

УДК 629.7.01, 539.4

DOI: 10.26467/2079-0619-2025-28-5-63-75

Метод расчета устойчивости обшивок хвостовых отсеков лопастей несущего винта под действием ветра на стоянке вертолета

М.В. Каргаев^{1,2}

¹*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
г. Москва, Россия*

²*Национальный центр вертолетостроения им. М.Л. Миля и Н.И. Камова,
пос. Томилино, Россия*

Аннотация: В связи с растущей необходимостью эксплуатации вертолетов в местах с ветрами высокой интенсивности существующие подходы к проектированию лопастей несущего винта (ЛНВ) должны быть пересмотрены на предмет полноты учета расчетных случаев ветрового нагружения. Большую часть времени в эксплуатации вертолет находится на стоянке, а лопасти подвергаются ветровому воздействию, способному приводить к повреждениям, препятствующим возможности их дальнейшей эксплуатации. В частности, известны случаи появления гофров и отслоений обшивок хвостовых отсеков лопастей от заполнителей. В случае превышения установленных в эксплуатационной документации допусков на размеры указанных дефектов хвостовые отсеки либо ремонтируются, либо заменяются на заводе – изготовителе лопастей. В настоящей работе рассмотрена задача устойчивости композитных обшивок хвостовых отсеков невращающихся ЛНВ, нагружаемых ветровым потоком. Расчетная схема моделируемых обшивок соответствует ортотропной прямоугольной пластине, закрепленной на упругом основании и нагруженной по стороне ее сопряжения с лонжероном лопасти. Напряженно-деформированное состояние (НДС) обшивки определяется из решения плоской задачи теории упругости для пластины, расчетные нагрузки для которой в соответствии с условием совместности деформаций лонжерона ЛНВ и обшивки определяются в результате решения задачи ветрового нагружения лопасти в целом. В работе выведено дифференциальное уравнение устойчивости ортотропной пластины на упругом основании, моделирующее обшивку хвостового отсека ЛНВ. Получено выражение для расчета критических напряжений, соответствующих началу возникновения местной потери устойчивости обшивок. Из условия проявления местной потери устойчивости обшивок вычислена предельная скорость ветра для ЛНВ вертолета типа Ми-38.

Ключевые слова: лопасть несущего винта, обшивка хвостового отсека, ветровое нагружение, метод сеток, статическая устойчивость, критические напряжения.

Для цитирования: Каргаев М.В. Метод расчета устойчивости обшивок хвостовых отсеков лопастей несущего винта под действием ветра на стоянке вертолета // Научный вестник МГТУ ГА. 2025. Т. 28, № 5. С. 63–75.
DOI: 10.26467/2079-0619-2025-28-5-63-75

Method of stability computation of the main rotor blades tail section skins subject to wind at a helicopter parking lot

M.V. Kargaev^{1,2}

¹*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*

²*National Helicopter Center Mil&Kamov, Tomilino, Russia*

Abstract: Due to the growing need to operate helicopters in areas with high-intensity winds, existing approaches to the design of main rotor blades (MRB) should be reviewed to ensure that the calculated cases of wind effect are fully taken into account. The helicopter spends the majority of its operational time on the ground, and the blades are exposed to wind load, which can lead to damage impairing their continued serviceability. In particular, types of damage include the formation of skin corrugations and cases of delamination within the composite tail section skin, specifically the separation of the skin from the core filler materials. If the defect dimensions exceed the allowable limits specified in the maintenance documentation, the tail sections are either repaired or

replaced at the blade manufacturer's facility. In this paper, we consider the problem of composite skin stability of the non-rotating MRB tail sections subjected to wind effect. The analytical model of the skin elements corresponds to an orthotropic rectangular plate mounted on an elastic base and loaded along the edge adjoining the blade spar. The stress-strain state (SSS) of the skin is determined by solving planar elasticity boundary value problem, where the applied loads are calculated based on the deformation compatibility condition between the MRB spar and the skin, obtained from the overall wind load analysis of the blade. In this paper, a differential equation of stability of an orthotropic plate on an elastic base is derived, simulating the lining of the tail section of the MRB. An expression for calculating the critical stresses corresponding to the onset of local skin buckling is obtained. Based on the criterion of local skin buckling, the limit wind speed for the MRB of the Mil-38 helicopter type was calculated.

Key words: main rotor blade, tail section skin, wind load (effect), mesh method, static stability, critical stresses.

For citation: Kargaev, M.V. (2025). Method of stability computation of the main rotor blades tail section skins subject to wind at a helicopter parking lot. Civil Aviation High Technologies, vol. 28, no. 5, pp. 63–75. DOI: 10.26467/2079-0619-2025-28-5-63-75

Введение

Процесс проектирования лопастей несущего винта вертолета включает в себя этапы по выбору параметров хвостовых отсеков. Как установлено в работе [1], при выборе данных параметров помимо полетных случаев нагружения [2, 3] необходимо учитывать и наземные случаи нагружения. Одним из них является ветровое нагружение, характеристики которого должны быть заданы в техническом задании на проектируемую лопасть. Анализ напряженно-деформированного состояния обшивок хвостовых отсеков невращающейся лопасти под действием ступенчатого порыва ветра [1] показал, что действующие вдоль задней стенки лонжерона сжимающие продольные напряжения в обшивке могут приводить к образованию зоны местной потери устойчивости [4–6]. Недопустимость местной потери устойчивости обшивок обусловлена их сопутствующим отслоением от заполнителя хвостового отсека, при достижении критической величины которого дальнейшая эксплуатация лопасти без восстановительного ремонта становится небезопасной.

Исходя из этого, для рационального выбора параметров хвостовых отсеков на этапе проектирования лопасти необходимо иметь метод, позволяющий выполнять расчет на местную устойчивость обшивок хвостовых отсеков ЛНВ, подверженных воздействию ветра, для чего в данной работе изложен метод, построенный на поочередном расчете напряжений в лонжероне [7] и обшивке [1] лопасти под действием ветра, сравнении по-

лученных напряжений с критическими напряжениями, рассчитанными по формулам, полученным в настоящей работе.

Вывод дифференциального уравнения устойчивости обшивки

Рассмотрим разрезной хвостовой отсек ЛНВ [8], конструктивно образованный склейкой ограниченного по ширине торцевыми нервюрами заполнителя с верхней и нижней обшивками, замыкающимися стрингером (рис. 1). Будем полагать, что нагружение обшивок происходит вследствие деформаций лопасти, к лонжерону которой они приклеены.

Для вывода дифференциального уравнения устойчивости обшивки используем систему дифференциальных уравнений, описывающую НДС обшивки рассматриваемого хвостового отсека [1]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} - u \cdot C_x &= 0, \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} - v \cdot C_y &= 0, \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где u и v – перемещения пластины по осям Ox и Oy .

В системе (1) перейдем от погонных усилий к напряжениям, выполнив соответствующие замены, используя равенства $N_x = \sigma_x \cdot \delta$, $N_y = \sigma_y \cdot \delta$, $N_{xy} = \tau_{xy} \cdot \delta$, где δ – толщина пластины в рассматриваемой точке, σ_x и σ_y – нормальные напряжения по осям Ox и Oy , τ_{xy} – напряжения сдвига.

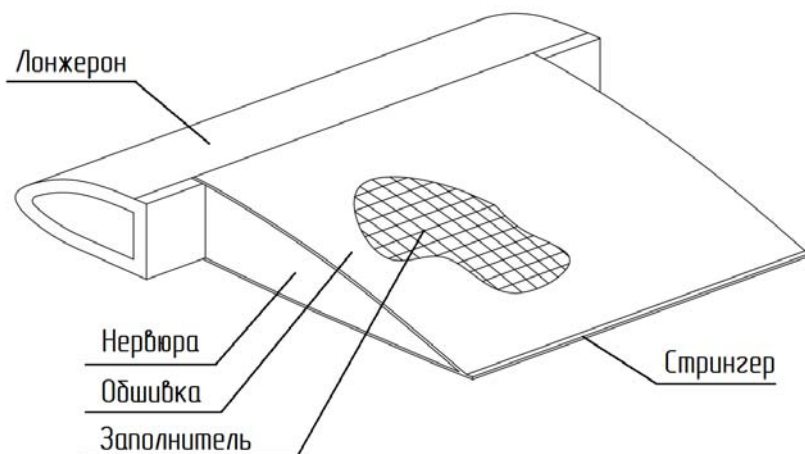


Рис. 1. Конструкция разрезного хвостового отсека лопасти
Fig. 1. Design of the split tail blade section

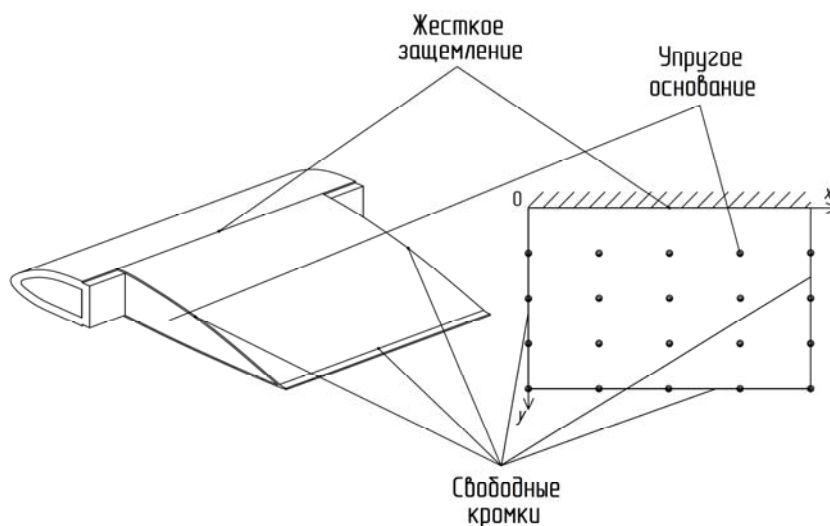


Рис. 2. Граничные условия
Fig. 2. Boundary conditions

Граничные условия для уравнений (1) представлены на рис. 2 и определяются соотношениями [1]

$$\begin{aligned} &\text{при } x = 0, L \rightarrow \sigma_x = 0; \tau_{xy} = 0; \\ &\text{при } y = H \rightarrow \sigma_y = 0; \tau_{xy} = 0; \\ &\text{при } y = 0 \rightarrow \sigma_x = \sigma_L^x; \sigma_y = \sigma_L^y; \sigma_L^y = -\mu_L \sigma_L^x, \end{aligned}$$

где σ_L^x – напряжения в лонжероне в месте приклейки обшивки, обусловленные воздей-

ствием ветра [7]; μ_L – коэффициент Пуассона лонжерона; L – длина обшивки; H – ширина обшивки. Таким образом, сопряженная с лонжероном грань обшивки имеет совместные с ним деформации, а остальные грани обшивки свободно деформируются. Влияние заполнителя на НДС обшивки в (1) учитывается за счет наличия жесткостей C_x и C_y упругого основания.

Получим дифференциальное уравнение устойчивости для ортотропной пластины на

упругом основании, исходя из предположения о возможности состояния равновесия пластины в искривленном состоянии. Данное состояние будем характеризовать прогибом w вдоль оси Oz . Допустим, что при изгибе пластины согласно гипотезам Кирхгофа [9, 10] будет иметь место отсутствие деформаций поперечного сдвига:

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

Тогда из зависимостей (2), принимая, что точки срединной поверхности перемещаются при изгибе только вдоль оси Oz , можно получить выражения

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y}.$$

Связь деформаций пластины с перемещениями u и v устанавливается через формулы Коши

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для ортотропной пластины действующие в ее плоскости напряжения с учетом равенства нулю напряжений в направлении оси Oz ,

то есть $\sigma_z = 0$, определяются зависимостями обобщенного закона Гука в виде [11–13]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= e_{11} \cdot \varepsilon_x + e_{12} \cdot \varepsilon_y + e_{13} \cdot \gamma_{xy}, \\ \sigma_y &= e_{12} \cdot \varepsilon_x + e_{22} \cdot \varepsilon_y + e_{23} \cdot \gamma_{xy}, \\ \tau_{xy} &= e_{13} \cdot \varepsilon_x + e_{23} \cdot \varepsilon_y + e_{33} \cdot \gamma_{xy} \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Упругие постоянные материала e_{11} , e_{12} , e_{13} , e_{22} , e_{23} , e_{33} [11–13], составляющие матрицу E коэффициентов жесткости, могут быть получены обращением матрицы податливостей A , то есть $E = A^{-1}$, которая имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & -a_{12} & a_{13} \\ -a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix},$$

где коэффициенты податливости матрицы A [1] – функции «технических» модулей упругости E_x , E_y , G , μ_x , η_x , η_y и угла φ ориентировки осей материала относительно расчетных осей Ox и Oy , определяются по формулам

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{E_x}, \quad a_{12} = \frac{\mu_x}{E_x}, \quad a_{13} = \frac{\eta_x}{E_x}, \\ a_{22} &= \frac{1}{E_y}, \quad a_{23} = \frac{\eta_y}{E_y}, \quad a_{33} = \frac{1}{G}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\lambda E_0}{\lambda \cos^4 \varphi + 2B \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \sin^4 \varphi}, \quad E_y = \frac{\lambda E_0}{\lambda \sin^4 \varphi + 2B \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \cos^4 \varphi}, \\ G &= \frac{G_0}{1 - (1 - C) \sin^2 2\varphi}, \quad \mu_x = \frac{\mu_{90} - (1 + \lambda - 2B) \frac{\sin^2 2\varphi}{4}}{\lambda \cos^4 \varphi + 2B \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \sin^4 \varphi}, \\ \eta_x &= \frac{[(1 - \lambda) - (1 + \lambda - 2B) \cos 2\varphi] \sin 2\varphi}{2(\lambda \cos^4 \varphi + 2B \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \sin^4 \varphi)}, \quad \eta_y = -\frac{[(1 - \lambda) - (1 + \lambda - 2B) \cos 2\varphi] \sin 2\varphi}{2(\lambda \sin^4 \varphi + 2B \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \cos^4 \varphi)}, \\ \lambda &= \frac{E_{90}}{E_0}, \quad 2B = 4 \frac{E_{90}}{E_0} - (1 + \lambda), \quad C = \frac{1 + \lambda + 2\mu_{90}}{2B + 2\mu_{90}}. \end{aligned}$$

Получим уравнения, связывающие погонные изгибающие и крутящий моменты с прогибом w вдоль оси Oz , для чего сначала подставим формулы (3) в зависимости (4):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= e_{11} \cdot (-z) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{12} \cdot (-z) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + e_{13} \cdot (-2z) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}; \\ \sigma_y &= e_{12} \cdot (-z) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{22} \cdot (-z) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + e_{23} \cdot (-2z) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}; \\ \tau_{xy} &= e_{13} \cdot (-z) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{23} \cdot (-z) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + e_{33} \cdot (-2z) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Далее перейдем к равнодействующим напряжений (5) по толщине пластины:

$$M_x = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \sigma_x z dz, \quad M_y = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \sigma_y z dz, \quad M_{xy} = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \tau_{xy} z dz. \quad (6)$$

Окончательно после интегрирования выражений (6) с учетом (5) получим

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -\frac{\delta^3}{12} \left(e_{11} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{12} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2e_{13} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right); \\ M_y &= -\frac{\delta^3}{12} \left(e_{12} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{22} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2e_{23} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right); \\ M_{xy} &= -\frac{\delta^3}{12} \left(e_{13} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{23} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2e_{33} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Перерезывающие силы Q_x и Q_y , действующие в сечениях пластины, выражаются через w из уравнения равновесия элемента пластины в проекции на ось Oz [9, 10], которое для условий настоящей задачи имеет вид

$$Z_Q + Z_{N_x} + Z_{N_y} + Z_{N_{xy}} + Z_{C_x} + Z_{C_y} + Z_P = 0, \quad (8)$$

где Z_Q – проекция перерезывающих сил, а Z_{N_x} , Z_{N_y} , $Z_{N_{xy}}$, Z_{C_x} , Z_{C_y} , Z_P – проекции сил начального состояния. Согласно [9] имеем

$$\begin{aligned} Z_Q &= \left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \right) dx dy, \quad Z_{N_{xy}} = \left(2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx dy, \\ Z_{N_x} &= \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial N_x}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx dy, \quad Z_{N_y} = \left(N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial N_y}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} \right) dx dy. \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогично выражениям для Z_{N_x} и Z_{N_y} можно получить выражения для Z_{C_x} и Z_{C_y} :

$$Z_{C_x} = -u \cdot C_x \frac{\partial w}{\partial x} dx dy, \quad Z_{C_y} = -v \cdot C_y \frac{\partial w}{\partial y} dx dy. \quad (10)$$

Выражение для Z_p получим исходя из предположения о том, что наполнитель является легким, а также маложестким в направлении оси Oz , и при потере устойчивости происходит выпучивание несущих слоев – обшивок. При этом роль наполнителя сводится исключительно к работе на сдвиг, то есть обеспечению совместной работы обшивок, воспринимающих продольные силы и моменты. Будем предполагать основание линейно упругим. Тогда давление P , действующее со стороны наполнителя на обшивку, пропорционально ее прогибу w :

$$P = -\alpha w. \quad (11)$$

Применим закон Гука для столбика наполнителя единичной площади высотой h_3 нагруженного давлением P , тогда получим выражение для его укорочения, равного прогибу w :

$$w = \Delta h_3 = P \cdot h_3 / E_3. \quad (12)$$

Высоту сотового наполнителя h_3 , как и в [1], примем в виде квадратичной функции, изменяющейся вдоль оси Oy [1]:

$$h_3 = \left(\frac{2h_0 - h_{cp}}{H}\right)y^2 + \left(\frac{4h_{cp} - 3h_0}{H}\right)y + h_0, \quad (13)$$

где h_0 – высота хвостового отсека в месте приклейки к задней стенке лонжерона, h_{cp} – высота хвостового отсека посередине ширины хвостового отсека.

Сопоставляя выражения (11) и (12), с учетом (13) получаем, что

$$\alpha = \frac{E_3}{h_3} = \frac{E_3}{\left(\frac{2h_0 - h_{cp}}{H}\right)y^2 + \left(\frac{4h_{cp} - 3h_0}{H}\right)y + h_0}.$$

Искомое выражение для Z_p имеет вид

$$Z_p = -\alpha w dx dy. \quad (14)$$

Подставив выражения (9), (10) и (14) в уравнение (8), получим уравнение равновесия элемента пластины

$$\begin{aligned} & \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \alpha w + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \\ & + \left(\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} - u \cdot C_x\right) \frac{\partial w}{\partial x} + \left(\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} - v \cdot C_y\right) \frac{\partial w}{\partial y} = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Учитывая, что выражения, записанные в скобках уравнения (15), равны нулю в силу соотношений (1), окончательно получим

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \alpha w + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0. \quad (16)$$

Связь между перерезывающими силами и моментами для рассматриваемого случая нагружения пластины определяется уравнениями

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y}, \quad Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}. \quad (17)$$

Подставив уравнения (17) и (7) в (16), получим дифференциальное уравнение устойчивости ортотропной пластины на упругом основании:

$$\begin{aligned} \frac{\delta^3}{12} \left[e_{11} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + e_{22} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + (2e_{12} + 4e_{33}) \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4e_{13} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 4e_{23} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} \right] = \\ = -\alpha w + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \quad (18)$$

Определение критических напряжений, соответствующих местной потере устойчивости обшивки

При решении задачи о потере устойчивости пластины предполагается, что до потери устойчивости она является плоской [13]. В таком случае все силы, действующие на пластину, действуют по ее срединной поверхности и при деформациях пластины не изменяются ни по величине, ни по направлению. То есть докритическое напряженное состояние пластины является плоским.

Будем полагать, что докритические силы и перемещения для рассматриваемой задачи определяются из решения уравнений (1) методом [1], основанным на применении метода сеток [10, 14].

В таком случае задача нахождения критических напряжений местной потери устойчивости должна решаться для элементарной прямоугольной пластинки, жестко защемленной по сторонам размерами l_i и h_j , полученной путем разбиения расчетной области обшивки ортогональной сеткой (i – номер узла сетки по оси Oy , j – номер узла по оси Ox). Далее индексы i и j всюду, за исключением

некоторых выражений, для удобства восприятия опущены. Расчетная область обшивки [1] представлена на рис. 3.

По найденным в результате решения системы уравнений (1) перемещениям u и v определяются действующие в обшивке напряжения σ_x , σ_y и τ_{xy} . Для определения критических напряжений местной потери устойчивости удобно перейти от рассмотрения плоского напряженного состояния, определяемого напряжениями σ_x , σ_y и τ_{xy} , к главным напряжениям σ_ξ и σ_η , определяемым по формулам [15]

$$\sigma_{\xi,\eta} = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \mp \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}.$$

Ориентация главных напряжений относительно системы координат Oxy определяется поворотом исходной на угол:

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right).$$

Тогда в рассматриваемой задаче на каждую пластинку действуют распределенные по ее краям сжимающие усилия $N_\xi = \delta \cdot \sigma_\xi$ и растягивающие усилия $N_\eta = \delta \cdot \sigma_\eta$.

Таким образом, уравнение местной потери устойчивости (18) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\delta^3}{12} \left[e_{11} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + e_{22} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \eta^4} + (2e_{12} + 4e_{33}) \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + 4e_{13} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^3 \partial \eta} + 4e_{23} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \xi \partial \eta^3} \right] = \\ = -\alpha w - N_\xi \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + N_\eta \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

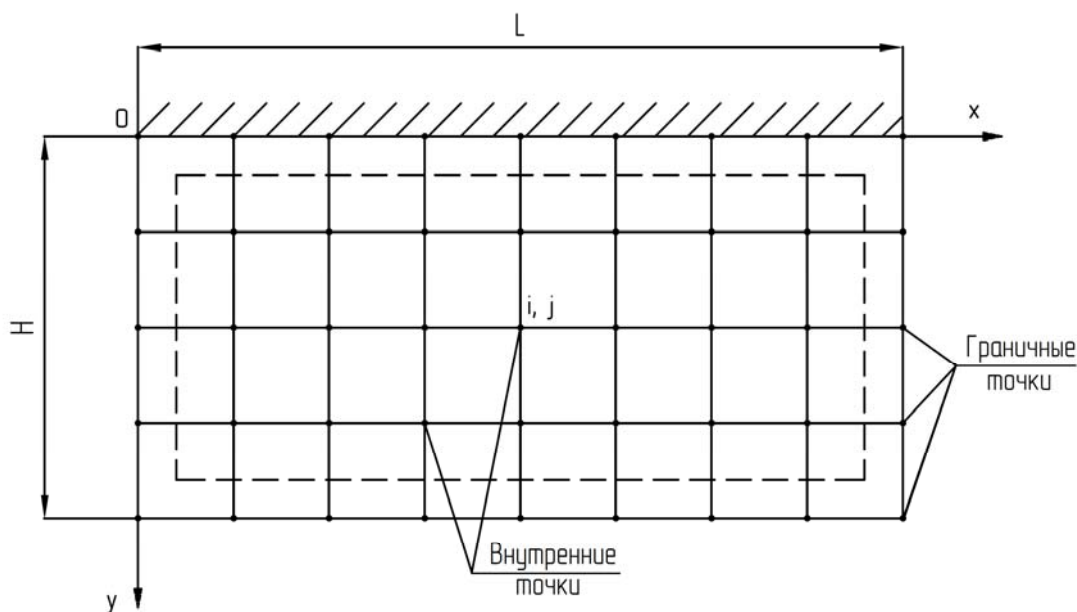


Рис. 3. Расчетная область обшивки хвостового отсека
Fig. 3. Computational domain of the tail section skin

Для определения критических напряжений из уравнения (19) используем метод Бубнова – Галеркина [16]. Функция прогибов пластины должна удовлетворять граничным условиям жесткого защемления по контуру. В качестве аппроксимирующих функций w могут применяться простые ортогональные [17] и неортогональные полиномы [18, 19] или тригонометрические ряды [20]. Зададим функцию прогибов w в виде

$$w = Aw_{mn} = A \left(1 - \cos \left(\frac{2m\pi\xi}{l} \right) \right) \left(1 - \cos \left(\frac{2n\pi\eta}{h} \right) \right), \quad (20)$$

где m и n – числа полуволн косинусов в направлениях ξ и η соответственно при потере устойчивости ($m = 1, 2, 3, \dots$; $n = 1, 2, 3, \dots$); A – произвольная постоянная.

Тогда в соответствии с методом Бубнова – Галеркина должно выполняться равенство

$$\int_0^l \int_0^h A \frac{\delta^3}{12} \left[e_{11} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + e_{22} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \eta^4} + (2e_{12} + 4e_{33}) \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \right. \\ \left. + 4e_{13} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^3 \partial \eta} + 4e_{23} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \xi \partial \eta^3} + \alpha w + N_\xi \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} - N_\eta \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \right] w_{mn} d\xi d\eta = 0. \quad (21)$$

Подставив в уравнение (21) функцию прогибов в виде (20), получим равенство

$$-\frac{A}{16h^3 l^3 \pi^2 mn} \left[-192 \pi^6 h^4 m^5 n e_{11} - 128 \pi^6 h^2 l^2 m^3 n^3 e_{12} - 192 \pi^6 l^4 m n^5 e_{22} - \right. \\ \left. - 256 \pi^6 h^2 l^2 m^3 n^3 e_{33} + 48 \pi^4 h^4 l^2 m^3 n N_\xi - 48 \pi^4 h^2 l^4 m n^3 N_\eta - 36 \pi^2 h^4 l^4 m n \alpha \right] = 0. \quad (22)$$

Для существования отличных от нуля решений выражение, стоящее в квадратных скобках (22), должно обращаться в нуль. Это условие приводит к уравнению для оценки критического сжимающего усилия:

$$N_{\xi} = \frac{1}{12\pi^2 h^4 l^2 m^2} \left[\pi^4 (48h^4 m^4 e_{11} + 64h^2 l^2 m^2 n^2 (e_{33} + e_{12}/2) + 48l^4 n^4 e_{22}) + 12\pi^2 h^2 l^4 n^2 N_{\eta} + 9h^4 l^4 \alpha \right]. \quad (23)$$

Задаваясь различными целыми значениями m и n , при известной величине N_{η} , имеем множество значений N_{ξ} , удовлетворяющих равенству (23). В качестве критического будем рассматривать наименьшее усилие N_{ξ} , при котором все еще возможно равновесие пластины в искривленном состоянии. Из рассмотрения (23) видно, что минимум N_{ξ} достигается в случае $n = 1$. Это означает, что при потере устойчивости в направлении η всегда будет образовываться одна полуволна. Тогда уравнение (23) можно представить в виде

$$N_{\xi} = \frac{1}{12\pi^2 h^4 l^2 m^2} \left[\pi^4 (48h^4 m^4 e_{11} + 64h^2 l^2 m^2 (e_{33} + e_{12}/2) + 48l^4 e_{22}) + 12\pi^2 h^2 l^4 N_{\eta} + 9h^4 l^4 \alpha \right]. \quad (24)$$

Минимальное значение усилия (24) определим из условия

$$\frac{dN_{\xi}}{dm} = \frac{\pi^2 [192h^4 m^3 e_{11} + 128h^2 l^2 m (e_{33} + e_{12}/2)]}{12h^4 l^2 m^2} - \frac{\pi^4 [48h^4 m^4 e_{11} + 64h^2 l^2 m^2 (e_{33} + e_{12}/2) + 48l^4 e_{22}] + 12\pi^2 h^2 l^4 N_{\eta} + 9h^4 l^4 \alpha}{6\pi^2 h^4 l^2 m^3} = 0,$$

которое приводит к значению

$$m = \frac{l}{2\pi h e_{11}} \sqrt[4]{e_{11}^3 (4\pi^2 h^2 N_{\eta} + 16\pi^4 e_{22} + 3h^4 \alpha)}. \quad (25)$$

Подставив (25) в (24), а также учитывая, что $N_{\xi} = \delta \cdot \sigma_{\xi}$, а $N_{\eta} = \delta \cdot \sigma_{\eta}$, получим окончательное выражение для расчета критического напряжения в обшивке:

$$\sigma_{\xi_{кр}} = \frac{e_{11}^2}{3\delta h^2 \sqrt{e_{11}^3 (4\pi^2 h^2 \sigma_{\eta} / \delta + 16\pi^4 e_{22} + 3h^4 \alpha)}} \left[3(4\pi^2 h^2 \sigma_{\eta} / \delta + 16\pi^4 e_{22} + 3h^4 \alpha) + 8\pi^2 (2e_{33} + e_{12}) \sqrt{e_{11}^3 (4\pi^2 h^2 \sigma_{\eta} / \delta + 16\pi^4 e_{22} + 3h^4 \alpha)} / e_{11}^2 + 48e_{22} + 12\pi^2 h^2 l^4 \sigma_{\eta} / \delta + 9h^4 l^4 \alpha \right]. \quad (26)$$

По сложившейся практике [15], если второе главное напряжение σ_{η} растягивающее, то оно обычно игнорируется, в этом случае из (26) имеем

$$\sigma_{\xi_{кр}} = \frac{e_{11}^2}{3\delta h^2 \sqrt{e_{11}^3 (16\pi^4 e_{22} + 3h^4 \alpha)}} \left[3(16\pi^4 e_{22} + 3h^4 \alpha) + 8\pi^2 (2e_{33} + e_{12}) \sqrt{e_{11}^3 (16\pi^4 e_{22} + 3h^4 \alpha)} / e_{11}^2 + 48e_{22} + 9h^4 l^4 \alpha \right]. \quad (27)$$

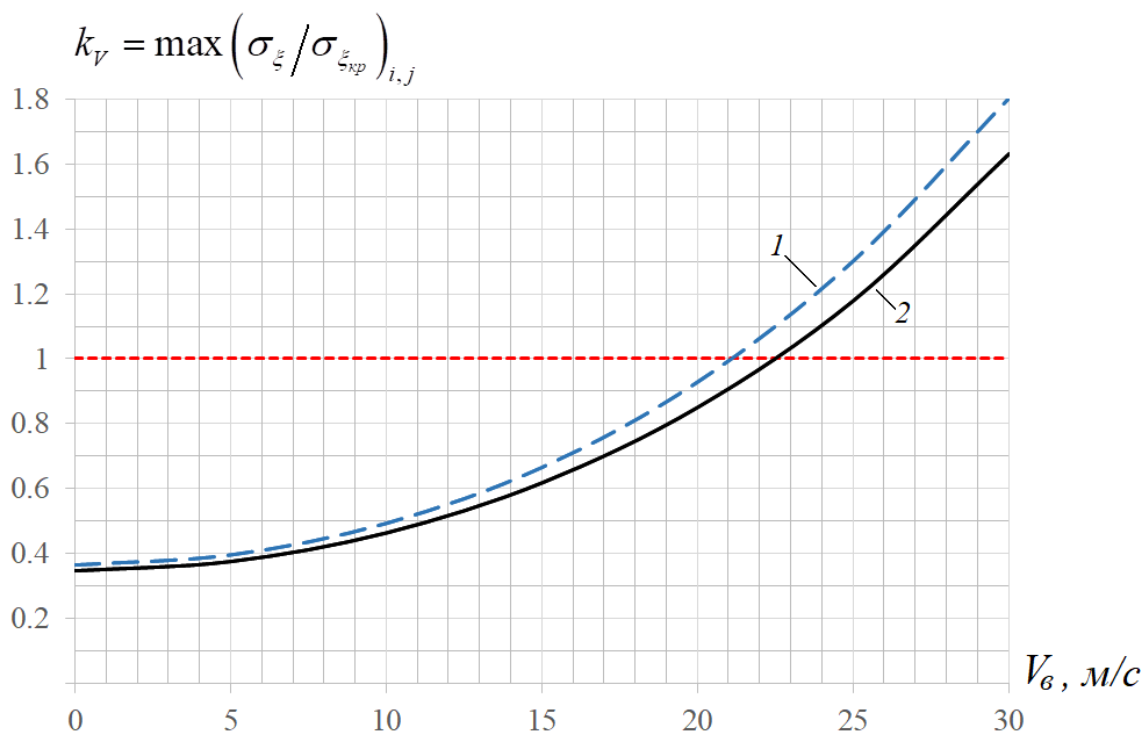


Рис. 4. Зависимость коэффициента запаса от скорости ветра: 1 – $\sigma_{\eta} = 0$; 2 – $\sigma_{\eta} \neq 0$

Fig. 4. Dependence of the reserve coefficient on wind speed: 1 – $\sigma_{\eta} = 0$; 2 – $\sigma_{\eta} \neq 0$

Результаты численных расчетов

Далее представлены результаты вычислений коэффициентов запаса устойчивости k_V , выполненных с использованием полученных выражений (26) и (27) для расчета критических напряжений $\sigma_{\xi_{кр}}$ местной потери устойчивости обшивки хвостового отсека лопасти при действии различных скоростей ветра V_{∞} при угле атаки -10° и угле скольжения 0° , при постоянных величинах шагов разбиения расчетной области обшивки вдоль оси Ox и оси Oy , то есть при $l_i = l$ и $h_j = h$. Данные условия ветрового нагружения использованы для иллюстрации расчетов по определению предельных скоростей ветра из условия местной потери устойчивости обшивки и не являются критическими. Методика выбора критического направления обдува изложена в статье [7].

Напряжения в лонжероне лопасти, нагружаемой ветровым потоком, определены по методу [7]. Расчет критических напряжений

местной потери устойчивости $\sigma_{\xi_{кр}}$ и соответствующих им коэффициентов запаса k_V выполнен, как показано в [1], для наиболее нагруженного хвостового отсека модельной лопасти вертолета типа Ми-38, расположенного на удалении 5,45–5,85 м. Это позволяет установить предельную скорость ветра для лопасти, соответствующую началу возникновения местной потери устойчивости обшивки. Поскольку растягивающие напряжения σ_{η} имеют отличные значения в различных точках обшивки, то расчет ее устойчивости удобно вести, используя коэффициент запаса k_V , определяемый максимумом отношения сжимающих напряжений σ_{ξ} и критических напряжений $\sigma_{\xi_{кр}}$ для расчетной области обшивки, то есть $k_V = \max \left(\sigma_{\xi} / \sigma_{\xi_{кр}} \right)_{i,j}$. Зависимость коэффициента запаса k_V , характеризующая момент возникновения местной потери устойчивости для наиболее нагруженной обшивки хвостового отсека ЛНВ, от скорости ветра V_{∞} приведена на рис. 4.

Необходимо отметить, что число полу-волн m , вычисляемое по формуле (25), должно иметь целое значение. Это достигается за счет подбора величин шагов разбиения расчетной области вдоль оси Ox и оси Oy , то есть l и h .

Комбинация сжимающих продольных напряжений σ_x , а также растягивающих и касательных напряжений σ_y и τ_{xy} соответственно, как следует из сопоставления зависимостей, приведенных на рис. 4, при предельных скоростях ветра может приводить к появлению зоны местной потери устойчивости обшивки расположенной вдоль задней стенки лонжерона. При этом расчет при $\sigma_\eta = 0$ дает более консервативную оценку. Из рис. 4 также следует, что предельная скорость ветра для заданного направления действия ветра имеет значение, равное 21,1 м/с при $\sigma_\eta = 0$ и 22,5 м/с при $\sigma_\eta \neq 0$, что несколько меньше полученной в [1] предельной скорости 26 м/с по условию прочности обшивок от действия растягивающих напряжений.

Заключение

Установленная для рассматриваемой лопасти несущего винта предельная скорость ветра 22,5 м/с по условию начала местной потери устойчивости обшивок хвостовых отсеков оказалась меньше предельной скоростью ветра 26 м/с, вычисленной по условию прочности обшивок от действия растягивающих напряжений. При этом с практической точки зрения это не означает, что по данному критерию необходимо ограничивать допустимую в эксплуатации скорость ветра значением 22,5 м/с, поскольку данное значение может быть увеличено как за счет введения допуска на площадь отслоения обшивки от заполнителя, так и за счет допущения о возможности ремонта или замены поврежденного хвостового отсека в эксплуатации вертолета.

Исходя из этого, процесс выбора параметров хвостовых отсеков ЛНВ должен включать оба расчетных случая ветрового нагружения, а именно расчеты на статическую

прочность и устойчивость обшивок, по результатам которых должна быть определена предельно допустимая в эксплуатации скорость ветра как наименьшая из полученных по разным критериям.

Список литературы

1. **Каргаев М.В., Савина Д.Б.** Метод расчета напряжений в обшивке хвостовых отсеков невращающихся лопастей несущего винта под действием ветра на стоянке вертолета // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30, № 3. С. 17–25.
2. **Johnson W.** Rotorcraft aeromechanics. NY: Cambridge University Press, 2013. 944 p.
3. **Richard L.B.** Rotary wing structural dynamics and aeroelasticity. Washington, AIAA, DC, 2005. 584 p.
4. **Орешко Е.И.** Обзор критериев прочности материалов / Е.И. Орешко, В.С. Ерасов, А.В. Гриневиц, П.В. Шершак // Труды ВИАМ. 2019. № 9 (81). С. 108–126. DOI: 10.18577/2307-6046-2019-0-9-108-126
5. **Гришин В.И., Дзюба А.С., Дударков Ю.И.** Прочность и устойчивость элементов и соединений авиационных конструкций из композитов. М.: Физматлит, 2013. 272 с.
6. **Смердов А.А.** Возможности повышения местной устойчивости подкрепленных и интегральных композитных конструкций // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2014. № 10 (655). С. 70–79.
7. **Каргаев М.В.** Расчет напряжений в лопасти несущего винта вертолета на базе нелинейной модели нагружения при статическом воздействии ветра // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26, № 2. С. 34–42.
8. **Дудник В.В.** Конструкция вертолетов. Ростов н/Д: Издательский дом ИУИ АП, 2005. 158 с.
9. **Савельев Л.М.** Устойчивость конструкций: конспект лекций. Самара: СГАУ, 2013. 77 с.
10. **Ефимов В.В.** Динамика и прочность авиационных конструкций. Часть 1: учеб. пособие. М.: МГТУ ГА, 2013. 72 с.

11. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. 2-е изд. М.: Наука, 1977. 416 с.

12. Ашкенази Е.К., Ганов Э.В. Анизотропия конструкционных материалов: справочник. 2-е изд., перераб. и доп. Л.: Машиностроение, 1980. 248 с.

13. Гарифуллин М.Ф., Казаков И.А., Киреев В.А. Анализ устойчивости тонких композитных пластин при различных вариантах граничных условий // Ученые записки ЦАГИ. 2024. Т. 55, № 4. С. 83–94.

14. Мазо А.Б. Вычислительная гидродинамика. Часть 1. Математические модели, сетки и сеточные схемы: учеб. пособие. Казань: Казан. ун-т, 2018. 165 с.

15. Муйземнек А.Ю., Карташова Е.Д. Механика деформирования и разрушения полимерных слоистых композиционных материалов: учеб. пособие. Пенза: Изд-во ПГУ, 2017. 56 с.

16. Колмогоров Г.Л., Мельникова Т.Е., Азина Е.О. Применение метода Бубнова-Галеркина для оценки устойчивости анизотропных пластин // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 4. С. 29–33. DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-29-33

17. Moreno-Garcia P., Araujo dos Santos J.V., Lopes H. A review and study on Ritz method admissible functions with emphasis on buckling and free vibration of isotropic and anisotropic beams and plates // Archives of Computational Methods in Engineering. 2017. Vol. 25. Pp. 785–815. DOI: 10.1007/s11831-017-9214-7

18. Гарифуллин М.Ф., Казаков И.А., Киреев В.А. Приближенный метод анализа устойчивости композитных пластин с мало-размерными вырезами // Ученые записки ЦАГИ. 2024. Т. 55, № 5. С. 81–89.

19. Bao S.Y., Cao J.R. Elastic buckling analysis of rectangular plates with arbitrary elastic boundary conditions // Chinese Journal of Ship Research. 2020. Vol. 15, no. 6. Pp. 162–169. DOI: 10.19693/j.issn.1673-3185.01808

20. Lampros P., Christos K. Shear buckling of rectangular plates with two concentric layups // Journal of Reinforced Plastics and

Composites. 2004. Vol. 23, no. 1. Pp. 5–16. DOI: 10.1177/0731684404028698

References

1. Kargaev, M.V., Savina, D.B. (2023). Stresses computation method in the skin of non-rotating main rotor blades tail sections under the impact of the wind at the helicopter parking lot. *Aerospace MAI Journal*, vol. 30, no. 3, pp. 17–25. (in Russian)

2. Johnson, W. (2013). Rotorcraft aeromechanics. NY, Cambridge University Press, 2013. 944 p.

3. Richard L.B. (2005). Rotary wing structural dynamics and aeroelasticity. Washington, AIAA, DC, 584 p.

4. Oreshko, E.I., Erasov, V.S., Grinevich, A.V., Shershak, P.V. (2019). Review of criteria of durability of materials. *Proceedings of VIAM*, no. 9 (81), pp. 108–126. DOI: 10.18577/2307-6046-2019-0-9-108-126 (in Russian)

5. Grishin, V.I., Dzyuba, A.S., Dudarkov, Yu.I. (2013). Strength and stability of elements and joints of aircraft composite structures. Moscow: Fizmatlit, 272 p. (in Russian)

6. Smerdov, A.A. (2014). Possibilities of improving the local stability of stiffened and integral composite structures. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroeniye*, no. 10 (655), pp. 70–79. (in Russian)

7. Kargaev, M.V. (2019). Stresses computing in the main rotor blade based on the nonlinear loading model under static wind impact. *Aerospace MAI Journal*, vol. 26, no. 2, pp. 34–42. (in Russian)

8. Dudnik, V.V. (2005). Helicopter design. Rostov-on-Don: Izdatelskiy dom IUI AP, 158 p. (in Russian)

9. Savelyev, L.M. (2013). Stability of structures: lecture notes. Samara: SGAU. 77 p. (in Russian)

10. Efimov, V.V. (2013). Dynamics and strength of aircraft structures. Part 1: Tutorial. Moscow: MGTU GA, 72 p. (in Russian)

11. Lekhnitsky, S.G. (1977). Theory of elasticity of an anisotropic body. 2nd ed. Moscow: Nauka, 416 p. (in Russian)

12. Ashkenazi, E.K., Ganov, E.V. (1980). Anisotropy of structural materials: reference book. 2nd ed., revised and expanded edition. Leningrad: Mashinostroeniye, 248 p. (in Russian)

13. Garifullin, M.F., Kazakov, I.A., Kireev, V.A. (2024). Buckling analysis of thin composite plates with different boundary conditions. *Uchenye zapiski TSAGI*, vol. 55, no. 4, pp. 83–94. (in Russian)

14. Mazo, A.B. (2018). Computational hydrodynamics. Part 1. Mathematical models, grids and grid schemes: Tutorial. Kazan: Kazanskiy universitet, 165 p. (in Russian)

15. Muizemnek, A.Yu., Kartashova, E.D. (2017). Mechanics of deformation and destruction of polymer layered composite materials: Tutorial. Penza: PGU, 56 p. (in Russian)

16. Kolmogorov, G.L., Melnikova, T.E., Azina, E.O. (2017). Application of the Bubnov-Galerkin method for stability assessment of anisotropic plates. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*, no. 4, pp. 29–32.

DOI: 10.22363/1815-5235-2017-4-29-33
(in Russian)

17. Moreno-Garcia, P., Araujo dos Santos, J.V., Lopes, H. (2017). A review and study on Ritz method admissible functions with emphasis on buckling and free vibration of isotropic and anisotropic beams and plates. *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 25, pp. 785–815. DOI: 10.1007/s11831-017-9214-7

18. Garifullin, M.F., Kazakov, I.A., Kireev, V.A. (2024). An approximate method for buckling analysis of composite plates with small-sized cutouts. *Uchenye zapiski TSAGI*, vol. 55, no. 5, pp. 81–89. (in Russian)

19. Bao, S.Y., Cao, J.R. (2020). Elastic buckling analysis of rectangular plates with arbitrary elastic boundary conditions. *Chinese Journal of Ship Research*, vol. 15, no. 6, pp. 162–169. DOI: 10.19693/j.issn.1673-3185.01808

20. Lampros, P., Christos, K. Shear buckling of rectangular plates with two concentric layups. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 23, no. 1, pp. 5–16. DOI: 10.1177/0731684404028698

Сведения об авторе

Каргаев Максим Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры проектирования и сертификации авиационной техники Московского авиационного института (национального исследовательского университета), руководитель группы Национального центра вертолетостроения им. М.Л. Миля и Н.И. Камова, kargaev_mv@mail.ru.

Information about the author

Maksim V. Kargaev, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, the Design and Certification of Aviation Equipment Chair, Moscow Aviation Institute (National Research University), Head of Group, JSC National Helicopter Center Mil&Kamov, kargaev_mv@mail.ru.

Поступила в редакцию

09.04.2025

Received

09.04.2025

Одобрена после рецензирования

21.05.2025

Approved after reviewing

21.05.2025

Принята в печать

25.09.2025

Accepted for publication

25.09.2025