов представлена на рис. 1 и состоит из следующих этапов создания:

- модели однородных, преимущественно ортотропных материалов;
- LM-материалов, содержащих ссылки на созданный однородный материал, толщину слоя, алгоритм локальной драпировки и предельную деформацию сдвига в процессе драпировки;
- LM-слоев, содержащих ссылки на выбранные LM-материалы и направление выкладки;
- LM-пакетов, содержащих информацию о последовательностях укладки LM-слоев.

КЭМ ЛНВ построена с применением следующих типов конечных элементов: четы-

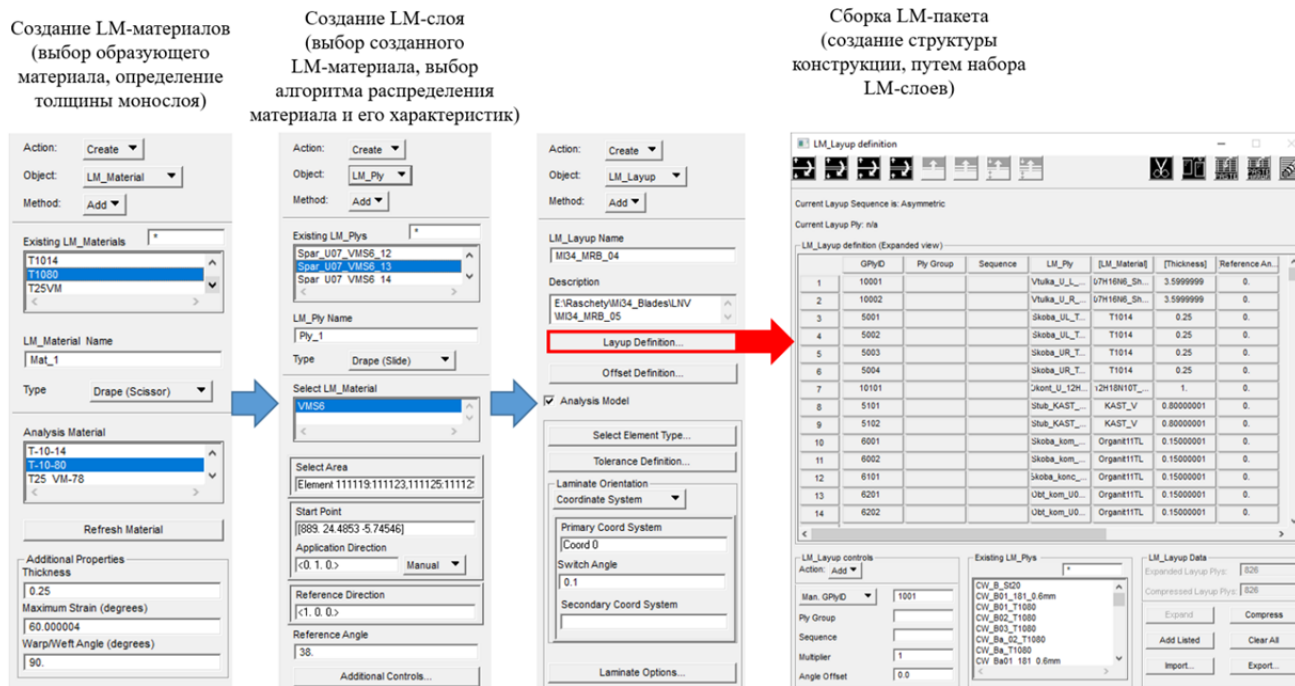


Рис. 1. Схема построения моделей LM-пакетов из композиционных материалов
Fig. 1. The scheme of building LM-packages models from composite materials

рехузовых прямоугольных (Quad) и трехузовых (Tri) элементов типа Shell для тонкостенных конструктивных элементов (лонжерон, обшивки, нервюры, оковки и др.); восьмиузловых элементов-параллелепипедов (Hex), шестиузловых (Wed) и четырехузловых элементов-тетраэдров (Tet) типа Solid для трехмерных конструктивных элементов (панопластовый наполнитель, кронштейн, противофлаттерный груз); одноузловых точечных элементов типа Point для задания масс балансировочных грузов. При этом для учета обводов теоретической поверхности лопасти при разработке КЭМ толщины пакетов Shell-элементов откладывались внутрь относительно элементов сетки. В комлевой части пакеты лонжерона лопасти по верхней и нижней поверхностям сформированы из 75 монослоев (с учетом пакетов усиления), задняя стенка лонжерона включает 9 монослоев. Далее по мере удаления от комлевой части количество монослоев в пакетах изменяется в соответствии с рис. 2 и на конце лопасти составляет 5 монослоев.

Система координат, применяемая при моделировании, выбрана следующим образом:

начало координат O расположено на верхней поверхности комлевой части лопасти между проушинами; ось Z направлена вдоль оси лопасти; ось Y направлена вверх; ось X образует правую тройку векторов с Y и Z . Распределение толщин по длине КЭМ ЛНВ и применяемая система координат представлены на рис. 2.

Методики выполнения вычислительных экспериментов

Перед началом вычислительных экспериментов по определению жесткостных характеристик ЛНВ определяется положение линии ее центров жесткости, например по методике [7]. Под центром жесткости сечения понимается точка, при приложении к которой поперечной силы не происходит поворота этого сечения относительно оси жесткости. В общем случае линия жесткости может состоять из нескольких участков прямых линий с одним или несколькими изломами.

Для определения жесткостной характеристики лопасти на кручение по результатам

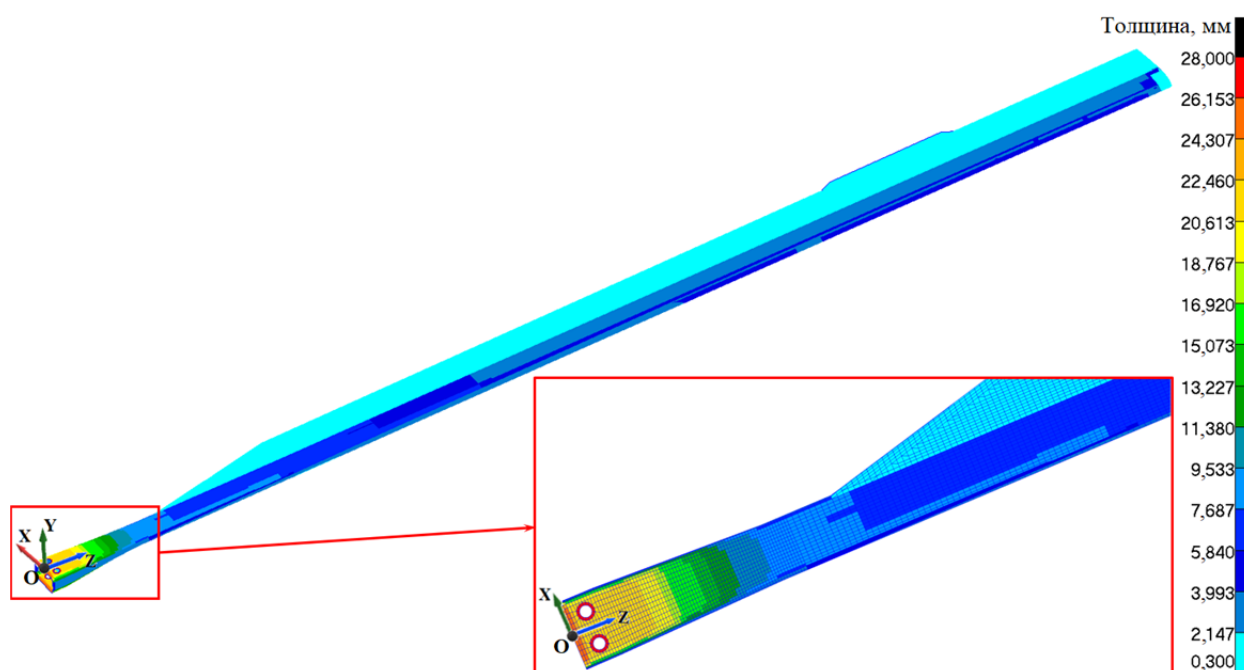


Рис. 2. Распределение толщин по длине КЭМ ЛНВ с выбранной системой координат
Fig. 2. Distribution of thicknesses along the length of the FEM MRB with the selected frame of references

вычислительного эксперимента, выполняемого на базе МКЭ, предлагается следующая последовательность операций.

1. Модель ЛНВ фиксируется через стыковочные проушины, расположенные в комле лопасти, – условия закрепления соответствуют жесткой заделке.

2. Выбираются контрольные точки на модели ЛНВ и определяются их координаты $\{x_i^{hx}, y_i^{hx}, z_i^{hx}\}$ и $\{x_i^{kx}, y_i^{kx}, z_i^{kx}\}$ («нуль» и «конец» хорд сечений) в ненагруженном состоянии лопасти, $i = 1, \dots, n$.

3. К модели ЛНВ в концевом сечении со стороны законцовки прикладывается пара сил, создающая крутящий момент относительно оси жесткости в направлении часовой стрелки при виде на лопасть от комля к законцовке. Собственная масса лопасти не учитывается.

4. Определяются координаты контрольных точек ЛНВ под действием нагрузки пункта 3.

5. Определяются дискретные значения жесткостной характеристики ЛНВ по формулам (11–13).

Для определения изгибных жесткостных характеристик ЛНВ в плоскостях наимень-

шей и наибольшей жесткости по результатам вычислительного эксперимента, выполняемого на базе МКЭ, предлагается приведенная последовательность операций.

1. Модель ЛНВ фиксируется через стыковочные проушины, расположенные в комле лопасти, – условия закрепления соответствуют жесткой заделке.

2. Выбираются контрольные точки на модели ЛНВ, расположенные вдоль оси лопасти, и определяются их координаты $\{x_i^{\delta n}, y_i^{\delta n}\}$ в ненагруженном состоянии лопасти, $i = 1, \dots, n$.

3. К модели ЛНВ в концевом сечении со стороны законцовки прикладывается перерезывающая сила в плоскости наименьшей/наибольшей жесткости. Собственная масса лопасти не учитывается.

4. Определяются координаты контрольных точек ЛНВ $\{x_i^h, y_i^h, z_i^h\}$ под действием нагрузки пункта 3.

5. Определяются дискретные значения жесткостных характеристик ЛНВ по формулам (8)–(9).

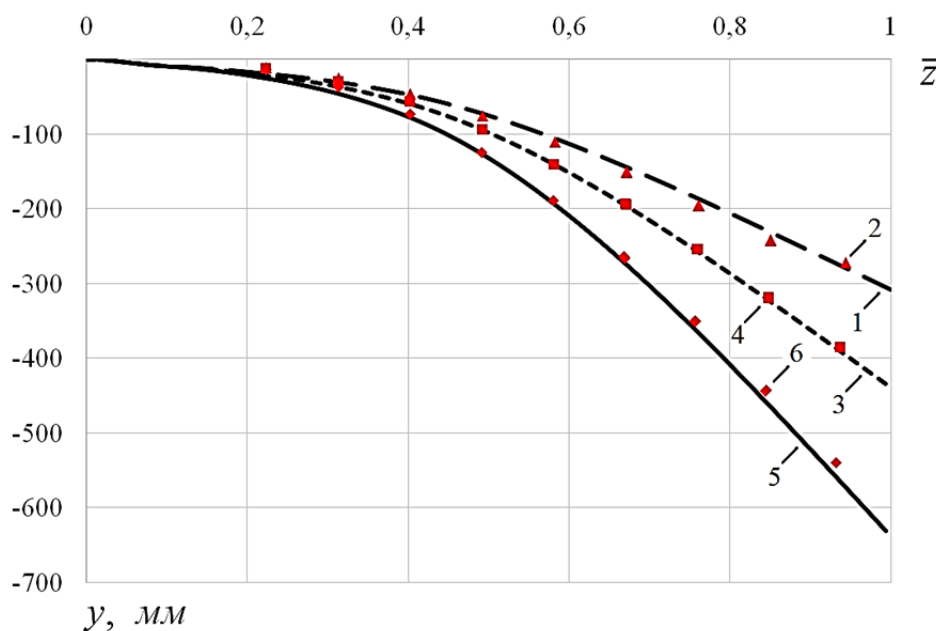


Рис. 3. Перемещения лопасти в плоскости наименьшей жесткости: 1, 3, 5 – расчет; 2, 4, 6 – эксперимент
Fig. 3. Blade deflections in the plane of least stiffness: 1, 3, 5 – estimated; 2, 4, 6 – experimental

Таблица 1
Table 1

Оценки качества совпадения расчетных и экспериментальных перемещений лопасти
Quality estimates of the match between the calculated and experimental deflection of the blade

Обозначения кривых на рисунке 2	Нагружение в плоскости наименьшей жесткости ЛНВ	SSE	RMSE	R-square
1, 2	Собственная масса	0,000716	0,007726	0,991255
2, 4	Собственная масса + 2 кг в концевом сечении ЛНВ	0,000222	0,004304	0,998654
5, 6	Собственная масса + 5 кг в концевом сечении ЛНВ	0,001447	0,010980	0,995833

Результаты вычислительных экспериментов

Перед проведением вычислительных экспериментов по определению жесткостных характеристик ЛНВ вертолета типа Ми-34 выполнялась валидация КЭМ путем сравнения расчетных и экспериментальных перемещений лопасти в плоскости наименьшей жесткости под действием распределенной массы лопасти и сосредоточенной силы, действующей в соответствующей плоскости и приложенной в концевом сечении лопасти.

Расчетные и экспериментальные распределения перемещений ЛНВ по длине лопасти (в относительных величинах \bar{z}) приведены на рис. 3 (обозначения кривых в соответствии с табл. 1). Оценки качества совпадения расчетных и экспериментальных перемещений, выраженные значениями критериев качества подгонки [20] SSE, RMSE, R-square, приведены в табл. 1.

Из анализа полученных (табл. 1) значений критериев SSE, RMSE, R-square для сравниваемых перемещений ЛНВ следует хорошее совпадение их расчетных и экспериментальных значений. Что в свою очередь свидетель-

Таблица 2
Table 2

Оценки качества совпадения расчетных и экспериментальных жесткостных характеристик
Quality estimates of the match between calculated and experimental stiffness properties

Жесткостная характеристика	SSE	RMSE	R-square
EI_x	$1,627684 \cdot 10^{-9}$	0,000013	0,731083
EI_y	$1,804455 \cdot 10^{-7}$	0,000134	0,717295
$GI_{кр}$	$2,050299 \cdot 10^{-9}$	0,000016	0,728205

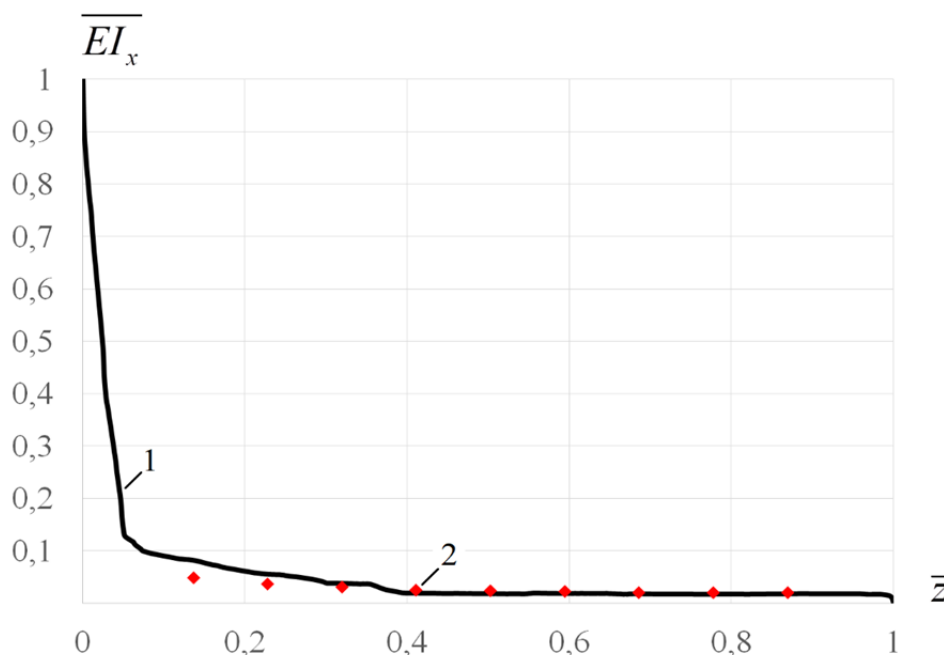


Рис. 4. Нормированные жесткостные характеристики лопасти в плоскости наименьшей жесткости:
1 – расчет; 2 – эксперимент

Fig. 4. The normalized stiffness properties of the blade in the plane of least stiffness:
1 – estimated; 2 – experimental

ствует о достаточном подобии КЭМ натурной ЛНВ.

Распределения нормированных (по максимальным величинам) изгибных ($\overline{EI_x}$ и $\overline{EI_y}$) и крутильных $\overline{GI_{кр}}$ жесткостных характеристик по длине лопасти (в относительных величинах \bar{z}), полученных в эксперименте и рассчитанных по предлагаемым в настоящей статье методикам, представлены на рис. 4–6. Оценки качества совпадения расчетных и экспериментальных жесткостных характеристик, выраженные значениями кри-

териев качества подгонки [20] SSE, RMSE, R-square, приведены в табл. 2.

Из анализа полученных (табл. 2) значений критериев SSE, RMSE, R-square для сравниваемых жесткостных характеристик ЛНВ следует удовлетворительное совпадение их расчетных и экспериментальных значений. Это в совокупности главным образом обусловлено тем, что:

1) КЭМ ЛНВ не полностью соответствует натурной ЛНВ. А также условия закрепления и приложения нагрузки для КЭМ ЛНВ не идентичны таковым, имевшим место для натурной ЛНВ;

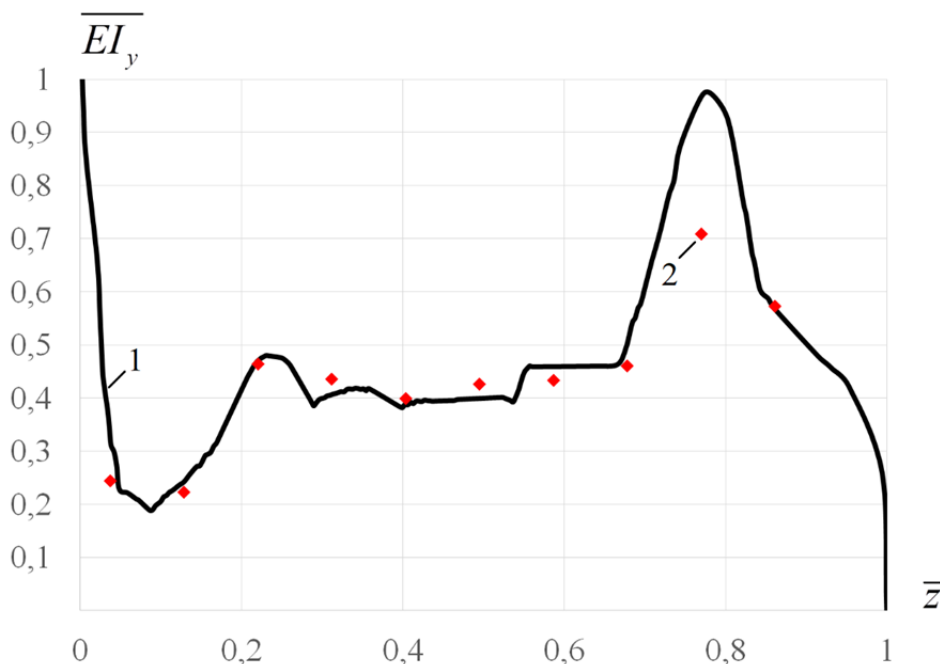


Рис. 5. Нормированные жесткостные характеристики лопасти в плоскости наибольшей жесткости:
1 – расчет; 2 – эксперимент
Fig. 5. The normalized stiffness characteristics of the blade in the plane of maximum stiffness:
1 – estimated; 2 – experimental

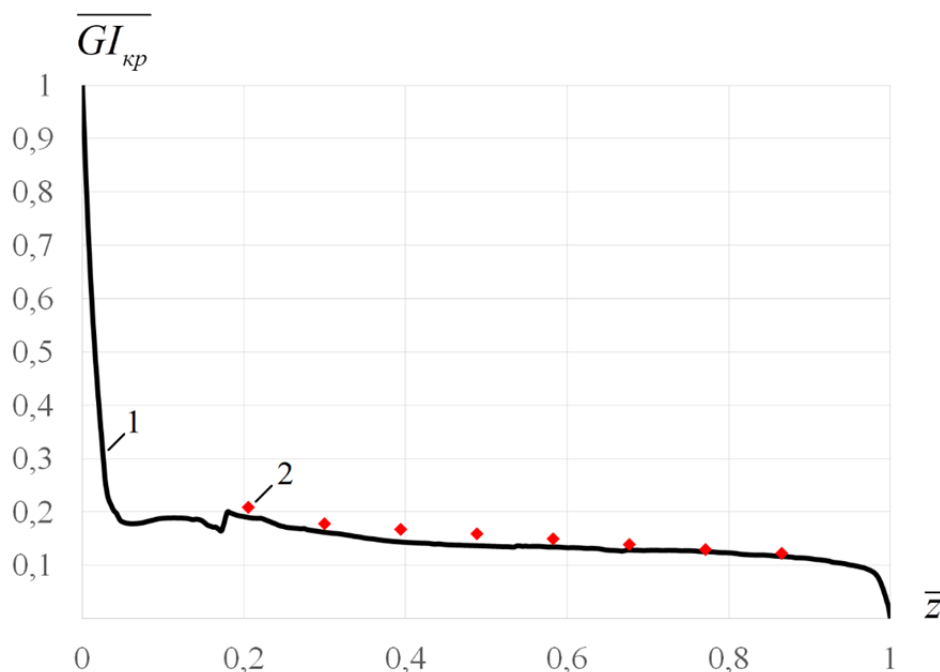


Рис. 6. Нормированные жесткостные характеристики лопасти на кручение:
1 – расчет; 2 – эксперимент
Fig. 6. The normalized torsional stiffness characteristics of the blade:
1 – estimated; 2 – experimental

2) кривизномер и дифференциальный угломер определяют средние значения соответствующих жесткостных характеристик на

контролируемом участке ЛНВ, равном расстоянию между их крайними опорами. В рассматриваемых экспериментах это расстояние

составляло 400 мм, а при расчете шаг разбиения не превышал 10 мм. Результат такого осреднения заметно проявляется на участках лопасти с резко изменяющимися жесткостными характеристиками, например на участке \bar{z} от 0,7 до 0,9 на рис. 5;

3) рассмотренные натурные ЛНВ вертолета типа Ми-34 имеют производственный допуск на разброс жесткостных характеристик в контрольных сечениях до 7 %. Поэтому принятые для валидации экспериментально полученные жесткостные характеристики могут отличаться от таковых, полученных для других натуральных лопастей в указанном диапазоне. То есть статистически возможно экспериментально получить жесткостные характеристики ЛНВ, имеющие лучшее совпадение с полученными расчетными значениями.

Заключение

В результате апробации на КЭМ ЛНВ вертолета типа Ми-34 предложенных методик определения жесткостных характеристик по результатам вычислительного эксперимента, выполняемого на базе МКЭ в подмодуле MSC.Laminate Modeler вычислительного комплекса MSC.Patran/Nastran, и численной обработки полученных деформаций, получены удовлетворительные оценки качества совпадения расчетных и экспериментальных жесткостных характеристик. Предложенные методики могут быть рекомендованы для использования на этапах проектирования и обработки конструкции ЛНВ.

Список литературы

1. **Бохоева Л.А., Пнев А.Г.** Выбор и обоснование оптимальной технологии изготовления лопасти вертолета из композиционных материалов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2011. № 5. С. 37–42.
2. **Арепьев А.Н., Громов М.С., Шапкин В.С.** Вопросы эксплуатационной живучести авиаконструкций. М.: Воздушный транспорт, 2002. 424 с.

3. **Johnson W.** Rotorcraft Aeromechanics. NY.: Cambridge University Press, 2013. 927 p.

4. **Richard L.B.** Rotary wing structural dynamics and aeroelasticity. 2nd ed. Washington: AIAA, 2006. 584 p. DOI: 10.2514/4.862373

5. **Каргаев М.В.** Расчет совместных изгибно-крутильных колебаний лопасти при раскрутке и торможении несущего винта вертолета в условиях ветра // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31, № 4. С. 101–112.

6. **Амирьянц Г.А., Малютин В.А.** Об экспериментальном определении жесткостных характеристик авиационных конструкций [Электронный ресурс] // Труды МАИ. 2018. № 103. 29 с. URL: https://trudymai.ru/upload/iblock/88e/Amiryants_Malyutin_rus.pdf?lang=ru&issue=103 (дата обращения: 09.06.2025).

7. **Ишмуратов Ф.З., Малютин В.А., Найко Ю.А.** Расчетная схема крыла большого удлинения на основе результатов жесткостных испытаний // Труды ЦАГИ. 2013. № 2738. С. 171–182.

8. **Малютин В.А., Мамедов О.С., Поповский В.Н., Фролов А.В.** Оценка погрешностей определяемой балочной изгибной жесткости авиационных конструкций для применяемых экспериментальных методов / В.А. Малютин, О.С. Мамедов, В.Н. Поповский, А.В. Фролов // Труды ЦАГИ. 2023. № 2815. С. 3–15.

9. **Костин В.А., Валитова Н.Л., Филясова В.И.** Об одном подходе к определению жесткости крыла по заданным деформациям // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31, № 4. С. 123–130.

10. **Каменев С.В.** Основы метода конечных элементов в инженерных приложениях: учеб. пособие. Оренбург: ОГУ, 2019. 110 с.

11. **Moaveni S.** Finite element analysis: Theory and application with ANSYS. 4th ed. Harlow: Pearson Education Limited, 2015. 929 p.

12. **Oñate E.** Structural analysis with the finite element method. linear statics. Volume 2: Beams, Plates and Shells. Heidelberg: Springer Netherlands, 2013. 864 p.

13. **Trivailo P.** Inverse problem of aircraft structural parameter estimation: application of

neural networks / P. Trivailo, S.D. Dulikravich, D. Sgarioto, T. Gilbert // *Inverse Problem in Science and Engineering*. 2006. Vol. 14, no. 4. Pp. 351–363. DOI: 10.1080/17415970600573411

14. **Shi F.** Combining finite element simulation to analyse the viscoelastic mechanical inverse problem of asphalt pavement // *Archives Des Sciences*. 2024. Vol. 74, no. 4. Pp. 57–66. DOI: 10.62227/as/74409

15. **Курченко Н.С., Алексейцев А.В.** Идентификация силовых воздействий на несущую систему с использованием нейросетевых технологий // *Инженерный вестник Дона*. 2023. № 9 (105). С. 258–267.

16. **Скворцов Ю.В., Глушков С.В., Хромов А.И.** Моделирование композитных элементов конструкций и анализ их разрушения в CAE-системах MSC.Patran-Nastran и ANSYS: учеб. пособие. Самара: Из-во СГАУ, 2012. 148 с.

17. **Вермель В.Д.** Основы вычислительной (инженерной) геометрии. М.: Инновационное машиностроение, 2021. 351 с.

18. **Каргаев М.В.** Расчет напряжений в лопасти несущего винта вертолета на базе нелинейной модели нагружения при статическом воздействии ветра // *Вестник Московского авиационного института*. 2019. Т. 26, № 2. С. 34–42.

19. **Феодосьев В.И.** Сопrotивление материалов. 16-е изд. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. 544 с.

20. **Тутыгин В.С.** Цифровая обработка сигналов: лабораторный практикум. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2015. 116 с.

References

1. **Vokhova, L.A., Pnev, A.G.** (2011). Selection and justification of the optimal technology for manufacturing helicopter blades from composite materials. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye*, no. 5, pp. 37–42. (in Russian)

2. **Арепев, А.Н., Громов, М.С., Шапкин, В.С.** (2002). Issues of operational survivability of aircraft structures. Moscow: Vozdushnyy transport, 424 p. (in Russian)

3. **Johnson, W.** (2013). Rotorcraft Aero-mechanics. NY.: Cambridge University Press, 927 p.

4. **Richard, L.B.** (2006). Rotary wing structural dynamics and aeroelasticity. 2nd ed. AIAA, Washington, 584 p. DOI: 10.2514/4.862373

5. **Kargaev, M.V.** (2024). Blade coupled flexural-and-torsional vibrations computing while the helicopter main rotor spin-up and deceleration under wind conditions. *Aerospace MAI Journal*, vol. 31, no. 4, pp. 101–112. (in Russian)

6. **Amir'yants, G.A., Malyutin, V.A.** (2018). On experimental determination of aircraft structures stiffness characteristics. *Trudy MAI*, no. 103, 29 p. Available at: https://Trudy.mai.ru/upload/iblock/88e/Amiryants_Malyutin_rus.pdf?lang=ru&issue=103 (accessed: 09.06.2025). (in Russian)

7. **Ishmuratov, F.Z., Malyutin, V.A., Naiko, Yu.A.** (2013). Calculation scheme of a large elongation wing based on the results of stiffness tests. *Trudy TsAGI*, vol. 2738, pp. 171–182. (in Russian)

8. **Malyutin, V.A., Mamedov, O.S., Popovskiy, V.N., Frolov, A.V.** (2023). Estimation of errors in the determined beam bending stiffness of aircraft structures for applied experimental methods. *Trudy TsAGI*, vol. 2815, pp. 3–15. (in Russian)

9. **Kostin, V.A., Valitova, N.L., Filyasova, V.I.** (2024). On one approach to the wing rigidity determining by specified deformations. *Aerospace MAI Journal*, vol. 31, no. 4, pp. 123–130. (in Russian)

10. **Kamenev, S.V.** (2019). Fundamentals of the finite element method in engineering applications: Tutorial. Orenburg: OGU, 110 p. (in Russian)

11. **Moaveni, S.** (2015). Finite element analysis: Theory and application with ANSYS. 4th ed. Harlow, Pearson Education Limited, 929 p.

12. **Oñate, E.** (2013). Structural analysis with the finite element method. linear statics. Volume 2: Beams, Plates and Shells. Heidelberg, Springer Netherlands, 864 p.

13. **Trivailo, P., Dulikravich, S.D., Sgarioto, D., Gilbert, T.** (2006). Inverse problem of aircraft structural parameter estimation: applica-

tion of neural networks. *Inverse Problem in Science and Engineering*, vol. 14, no. 4, pp. 351–363. DOI: 10.1080/17415970600573411

14. **Shi, F.** (2024). Combining finite element simulation to analyse the viscoelastic mechanical inverse problem of asphalt pavement. *Archives Des Sciences*, vol. 74, no. 4, pp. 57–66. DOI: 10.62227/as/74409

15. **Kurchenko, N.S., Alekseytsev, A.V.** (2023). Identification of force loads on a bearing system using neural network technologies. *Engineering Journal of Don*, no. 9 (105), pp. 258–267. (in Russian)

16. **Skvorcov, U.V., Glushkov, S.V., Hromov, A.I.** (2012). Modeling of composite structural elements and analysis of their failure in CAE systems MSC.Patran-Nastran and ANSYS: Tuto-

rial. Samara: Izdatelstvo SGAU, 148 p. (in Russian)

17. **Vermel, V.D.** (2021). Fundamentals of computational (engineering) geometry. Moscow: Innovatsionnoye mashinostroyeniye, 352 p. (in Russian)

18. **Kargaev, M.V.** (2019). Stresses computing in the main rotor blade based on the nonlinear loading model under static wind impact. *Aerospace MAI Journal*, vol. 26, no. 2, pp. 34–42. (in Russian)

19. **Feodosev, V.I.** (2016). Resistance of materials. 16th ed. Moscow: Izdatelstvo MGTU im. N.E. Baumana, 544 p. (in Russian)

20. **Turtygin V.S.** (2015). Digital Signal Processing: Lab Workshop. St. Petersburg: Izdatelstvo Politekhnicheskogo universiteta, 116 p. (in Russian)

Сведения об авторах

Каргаев Максим Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры проектирования и сертификации авиационной техники Московского авиационного института (национального исследовательского университета), руководитель группы Национального центра вертолетостроения им. М.Л. Миля и Н.И. Камова, kargaev_mv@mail.ru.

Солодилов Илья Сергеевич, главный специалист Национального центра вертолетостроения им. М.Л. Миля и Н.И. Камова, ilya.solodilov.88@mail.ru.

Information about the authors

Maksim V. Kargaev, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Design and Certification of Aviation Equipment Chair, Moscow Aviation Institute (National Research University), the Head of group, National Helicopter Center Mil&Kamov, kargaev_mv@mail.ru.

Ilya S. Solodilov, Chief Specialist, National Helicopter Center Mil&Kamov, ilya.solodilov.88@mail.ru.

Поступила в редакцию	11.08.2025	Received	11.08.2025
Одобрена после рецензирования	22.09.2025	Approved after reviewing	22.09.2025
Принята в печать	22.01.2026	Accepted for publication	22.01.2026