

УДК: 629.05

DOI: 10.26467/2079-0619-2025-28-5-22-40

Исследование эффективности алгоритмов комплексирования навигационных систем на основе расширенного фильтра Винера

А.С. Засухин¹, В.Д. Будаев¹, Д.О. Сизиков¹

¹Московский государственный технический университет гражданской авиации,
г. Москва, Россия

Аннотация: Комплексирование результирующих выходных сигналов глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) и инерциальной навигационной системы (ИНС) призвано обеспечить надежную, безопасную и устойчивую работоспособность навигационной системы воздушного судна (ВС). Для достижения этой цели необходимо обеспечить следующие требования к получаемым навигационным параметрам: высокая точность, непрерывность предоставления информации при длительной работе, надежность алгоритма комплексирования при приемлемых вычислительных затратах бортовой электроники ВС. В данной работе исследуется расширенный метод Винера для комплексирования навигационных систем ГНСС и ИНС в условиях нестабильной подачи навигационных данных. Обработка навигационной информации от измерительных устройств является основой обеспечения безопасности полетов и точности управления воздушным судном. Измерение навигационных параметров осуществляется в составе интегральной модульной авионики, включающей спутниковые радионавигационные системы (СРНС), инерциальную навигационную систему (ИНС), GPS/ГЛОНАСС и радиолокационные системы. Представлены результаты моделирования погрешности по скорости и положению ВС после применения расширенного фильтра Винера. Проведена оценка эффективности предложенного алгоритма на основе строгих статистических критериев.

Ключевые слова: комплексирование навигационных сигналов, расширенный фильтр Винера, безопасность, надежность, точность навигационных параметров, навигационная система, статистическая оптимизация.

Для цитирования: Засухин А.С., Будаев В.Д., Сизиков Д.О. Исследование эффективности алгоритмов комплексирования навигационных систем на основе расширенного фильтра Винера // Научный вестник МГТУ ГА. 2025. Т. 28, № 5. С. 22–40. DOI: 10.26467/2079-0619-2025-28-5-22-40

The study of the efficiency of navigation system integration algorithms based on the extended Wiener filter

A.S. Zasukhin¹, V.D. Budaev¹, D.O. Sizikov¹

¹Moscow State Technical University of Civil Aviation, Moscow, Russia

Abstract: Integration of the resulting output signals of the global navigation satellite system (GNSS) and the inertial navigation system (INS) is designed to ensure reliable, safe and stable performance of the aircraft navigation system. To achieve this goal, it is necessary to meet the following requirements for the obtained navigation parameters: high accuracy, continuity of information provision during long-term operation, reliability of the integration algorithm with acceptable computational costs of the aircraft onboard electronics. This paper examines the extended Wiener method for integration of GNSS and INS navigation systems under conditions of an unstable navigation data supply. Processing of navigation information from measuring devices is the basis for ensuring flight safety and aircraft control accuracy. Navigation parameters are measured as part of an integrated modular avionics system, including global navigation satellite systems (SRNS), inertial navigation system (INS), GPS/GLONASS and radar systems. The results of modeling the error in aircraft speed and position after applying the extended Wiener filter are presented. The effectiveness of the proposed algorithm was assessed based on strict statistical criteria.

Key words: navigation signal integration, extended Wiener filter, safety, reliability, navigation parameters accuracy, navigation system, statistical optimization.

For citation: Zasukhin, A.S., Budaev, V.D., Sizikov, D.O. (2025). The study of the efficiency of navigation system integration algorithms based on the extended Wiener filter. Civil Aviation High Technologies, vol. 28, no. 5, pp. 22–40. DOI: 10.26467/2079-0619-2025-28-5-22-40

1. Введение

Навигационная система является основным источником параметрической информации для обеспечения экипажа и систем самолетовождения данными о пространственном положении воздушного судна и его характеристиках движения. Основными источниками навигационной информации являются система спутниковой навигации (ГНСС) и инерциальная система (ИНС) [1, 2]. При этом каждая отдельно взятая навигационная система не удовлетворяет в полной мере требованиям точности, помехоустойчивости, автономности и отказоустойчивости.

Недостатком ИНС является накапливаемая погрешность (дрейф) в ходе длительной эксплуатации, которая растет пропорционально времени работы или даже быстрее в зависимости от класса точности системы. Недостатком ГНСС является зависимость от внешних помех, прерывания сигнала и прочих факторов, которые могут препятствовать обеспечению точного счисления координат.

Комплексирование сигналов двух вышеперечисленных систем навигации позволяет компенсировать недостатки каждой отдельно взятой системы и использовать в работе их преимущества. В частности, высокоточные, но подверженные дрейфу данные ИНС могут быть скорректированы относительно стабильными, но менее точными и подверженными помехам данными ГНСС. Алгоритмы комплексирования двух и более источников навигационной информации позволяют снабжать самолетные системы корректными навигационными параметрами, прошедшими оптимальную фильтрацию.

В данной работе рассматривается усовершенствованный алгоритм комплексирования навигационных систем на основе расширенного фильтра Винера, который обеспечивает

статистически оптимальную обработку данных от различных источников с учетом их стохастических характеристик [3, 4].

2. Математическое обоснование выбора расширенного фильтра Винера для комплексирования навигационных систем

2.1. Сравнительный анализ методов комплексирования навигационных систем

Для решения задачи комплексирования навигационных данных в настоящее время применяются различные методы, включая фильтр Калмана, фильтр Винера, методы нечеткой логики и нейросетевые подходы. Выбор оптимального метода определяется конкретными условиями применения, требованиями к точности и вычислительными ресурсами бортового оборудования.

Фильтр Калмана является одним из наиболее распространенных методов комплексирования и обладает рядом преимуществ: рекурсивной структурой; возможностью работы в режиме реального времени; учетом динамики системы [5]. Однако для эффективной работы фильтра Калмана требуется точное знание модели динамики системы и характеристик шумов, что не всегда доступно в реальных условиях эксплуатации ВС.

Расширенный фильтр Винера, в отличие от фильтра Калмана, не требует полного знания модели динамики системы и может эффективно работать с использованием только статистических характеристик сигналов и шумов. Это делает его более устойчивым в условиях неопределенности модели и при наличии нестационарных помех [1, 6]. Ниже приведем математическое обоснование выбора расширенного фильтра Винера для решения поставленной задачи.

2.2. Теоретические основы расширенного фильтра Винера

Классическая задача фильтрации Винера формулируется как задача минимизации среднеквадратической ошибки между истинным сигналом $s(t)$ и оценкой этого сигнала $\hat{s}(t)$, полученной путем линейной фильтрации зашумленного наблюдения $y(t) = s(t) + n(t)$, где $n(t)$ – аддитивный шум.

Для дискретного случая, применимого к навигационным системам, расширенный фильтр Винера можно представить в виде

$$\hat{s}[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[k]y[n-k], \quad (1)$$

где $h[k]$ – импульсная характеристика фильтра, N – порядок фильтра.

В отличие от классического фильтра Винера расширенный фильтр учитывает нестационарность статистических характеристик сигналов и шумов, а также возможность комплексирования более двух источников данных. Оптимальная импульсная характеристика фильтра находится из условия минимизации функционала

$$J = E\{(s[n] - \hat{s}[n])^2\}, \quad (2)$$

где $E\{\cdot\}$ – математическое ожидание.

Решение данной задачи оптимизации приводит к системе уравнений Винера – Хопфа

$$\sum_{k=0}^{N-1} h[k]R_{yy}[i-k] = R_{sy}[i], \quad i = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3)$$

где $R_{yy}[m] = E\{y[n]y[n-m]\}$ – автокорреляционная функция наблюдения, $R_{sy}[m] = E\{s[n]y[n-m]\}$ – взаимная корреляционная функция между истинным сигналом и наблюдением.

Для случая комплексирования нескольких навигационных систем расширенный фильтр Винера может быть представлен в векторной форме

$$\hat{s}[n] = \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{H}[k]\mathbf{y}[n-k], \quad (4)$$

где $\mathbf{y}[n] = [y_1[n], y_2[n], \dots, y_M[n]]^T$ – вектор наблюдений от M различных навигационных

систем, $\mathbf{H}[k]$ – матрица импульсных характеристик фильтра.

Оптимальная матрица $\mathbf{H}[k]$ находится из решения матричного уравнения Винера – Хопфа

$$\sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{H}[k]\mathbf{R}_{yy}[i-k] = \mathbf{R}_{sy}[i], \quad i = 0, 1, \dots, N-1, \quad (5)$$

где $\mathbf{R}_{yy}[m]$ – автокорреляционная матрица наблюдений, $\mathbf{R}_{sy}[m]$ – взаимная корреляционная матрица между истинным сигналом и наблюдениями.

2.3. Адаптивная модификация расширенного фильтра Винера

Для повышения эффективности комплексирования навигационных систем в условиях изменяющихся характеристик сигналов и помех предлагается адаптивная модификация расширенного фильтра Винера. Основная идея заключается в использовании скользящего окна для оценки корреляционных функций:

$$\mathbf{R}_{yy}[m, n] = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{y}[n-l]\mathbf{y}^T[n-l-m]; \quad (6)$$

$$\mathbf{R}_{sy}[m, n] = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} s[n-l]\mathbf{y}^T[n-l-m], \quad (7)$$

где L – размер скользящего окна.

Адаптивность фильтра обеспечивается периодическим пересчетом матрицы импульсных характеристик на основе обновленных оценок корреляционных функций. Частота обновления определяется динамикой изменения характеристик сигналов и помех.

Для случая, когда истинный сигнал $\mathbf{s}[n]$ недоступен (что соответствует реальной ситуации), используется метод слепой идентификации, основанный на минимизации взаимной информации между компонентами оцененного сигнала. Это позволяет выделить наиболее информативные компоненты сигнала без априорного знания его характеристик.

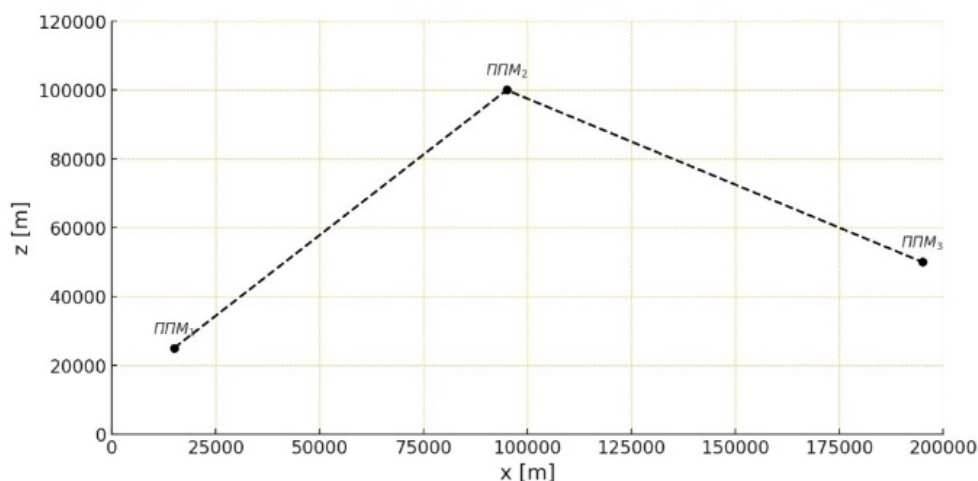


Рис. 1. Маршрутный метод управления ВС
Fig. 1. Route control method of the aircraft

3. Методы оценки эффективности алгоритмов комплексирования навигационных параметров

3.1. Используемые навигационные системы и их характеристики

Для проведения оценки эффективности алгоритмов комплексирования навигационных параметров определим характеристики систем, функционирующих на борту ВС. По данным исследований [1, 6], среднеквадратические погрешности (СКО) определения местоположения ВС для различных навигационных систем составляют:

инерциальная навигационная система (ИНС): $\sigma_{\text{ИНС}} = 6\,500$ м;

система воздушных сигналов (СВС): $\sigma_{\text{СВС}} = 11\,000$ м;

доплеровский измеритель скорости и сноса (ДИСС): $\sigma_{\text{ДИСС}} = 4\,000$ м;

радиосистема ближней навигации (РСБН): $\sigma_{\text{РСБН}} = 400$ м;

спутниковая радионавигационная система (СРНС): $\sigma_{\text{СРНС}} = 175$ м.

Указанные характеристики точности обоснованы экспериментальными данными и результатами исследований погрешностей навигационных систем, эксплуатируемых на современных ВС гражданской авиации [7, 8], кроме ДИСС, который является эксперимен-

тальным допуском, то есть предполагаем, что имеется ДИСС с заданным СКО для экспериментальной апробации.

3.2. Методология исследования и критерии эффективности

В исследовании использовалась математическая модель движения самолета как твердого тела с шестью степенями свободы. При моделировании полета по маршруту (рис. 1) применялся метод управления с использованием убегающей точки [2, 9].

Для критерия эффективности определены следующие показатели:

1) накопленное отклонение (I), описывающее в каждый момент времени отклонение места положения самолета (x, z) при использовании навигационных сигналов от его места положения при идеальном полете (x_{ideal}, z_{ideal}):

$$I = \sqrt{(x - x_{ideal})^2 + (z - z_{ideal})^2}; \quad (8)$$

2) среднее боковое отклонение ($m_{\Delta z}$), которое отражает отклонение маршрута полета от ЛЗП (линии заданного пути) и определяется выражением

$$m_{\Delta z} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\Delta z_i)^2}, \quad (9)$$

где Δz_i – отклонение от ЛЗП в моменте наблюдения i ; M – число наблюдений;

3) точность выхода ВС в конечную точку маршрута (ξ), которая определяется по формуле

$$\xi = \sqrt{(x - x_{wpt})^2 + (z - z_{wpt})^2}; \quad (10)$$

4) вероятность удержания ВС в пределах отведенного коридора относительно линии заданного пути $P(|\Delta z| \leq L_{max})$. Учитывая, что боковое отклонение ЛА от ЛЗП является функцией многих случайных параметров,

$$P(|\Delta z| \leq 200) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\Delta z}} \int_{-200}^{200} \exp\left\{-\frac{[\Delta z - m_{\Delta z}]^2}{2\sigma_{\Delta z}^2}\right\} d\Delta z \Rightarrow$$

$$P(|\Delta z| \leq 200) = \Phi\left[\frac{200 - m_{\Delta z}}{\sigma_{\Delta z}}\right] + \Phi\left[\frac{200 - m_{\Delta z}}{\sigma_{\Delta z}}\right], \quad (12)$$

где $\Phi(a)$ – табулированный интеграл вероятности.

4. Реализация алгоритма комплексирования на основе расширенного фильтра Винера

4.1. Структурная схема алгоритма комплексирования

На рис. 2 представлена структурная схема предлагаемого алгоритма комплексирования навигационных систем на основе расширенного фильтра Винера.

Следует отметить, что в данной работе рассматриваются характеристики современных ДИСС нового поколения, которые обладают значительно улучшенными техническими характеристиками по сравнению с предыдущими моделями. Современные ДИСС, разрабатываемые КБ «Луч» и другими производителями, представляют собой многофункциональные моноблоки с цифровым выводом данных, что существенно упрощает их интеграцию с бортовыми навигационными комплексами. Они отличаются высокой точностью измерения скорости (погрешность не более $\pm 0,25\%$) и угла сноса

плотность вероятности параметра Δz можно полагать подчиненной гауссовскому закону [10, 11–13]:

$$P(\Delta z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\Delta z}} \exp\left\{-\frac{[\Delta z - m_{\Delta z}]^2}{2\sigma_{\Delta z}^2}\right\}, \quad (11)$$

где $\sigma_{\Delta z}$ – дисперсия бокового отклонения Δz .

Будем считать, что допустимое отклонение от ЛЗП не превышает $L_{max} = 200$ м. Следовательно, вероятность того, что ЛА не выйдет за допустимый предел, определяется выражением

(погрешность не более ± 16 угловых минут) благодаря использованию частотной модуляции и современных алгоритмов цифровой обработки сигналов. Некоторые модели, такие как ДИСС-32-28 и Д001, имеют широкий диапазон измеряемых скоростей (от 180 до 4 000 км/ч) и рабочих высот (от 1,6 до 30 000 м), что делает их применимыми как для традиционных воздушных судов, так и для перспективных беспилотных летательных аппаратов.

4.2. Математическая реализация расширенного фильтра Винера для навигационных систем

Применительно к задаче комплексирования навигационных систем расширенный фильтр Винера реализуется следующим образом. Пусть имеется M навигационных систем, каждая из которых предоставляет оценку вектора состояния ВС:

$$y_j[n] = s[n] + n_j[n], \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (13)$$

где $s[n]$ – истинный вектор состояния ВС, $n_j[n]$ – вектор погрешностей j -й навигационной системы.

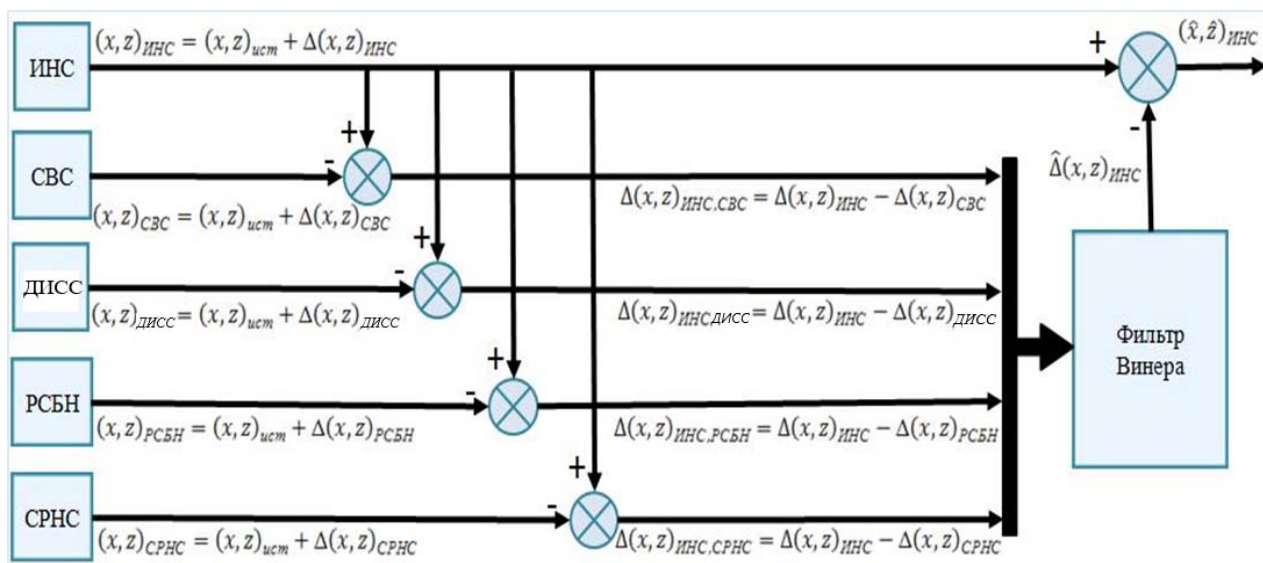


Рис. 2. Структурная схема комплексирования сигналов с помощью расширенного фильтра Винера
Fig. 2. A block diagram of signal integration using an extended Wiener filter

Задача комплексирования состоит в нахождении оптимальной оценки $\hat{\mathbf{s}}[n]$ истинного вектора состояния ВС на основе наблюдений от всех M систем:

$$\hat{\mathbf{s}}[n] = \sum_{j=1}^M \mathbf{W}_j[n] \mathbf{y}_j[n], \quad (14)$$

где $\mathbf{W}_j[n]$ – матрица весовых коэффициентов для j -й навигационной системы.

Оптимальные весовые коэффициенты находятся из условия минимума среднеквадратической ошибки

$$\mathbf{W}_j[n] = \mathbf{R}_s[n] \mathbf{R}_{y_j}^{-1}[n], \quad (15)$$

где $\mathbf{R}_s[n] = E\{\mathbf{s}[n] \mathbf{s}^T[n]\}$ – ковариационная матрица истинного вектора состояния, $\mathbf{R}_{y_j}[n] = E\{\mathbf{y}_j[n] \mathbf{y}_j^T[n]\}$ – ковариационная матрица наблюдений j -й системы.

Ковариационная матрица истинного вектора состояния может быть оценена на основе априорных данных о динамике ВС или с использованием высокоточных эталонных измерений на этапе калибровки системы.

С учетом нестационарности характеристик навигационных систем ковариационные матрицы оцениваются рекурсивно:

$$\mathbf{R}_{y_j}[n] = \alpha \mathbf{R}_{y_j}[n-1] + (1-\alpha) \mathbf{y}_j[n] \mathbf{y}_j^T[n], \quad (16)$$

где α – коэффициент забывания, определяющий скорость адаптации фильтра к изменяющимся условиям ($0 < \alpha < 1$).

Для инициализации рекурсивного алгоритма (16) начальная ковариационная матрица $\mathbf{R}_{y_j}[0]$ может быть задана на основе паспортных характеристик погрешностей навигационных систем или результатов предварительной калибровки.

В случае отказа или временной недоступности одной из навигационных систем соответствующие весовые коэффициенты автоматически корректируются с учетом текущих оценок статистических характеристик оставшихся систем [14–16].

5. Результаты исследования эффективности алгоритма комплексирования

5.1. Анализ точности навигационных систем

На рис. 3 представлены результаты моделирования влияния погрешностей различных навигационных систем на точность выдерживания ЛЗП. Показанные результаты представляют абсолютные отклонения траектории

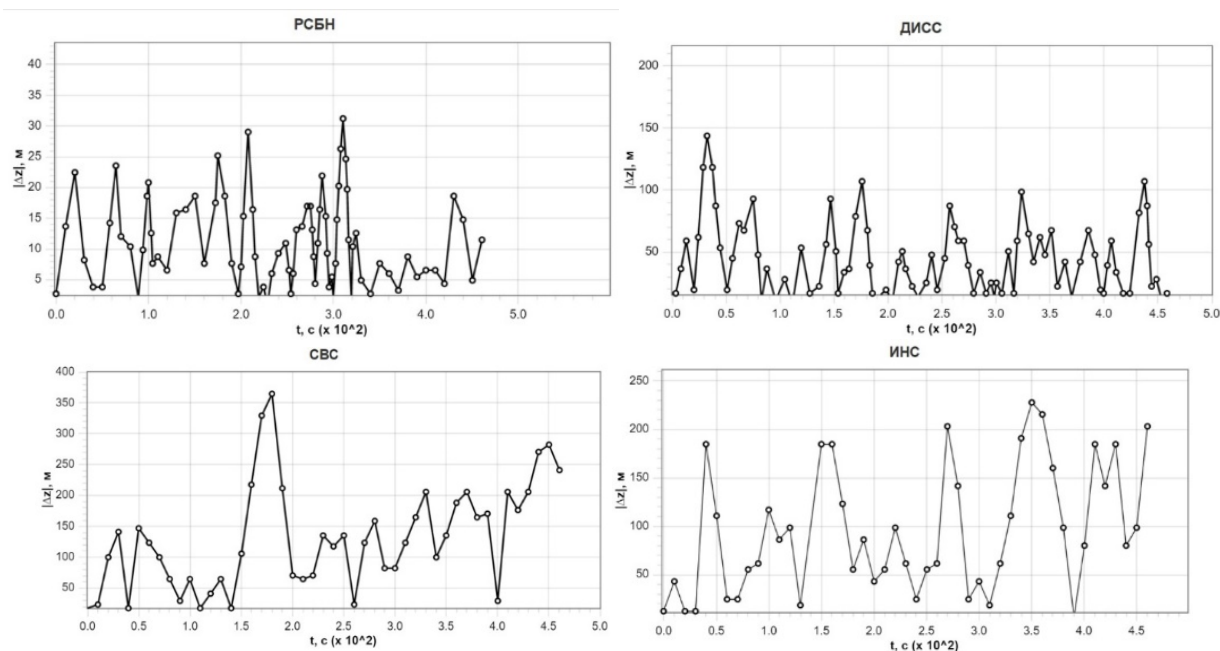


Рис. 3. Абсолютное отклонение маршрута полета от ЛЗП с использованием навигационных систем
Fig. 3. Absolute deviation of the flight route from the course line using navigation systems

Таблица 1
Table 1

Результаты расчета среднеквадратического бокового отклонения
Determination results

Навигационная система	ИНС	СВС	ДИСС	РСБН	СРНС
Среднее боковое отклонение ($m_{\Delta z}$), м	861,4379	2 188,583	416,3014	33,9721	18,0735
Дисперсия бокового отклонения ($\sigma_{\Delta z}^2$), м ²	742 076,64	4 789 818,62	173 286,87	1 154,11	326,65

полета от ЛЗП $|\Delta z|$ в каждый момент наблюдения.

Анализ результатов показывает, что точность удержания ВС на заданной траектории существенно зависит от среднеквадратической погрешности используемой навигационной системы. Как видно из приведенных графиков, наименьшее отклонение от ЛЗП обеспечивается при использовании СРНС, имеющей наименьшую погрешность определения координат, а наибольшее – при использовании СВС.

В табл. 1 приведены результаты расчета среднеквадратического бокового отклонения $m_{\Delta z}$ для различных навигационных систем.

Результаты подтверждают, что СРНС с наименьшей среднеквадратической погреш-

ностью обеспечивает наилучшую точность выдерживания ЛЗП, а СВС с наибольшей погрешностью – наихудшую.

5.2. Эффективность комплексирования с использованием расширенного фильтра Винера

На рис. 4 представлены результаты моделирования абсолютного отклонения от ЛЗП при комплексировании навигационных сигналов с помощью расширенного фильтра Винера.

Сравнение с результатами отдельных навигационных систем (рис. 3) показывает, что комплексирование обеспечивает значительное повышение точности выдерживания

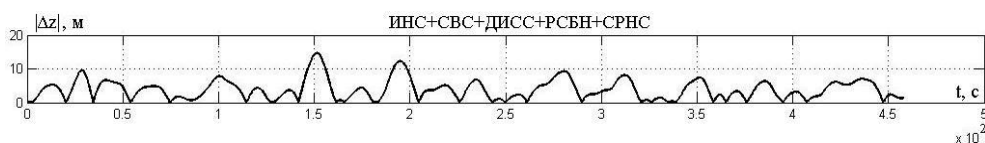


Рис. 4. Абсолютное отклонение от линии заданного пути при комплексировании навигационных сигналов с помощью фильтра Винера

Fig. 4. Absolute deviation from the course line when integrating navigation signals using a Wiener filter

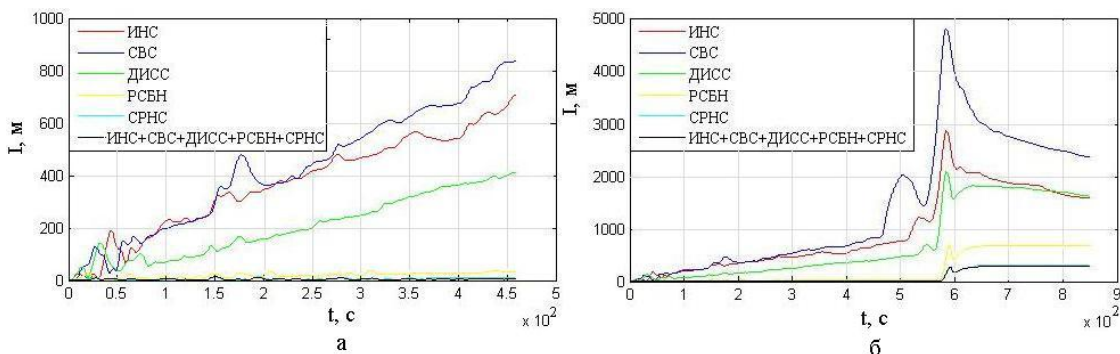


Рис. 5. Зависимость накопленного отклонения I от результатов комплексирования систем навигации при полете: a – по прямой; b – по маршруту

Fig. 5. The dependence of the accumulated deviation I on the results of the integration of navigation systems during flight: a – in a straight line, b – along the route

ЛЗП. При этом точность комплексированной системы превосходит точность наиболее точной отдельной системы (СРНС).

На рис. 5 представлено сравнение накопленного отклонения I при использовании отдельных навигационных систем и при комплексировании.

Графики наглядно демонстрируют, что комплексирование сигналов с помощью расширенного фильтра Винера позволяет существенно уменьшить накопленное отклонение по сравнению с использованием отдельных навигационных систем.

5.3. Устойчивость алгоритма к отказам навигационных систем

Для оценки устойчивости предложенного алгоритма к отказам отдельных навигационных систем выполнено моделирование ситуаций с отсутствием сигнала от одной из систем. На рис. 6 представлены абсолютные отклонения траектории полета от ЛЗП $|\Delta z|$ при отсутствии сигнала в результате, например, неисправности одной из систем навигации.

Результаты показывают, что предложенный алгоритм комплексирования сохраняет работоспособность даже при отказе одной из систем. При этом точность определения положения ВС снижается незначительно и остается выше, чем при использовании отдельной наиболее точной системы из оставшихся. На рис. 7 представлено влияние комплексирования различных комбинаций из четырех навигационных систем на накопленное отклонение I . Характерные скачки на графиках (рис. 7) соответствуют моментам резкого изменения траектории полета при входе в разворот ($t \approx 120$ с) и в начале участка стабилизации после выполнения разворота ($t \approx 240$ с). В эти моменты адаптивный алгоритм фильтра Винера перестраивает весовые коэффициенты в соответствии с изменением динамики полета, что временно увеличивает погрешность оценки местоположения. Результаты моделирования для различных комбинаций из трех (рис. 8–10) и двух (рис. 11–13) навигационных систем подтверждают эффективность предложенного алгоритма комплексирования даже при ограниченном наборе доступных систем. При различных сочетаниях комплексирования двух навигационных систем

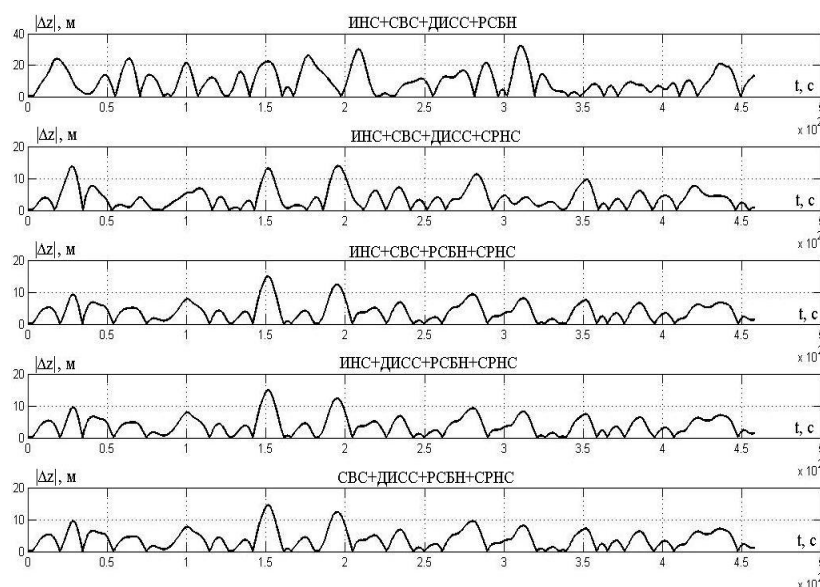


Рис. 6. Абсолютные отклонения траектории полета от ЛЗП
Fig. 6. Absolute deviations of the flight path from the course line (required track)

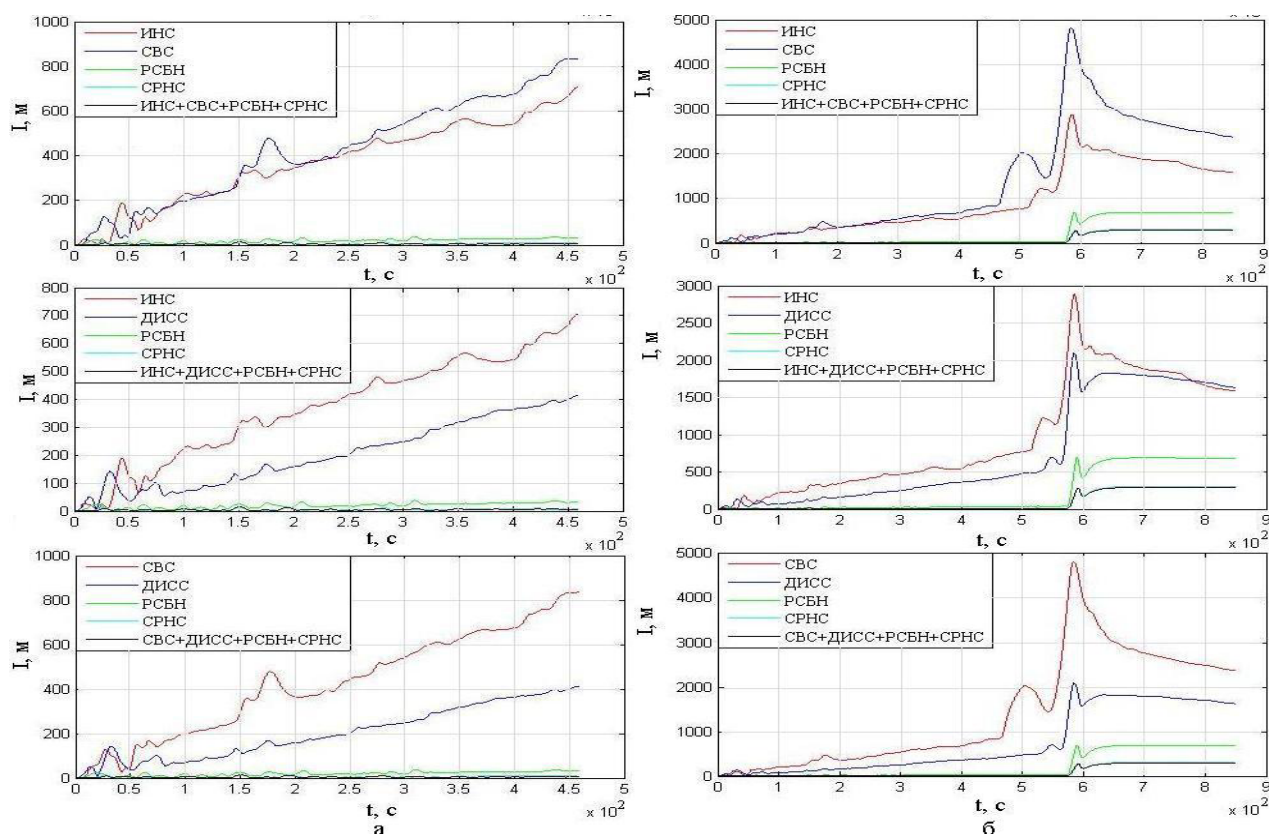


Рис. 7. Влияние комплексирования различных четырех систем на I при полете:
 a – по прямой; b – по маршруту
Fig. 7. The influence of integrating various four systems on I during flight:
 a – in a straight line; b – along a route

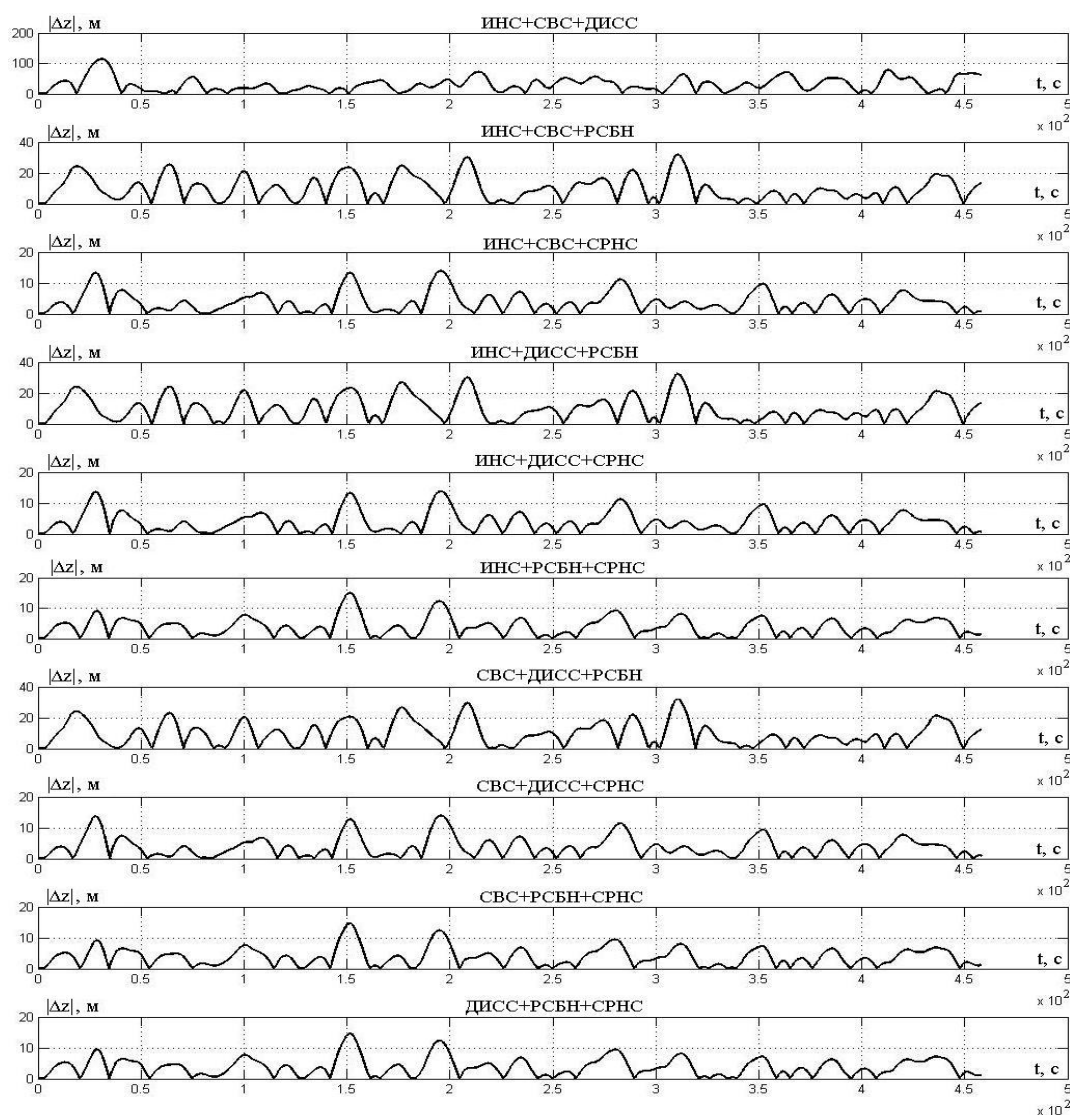


Рис. 8. Результаты определения абсолютного отклонения траектории полета от ЛЗП при комплексировании трех систем

Fig. 8. The results of determining the absolute deviation of the flight path from the course line (required track) during integration of 3 system

результаты определения абсолютного отклонения $|\Delta z|$ и накопленного отклонения I представлены на рис. 11–13. Из рисунков видно, что

использование фильтра Винера для комплексирования различных систем также улучшает точность выдерживания маршрута.

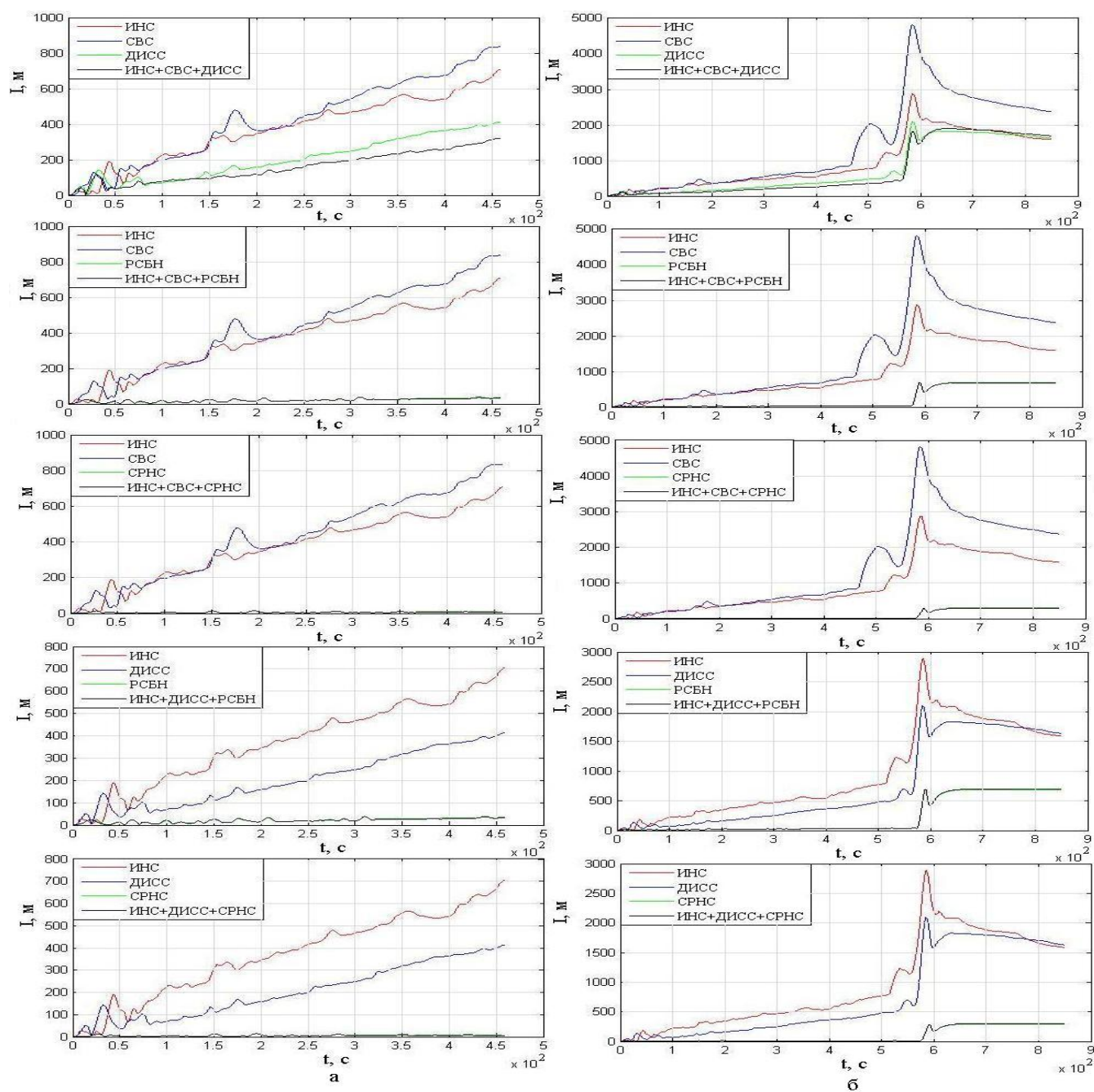


Рис. 9. I при полете: а – по прямой; б – по маршруту
Fig. 9. I when flying: а – in a straight line; б – along the route

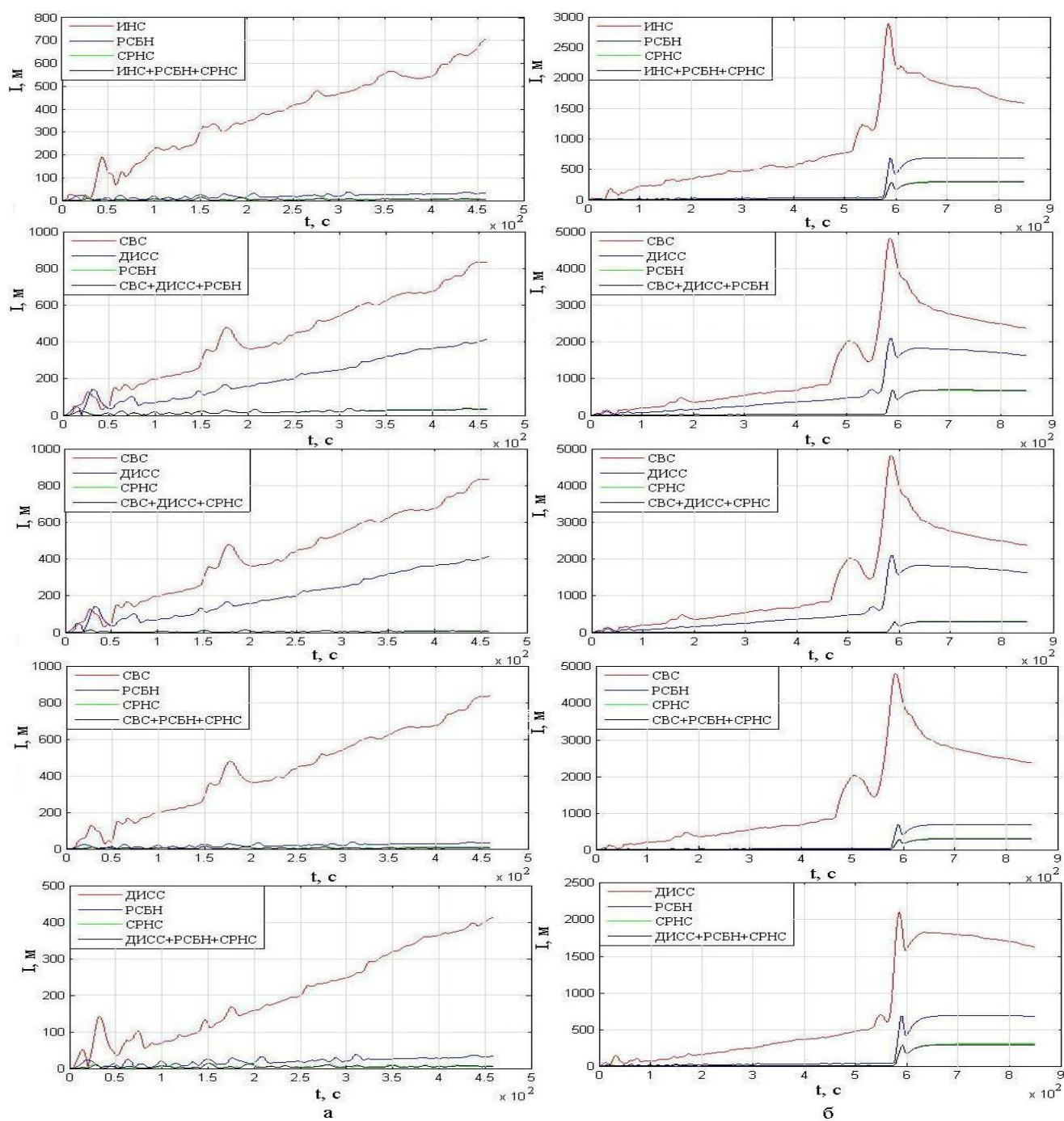


Рис. 10. Накопленное отклонение I при полете: a – по прямой; b – по маршруту
Fig. 10. Accumulated deviation I when flying: a – in a straight line; b – along the route

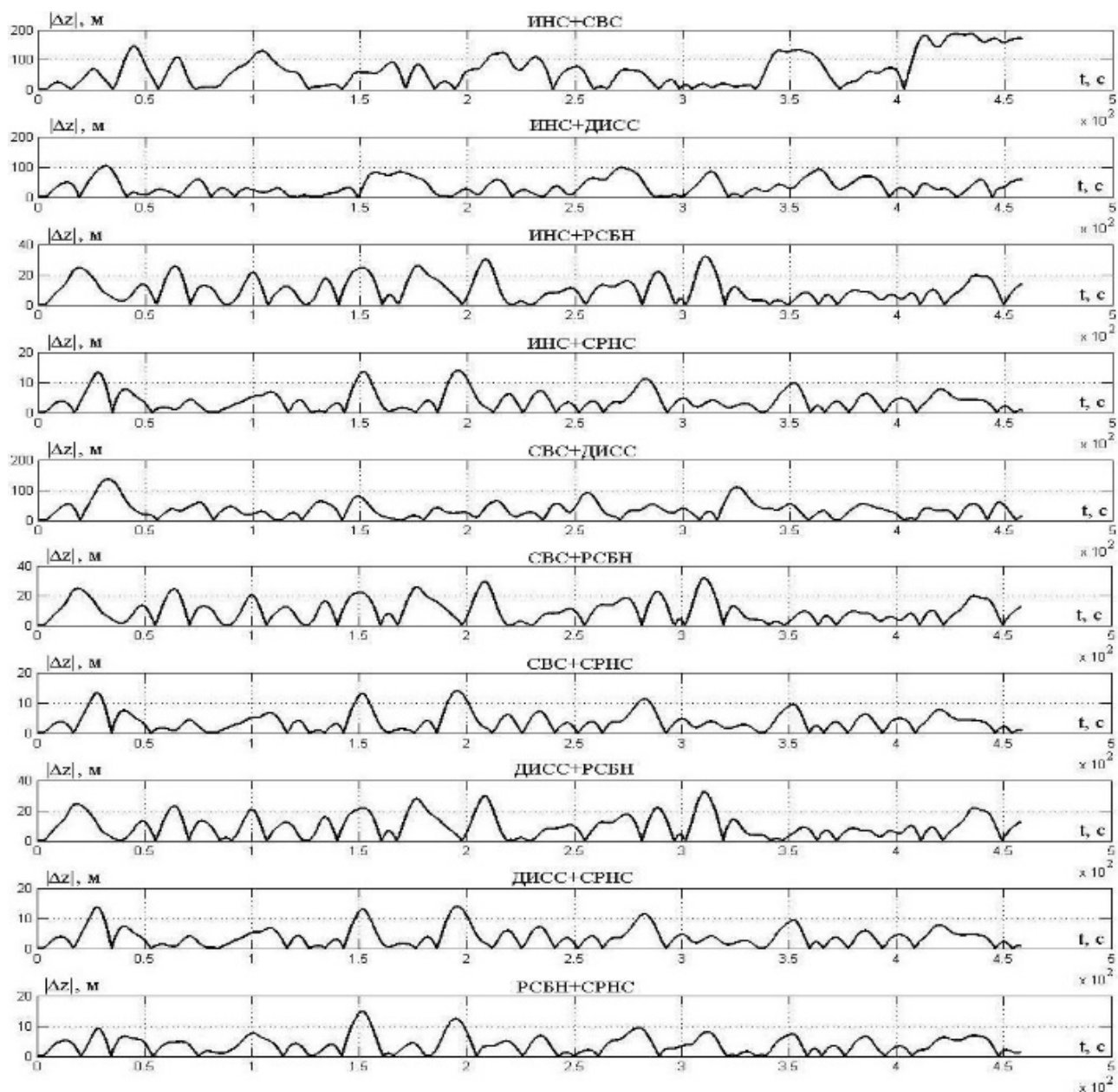


Рис. 11. Результаты определения абсолютного отклонения траектории полета от ЛЗП при комплексировании двух систем
Fig. 11. The results of determining the absolute deviation of the flight path from the course line when integrating two systems

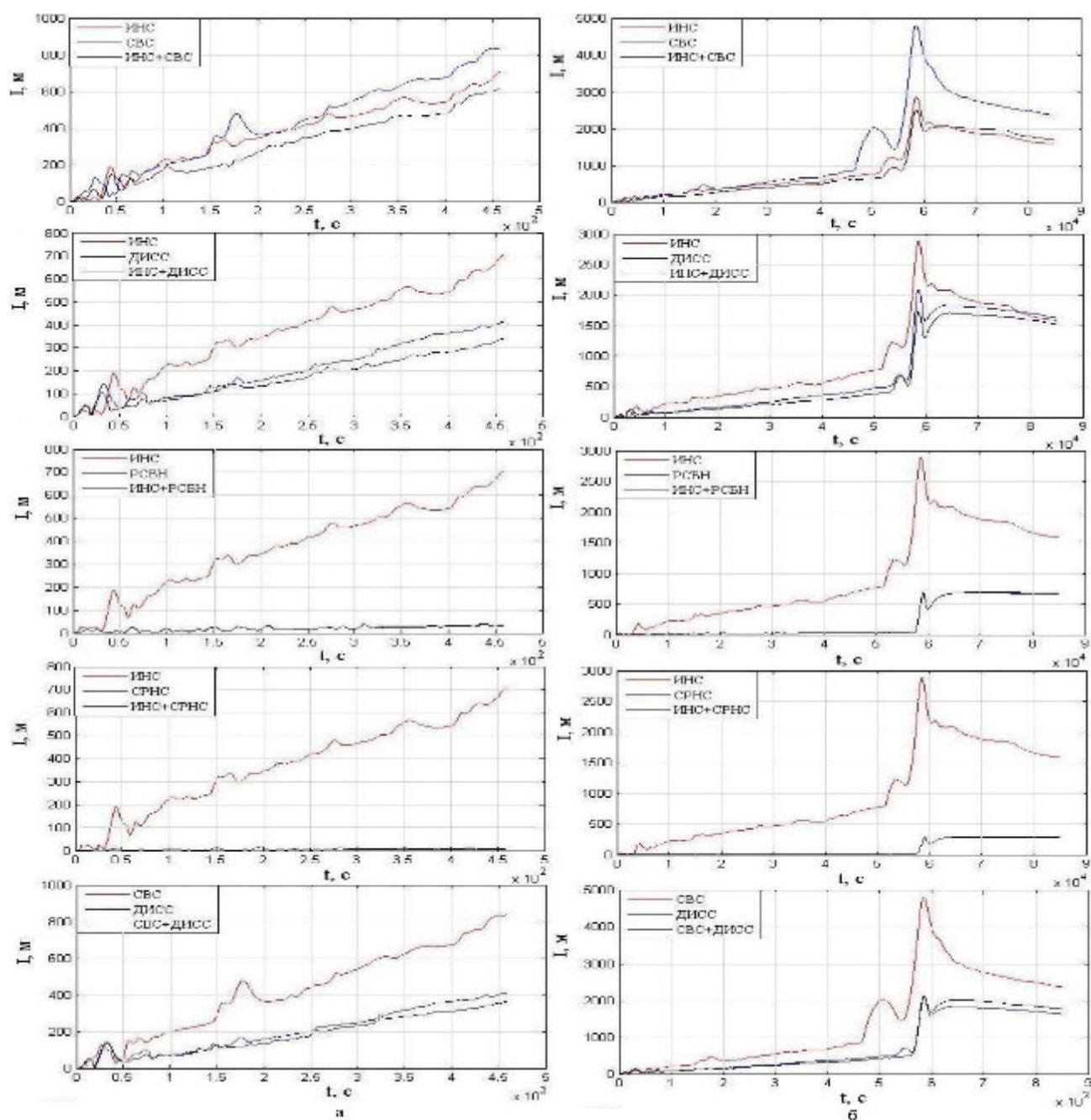


Рис. 12. Накопленное отклонение I при комплексировании двух систем при полете: a – по прямой; b – по маршруту

Fig. 12. Accumulated deviation I when integrating two systems: a – in a straight line; b – along the route

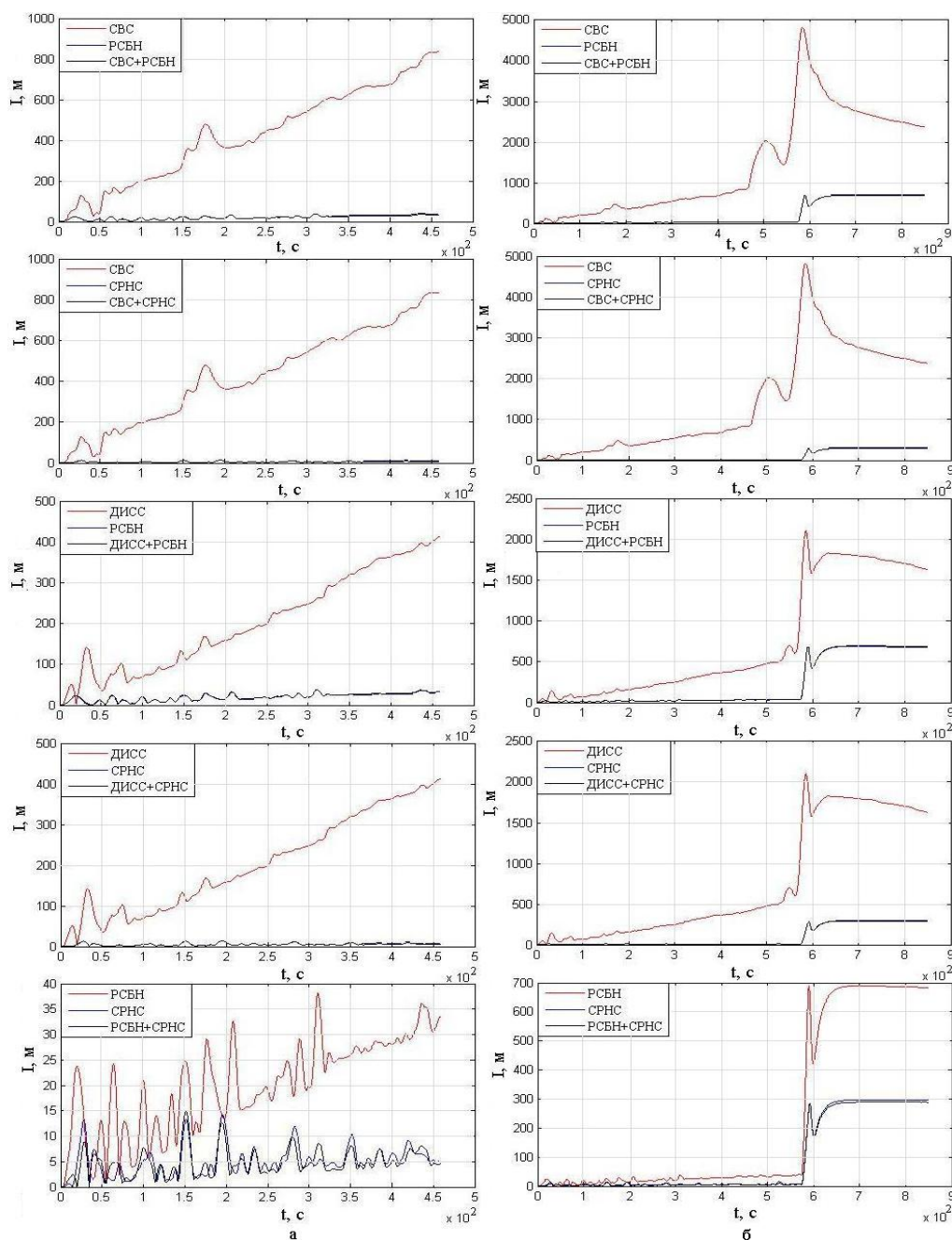


Рис. 13. Накопленное отклонение I при комплексировании двух систем при полете: a – по прямой; b – по маршруту

Fig. 13. Accumulated deviation I when integrating two systems: a – in a straight line; b – along the route

5.4. Вероятностные характеристики удержания ВС в пределах допустимого коридора

На основе полученных статистических характеристик бокового отклонения ВС от ЛЗП были рассчитаны вероятности удержания ВС

в пределах допустимого коридора шириной 200 м. Результаты представлены в табл. 2.

Анализ данных таблицы показывает, что комплексирование навигационных систем с использованием расширенного фильтра Винера позволяет существенно повысить вероятность удержания ВС в пределах допустимого коридора по сравнению с использованием

Таблица 2
Table 2

Вероятность удержания ВС в пределах допустимого коридора (200 м)
The probability of keeping the aircraft within the acceptable range (200 m)

Навигационная система/комбинация	Среднеквадратическое отклонение $\sigma_{\Delta z}$, м	Вероятность $P(\Delta z \leq 200)$
ИНС	862,14	0,2321
СВС	2 188,58	0,0914
ДИСС	416,30	0,4812
РСБН	33,97	0,9999
СРНС	18,07	0,9999
Комплексирование всех систем	12,35	0,9999994
Комплексирование (ИНС, ДИСС, РСБН, СРНС)	14,21	0,9999990
Комплексирование (ДИСС, РСБН, СРНС)	15,83	0,9999987
Комплексирование (РСБН, СРНС)	16,94	0,9999983

отдельных навигационных систем. При этом наибольшая вероятность достигается при комплексировании всех доступных систем.

6. Математический анализ причин повышения точности при комплексировании

Для теоретического обоснования полученных экспериментальных результатов проведем математический анализ влияния комплексирования на точность определения местоположения ВС [17].

Пусть имеются M независимых навигационных систем, каждая из которых предоставляет оценку вектора состояния ВС с дисперсией погрешности σ_i^2 . При комплексировании данных с использованием расширенного фильтра Винера дисперсия результирующей погрешности определяется выражением

$$\sigma_{res}^2 = \left(\sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma_i^2} \right)^{-1}. \quad (17)$$

Для случая комплексирования двух систем с дисперсиями σ_1^2 и σ_2^2 получаем

$$\sigma_{res}^2 = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (18)$$

Очевидно, что $\sigma_{res}^2 < \min(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$, это подтверждает теоретически наблюдаемый эффект повышения точности при комплексировании.

Для адаптивного расширенного фильтра Винера с рекуррентной оценкой статистических характеристик сигналов и шумов, дисперсия результирующей погрешности определяется более сложным выражением

$$\sigma_{res}^2[n] = \sigma_s^2[n] - \sum_{i=1}^M \mathbf{K}_i^T[n] \mathbf{R}_i[n] \mathbf{K}_i[n], \quad (19)$$

где $\sigma_s^2[n]$ – априорная дисперсия вектора состояния, $\mathbf{K}_i[n]$ – коэффициент усиления фильтра для i -й системы, $\mathbf{R}_i[n]$ – ковариационная матрица измерений i -й системы.

Данное выражение объясняет зависимость точности комплексированной системы от статистических характеристик отдельных навигационных систем и их взаимного корреляционного влияния.

7. Заключение

Проведенное исследование эффективности алгоритмов комплексирования навигационных систем на основе расширенного фильтра Винера позволяет сделать следующие выводы.

1. Комплексирование сигналов навигационных систем с применением расширенного фильтра Винера обеспечивает значительное повышение точности определения местоположения ВС по сравнению с использованием отдельных навигационных систем. При этом среднеквадратическое боковое отклонение от ЛЗП уменьшается с 18,07 м (для наиболее точной системы СРНС) до 12,35 м при комплексировании всех доступных систем.

2. Предложенный алгоритм комплексирования обладает высокой устойчивостью к отказам отдельных навигационных систем. Даже при отказе наиболее точной системы (СРНС) точность определения местоположения ВС остается достаточно высокой за счет адаптивного перераспределения весовых коэффициентов в фильтре.

3. Вероятность удержания ВС в пределах допустимого коридора шириной 200 м при использовании комплексированной системы составляет 0,9999994, что превышает соответствующий показатель для наиболее точной отдельной системы (0,9999 для СРНС).

4. Математический анализ подтверждает, что улучшение точности при комплексировании является следствием оптимальной статистической обработки данных от различных навигационных систем с учетом их стохастических характеристик.

5. Адаптивность расширенного фильтра Винера обеспечивает эффективное комплексирование навигационных систем в условиях изменяющихся характеристик сигналов и помех, что особенно важно для обеспечения безопасности полетов в сложных условиях.

Таким образом, использование расширенного фильтра Винера для комплексирования навигационных систем является эффективным методом повышения точности, надежности и безопасности навигации воздушных судов.

Список литературы

1. **Петраш В.Я.** Методы и модели автоматизированного проектирования летательных аппаратов: учеб. пособие. М.: Изд-во МАИ, 2007. 92 с.

2. **Blomenhofer H.** Accuracy, Integrity and availability of GLS-based autopilot coupled

aircraft landings // NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation. 1996. Vol. 43, iss. 4. Pp. 420–436. DOI: 10.1002/j.2161-4296.1996.tb01930.x

3. **Виндекер А.В., Парафесь С.Г.** Выбор конструкционного материала и внешней геометрии газового руля системы склонения беспилотного летательного аппарата // Научный вестник МГТУ ГА. 2018. Т. 21, № 1. С. 67–76. DOI: 10.26467/2079-0619-2018-21-1-67-76

4. **Маркелов В.В.** Реализация построения маршрутных траекторий для отображения на бортовых многофункциональных индикаторах / В.В. Маркелов, М.О. Костишин, И.О. Жаринов, В.А. Нечаев // Информационно-управляющие системы. 2016. № 1 (80). С. 40–49. DOI: 10.15217/issn1684-8853.2016.1.40

5. **Петраш В.Я.** Особенности автоматизированного проектирования беспилотных летательных аппаратов с аэрогазодинамическим управлением. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. 95 с.

6. **Петраш В.Я.** Баллистическое и массово-геометрическое проектирование беспилотных ЛА в учебной САПР: учеб. пособие. М.: Изд-во МАИ, 2020. 98 с.

7. **Яковлев Г.А., Масальцева Е.К.** Моделирование траектории полета ракеты с вертикальным пуском // Техника XXI века глазами молодых ученых и специалистов. 2018. № 17. С. 393–402.

8. **Chen Q.** Comparison of different k-ε models for indoor air flow computations // Numerical Heat Transfer. 1995. Vol. 28, no. 3. Pp. 353–369. DOI: 10.1080/10407799508928838

9. **Du W., Zhou H., Chen W.** Trajectory optimization for agile-turn of vertically launched missile // 2016 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, 2016. Pp. 2110–2115. DOI: 10.1109/ICMA.2016.7558892

10. **Маркелов В.В., Костишин М.О., Шукалов А.В.** Коррекция курса инерциальной навигационной системы до взлета самолета по информации от спутниковой навигационной системы // Информационно-управляющие системы. 2015. № 6 (79). С. 34–39. DOI: 10.15217/issn1684-8853.2015.6.34

11. Ma H.Y., Cheng P.F., Huang H.D. Research on the complete integrated GPS/INS navigation system of velocity and attitude // *Bulletin of Surveying and Mapping*. 2016. No. 3. Pp. 10–14.

12. Murty C., Chakraborty D. Numerical characterisation of jet-vane based thrust vector control systems // *Defence Science Journal*. 2015. Vol. 65, no. 4. Pp. 261–264. DOI: 10.14429/dsj.65.7960

13. Murty C., Rao M.S., Chakraborty D. Numerical simulation of nozzle flow field with jet-vane based thrust vector control [Электронный ресурс] // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G Journal of Aerospace Engineering*. 2010. Vol. 224, no. 5. Pp. 541–548. DOI: 10.1243/09544100JAERO677 (дата обращения: 15.08.2024).

14. Tan X., Jian W., Han H. SVR aided adaptive robust filtering algorithm for GPS/INS integrated navigation // *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*. 2014. Vol. 43, no. 6. Pp. 590–606. DOI: 10.13485/j.cnki.11-2089.2014.0093

15. Tekin R., Atesoglu O., Leblebicioglu K. Flight control algorithms for a vertical launch air defense missile // *Advances in Aerospace Guidance, Navigation and Control* / Под ред. Q. Chu, B. Mulder, D. Choukroun, E.J. van Kampen, C. de Visser, G. Looye. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. Pp. 73–84. DOI: 10.1007/978-3-642-38253-6_6

16. Yogesh M., Hari Rao A.N. Solid particle erosion response of fiber and particulate filled polymer based hybrid composites: a review // *Journal of Engineering Research and Applications*. 2016. Vol. 6, iss. 1. Pp. 25–39.

17. Jiang C., Zhang S.B., Zhang Q.Z. Adaptive estimation of multiple fading factors for GPS/INS integrated navigation systems [Электронный ресурс] // *Sensors*. 2017. Vol. 17, iss. 6. ID: 1254. DOI: 10.3390/s17061254 (дата обращения: 15.08.2024).

References

1. Petrash, V.Ya. (2007). Methods and models of computer-aided aircraft design: Tutorial. Moscow: MAI, 92 p. (in Russian)

2. Blomenhofer, H. (1996). Accuracy, Integrity and availability of GLS-based autopilot coupled aircraft landings. *NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation*, vol. 43, issue 4, pp. 420–436. DOI: 10.1002/j.2161-4296.1996.tb01930.x

3. Vindeker, A.V., Parafes', S.G. (2018). Choice of structural material and external gas rudder geometry of declination system of unmanned aerial vehicle. *Civil Aviation High Technologies*, vol. 21, no. 1, pp. 67–76. DOI: 10.26467/2079-0619-2018-21-1-67-76 (in Russian)

4. Markelov, V.V., Kostishin, M.O., Zharinov, I.O., Nechaev, V.A. (2016). Forming route trajectories for airborne multi-function displays. *Information and control systems*, no. 1 (80), pp. 40–49. DOI: 10.15217/issn1684-8853.2016.1.40 (in Russian)

5. Petrash, V.Ya. (2009). Features of automated design of unmanned aerial vehicles with aerogasdynamic control. Moscow: MAI-PRINT, 95 p. (in Russian)

6. Petrash, V.Ya. (2020). Ballistic and mass-geometric design of unmanned aerial vehicles in an educational CAD system: Tutorial. Moscow: MAI, 98 p. (in Russian)

7. Yakovlev, G.A., Masaltseva, E.K. (2018). Modeling the flight course of vertical launching rockets. *Tekhnika XXI veka glazami molodykh uchenykh i spetsialistov*, no. 17, pp. 393–402. (in Russian)

8. Chen, Q. (1995). Comparison of different k-ε models for indoor air flow computations. *Numerical Heat Transfer*, vol. 28, no. 3, pp. 353–369. DOI: 10.1080/10407799508928838

9. Du, W., Zhou, H., Chen, W. (2016). Trajectory optimization for agile-turn of vertically launched missile. In: *2016 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, pp. 2110–2115. DOI: 10.1109/ICMA.2016.7558892

10. Markelov, V.V., Kostishin, M.O., Shukalov, A.V. (2015). Aircraft inertial navigation system pre-takeoff course correction by information from a satellite navigation system. *Information and control systems*, no. 6 (79), pp. 34–39. DOI: 10.15217/issn1684-8853.2015.6.34 (in Russian)

11. Ma, H.Y., Cheng, P.F., Huang, H.D. (2016). Research on the complete integrated GPS/INS navigation system of velocity and attitude. *Bulletin of Surveying and Mapping*, no. 3, pp. 10–14.

12. Murty, C., Chakraborty, D. (2015). Numerical characterisation of jet-vane based thrust vector control systems. *Defence Science Journal*, vol. 65, no. 4, pp. 261–264. DOI: 10.14429/dsj.65.7960

13. Murty, C., Rao, M.S., Chakraborty, D. (2010). Numerical simulation of nozzle flow field with jet-vane based thrust vector control. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G Journal of Aerospace Engineering*, vol. 224, no. 5, pp. 541–548. DOI: 10.1243/09544100JAERO677 (accessed: 15.08.2024).

14. Tan, X., Jian, W., Han, H. (2014). SVR aided adaptive robust filtering algorithm for GPS/INS integrated navigation. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, vol. 43, no. 6,

pp. 590–606. DOI: 10.13485/j.cnki.11-2089.2014.0093

15. Tekin, R., Atesoglu, O., Leblebicioglu, K. (2013). Flight control algorithms for a vertical launch air defense missile. In: *Advances in Aerospace Guidance, Navigation and Control*, in Chu Q., Mulder B., Choukroun D., van Kampen E.J., de Visser C., Looye G. (eds). Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 73–84. DOI: 10.1007/978-3-642-38253-6_6

16. Yogesh, M., Hari Rao, A.N. (2016). Solid particle erosion response of fiber and particulate filled polymer based hybrid composites: a review. *Journal of Engineering Research and Applications*, vol. 6, issue 1, pp. 25–39.

17. Jiang, C., Zhang, S.B., Zhang, Q.Z. (2017). Adaptive estimation of multiple fading factors for GPS/INS integrated navigation systems. *Sensors*, vol. 17, issue 6, ID: 1254. DOI: 10.3390/s17061254 (accessed: 15.08.2024).

Сведения об авторах

Засухин Александр Сергеевич, начальник учебно-тренажерного центра, старший преподаватель кафедры двигателей летательных аппаратов МГТУ ГА, a.zasuhin@mstuca.ru.

Будаев Владислав Дмитриевич, старший преподаватель кафедры двигателей летательных аппаратов МГТУ ГА, vlad_budaev@mail.ru.

Сизиков Даниил Олегович, старший преподаватель кафедры технической эксплуатации авиационных электросистем и пилотажно-навигационных комплексов МГТУ ГА, d.sizikov@mstuca.ru.

Information about the authors

Alexander S. Zasukhin, The Head of the Training and Simulator Center, Senior Lecturer, the Chair of Aircraft Engine Engineering, Moscow State Technical University of Civil Aviation, a.zasuhin@mstuca.ru.

Vladislav D. Budaev, Senior Lecturer, the Chair of Aircraft Engine Engineering, Moscow State Technical University of Civil Aviation, vlad_budaev@mail.ru.

Daniil O. Sizikov, Senior Lecturer, Electrical Systems and Flight Navigation Complexes Maintenance Chair, Moscow State Technical University of Civil Aviation, d.sizikov@mstuca.ru.

Поступила в редакцию
Одобрена после рецензирования
Принята в печать

15.10.2024
07.05.2025
25.09.2025

Received
Approved after reviewing
Accepted for publication

15.10.2024
07.05.2025
25.09.2025