

УДК 532.5.013

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ МЕТОДОМ ВИХРЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЗАМКНУТЫХ ВИХРЕВЫХ ПЕТЕЛЬ

С.А. ДЕРГАЧЕВ, Г.А. ЩЕГЛОВ

Описывается новая модификация метода вихревых элементов, в которой используются замкнутые вихревые петли для расчета пространственного обтекания тел потоком несжимаемой среды и определения нестационарных гидродинамических нагрузок. Предложен оригинальный алгоритм моделирования генерации замкнутых петель на поверхности обтекаемого тела и их эволюции в потоке. Обсуждаются результаты тестирования алгоритма на задачах обтекания сферы и цилиндра. Показано, что полученные в расчете распределения давления по поверхности тел удовлетворительно согласуются с известными экспериментальными данными.

Ключевые слова: вихревые нити, метод вихревых элементов, вычислительная гидродинамика, обтекание тел, поток несжимаемой среды.

ВВЕДЕНИЕ

При моделировании пространственного обтекания тел методом вихревых элементов используются три эмпирических модели: модель вихревого элемента, модель генерации вихревых элементов на обтекаемой поверхности, модель распределения завихренности в следе.

В методе дискретных вихрей рассматриваются отрезки вихревых нитей, соединенные в замкнутые рамки [1, 2]. Вне отрезков завихренность отсутствует. Из рамок в следе за телом формируются тонкие неразрывные вихревые пелены. Генерация новых рамок производится на конечном числе кривых, обычно априорно заданных на обтекаемой поверхности. Метод требует использования дополнительных эмпирических моделей для динамического определения мест отрыва потока и моделирования перестроения вихревых структур, например, при взаимодействии пелен или разрыве пелен при обтекании тел.

В методах изолированных вихревых частиц у вихревого элемента-вортона основная часть завихренности сосредоточена в точке [3], на отрезке [4] или в эллипсоиде [5], а дополнительная завихренность распределена в пространстве, и ее интенсивность затухает на бесконечности. Вихревой след за телом формируется из множества вихревых вихревых элементов, что позволяет эффективно моделировать перестроение вихревых структур. Генерация новых вихревых элементов производится на всей поверхности обтекаемого тела. Области отрыва потока формируются в расчете естественным образом за счет самоорганизации вихревых элементов. Данные методы требуют больших вычислительных затрат и использования эмпирических моделей для компенсации дополнительной завихренности вблизи тела.

В комбинированных методах вихревые пелены из замкнутых рамок на заданном расстоянии от тела разделяются на вихревые вихревые элементы [6, 7]. Однако в этих методах сохраняются трудности при моделировании отрыва потока на гладкой поверхности. Относительно недавно предложен подход, при котором на поверхности обтекаемого тела генерируются замкнутые вихревые петли, которые затем сбрасываются в поток [8]. Давление при этом не вычислялось.

Целью данной работы является построение модификации метода вихревых элементов, в котором используются замкнутые вихревые петли для расчета пространственного обтекания тел и определения нестационарных гидродинамических нагрузок. Задача методических исследований состоит в тестировании разработанного авторами алгоритма на классических примерах обтекания сферы и цилиндра. Работа продолжает начатые ранее исследования [9].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

В безграничной области рассматривается пространственное обтекание потоком несжимаемой среды покоящегося абсолютно жесткого тела. С телом связана неподвижная система координат $OXYZ$. Движение среды, имеющей плотность ρ_∞ и малую вязкость, описывается уравнением неразрывности и уравнением сохранения импульса с граничным условием прилипания на обтекаемой поверхности и граничным условием отсутствия возмущений на бесконечности. Начальные условия соответствуют режиму бесциркуляционного обтекания тела. Требуется определить распределение давления по поверхности обтекаемого тела на установившемся режиме обтекания, когда за телом возникает развитый вихревой след.

Допущение о несжимаемости среды дает возможность определять поле скоростей $\vec{V}(\vec{r}, t)$ по полю завихренности $\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{V}$ с использованием закона Био-Савара, что позволяет удовлетворить уравнению неразрывности и граничному условию отсутствия возмущений на бесконечности. Поле давления также может быть восстановлено по полю завихренности с использованием аналога интеграла Коши-Лагранжа [10, 11]. Допущение о малой вязкости среды, позволяет ввести упрощающее предположение о том, что ее влияние проявляется только в двух процессах: рождении вихревых нитей в тонком пристеночном слое вблизи поверхности тела и перезамыкании вихревых нитей, сблизившихся на малое расстояние в области течения.

Используется лагранжево описание эволюции завихренности, при котором для маркеров $\vec{r}$, с которыми связана завихренность, уравнение сохранения импульса имеет вид:

$$\frac{D\vec{r}}{Dt} = \vec{V}; \quad \frac{D\vec{\Omega}}{Dt} = (\vec{\Omega} \cdot \nabla) \vec{V}. \quad (1)$$

В начальный момент времени распределение завихренности на поверхности тела обеспечивает бесциркуляционное обтекание. Для удовлетворения граничного условия на теле используется гипотеза Лайтхилла: завихренность $\vec{\Omega}_K$ генерируется на всей поверхности обтекаемого тела и вся уносится потоком в область течения [12]. Рассматриваются обтекаемые тела с замкнутой поверхностью, что позволяет удовлетворить условию прилипания при определении интенсивности генерируемой завихренности из условия непротекания [13]:

$$\vec{V}(\vec{r}_K) \cdot \vec{n}_K = (\vec{V}(\vec{\Omega}) + \vec{V}(\vec{\Omega}_K) + \vec{V}_\infty) \cdot \vec{n}_K = 0, \quad (2)$$

где $\vec{n}_K$ – единичный вектор внешней нормали к поверхности тела в точке $\vec{r}_K$.

Для численного интегрирования системы (1) с условиями (2) в течение промежутка времени $0 \leq t \leq T$ в данной работе используется метод вихревых элементов с замкнутыми вихревыми петлями. Вихревая пелена состоит из K замкнутых вихревых нитей – вихревых петель одинаковой интенсивности Γ . Вихревая петля с номером $k \in [1, K]$ моделируется ломаной линией из вихревых отрезков с числом вершин N_k . Вершины ломаной играют роль лагранжевых маркеров. Координата вершины с номером $i \in [1, N_k]$ в неподвижной системе координат задана радиус-вектором $\vec{r}_{ki}$. Движение вихревой петли описывается перемещением маркеров по траекториям жидких частиц:

$$\frac{d\vec{r}_{ki}}{dt} = \vec{V}_{ki}, \quad \vec{r}_{ki}(0) = \vec{r}_{ki}^0, \quad i = 1..N_k, k = 1..K. \quad (3)$$

При вычислении скорости маркеров считается, что отрезок вихревой нити между маркерами $\Delta \vec{r}_{ki} = \vec{r}_{ki+1} - \vec{r}_{ki}$ является прямолинейным. Скорость $\vec{v}_{ki}(\vec{r})$, индуцируемая одним отрезком единичной интенсивности в точке наблюдения, вычисляется по закону Био-Савара [4]. Рост скоростей при приближении к оси отрезка при вычислениях исключается введением радиуса вихря ε – радиуса трубки, внутри которой скорости линейно убывают до нуля.

Для удовлетворения граничного условия на поверхности тела задана сетка из N_p многоугольных плоских вихревых рамок с одинаковым числом вихревых отрезков-ребер N_g . Координаты l -ой ($l \in [1, N_g]$) вершины рамки с номером $j \in [1, N_p]$ заданы радиус-вектором $\vec{r}_{lj}$. Определены внешняя нормаль к плоскости рамки $\vec{n}_{Kj}$ и контрольная точка $\vec{r}_{Kj} = N_g^{-1} \sum_{l=1}^{N_g} \vec{r}_{lj}$. Вершины рамок, контрольные точки и нормали заданы геометрической моделью обтекаемого тела, а интенсивность вихревых рамок γ_j определяется в контрольных точках как

$$[\sigma]\{\gamma\} = \{V_n\}, \quad (4)$$

где $[\sigma]$ – матрица нормальных составляющих скосов потока, элементы которой равны $\sigma_{jl} = \vec{n}_{Kj} \cdot \sum_{s=1}^{N_g} \vec{v}_{sl}(\vec{r}_{Kj})$, $\vec{v}_{sl}(\vec{r})$ – влияние отрезка; $\{\gamma\}$ – вектор интенсивностей; $\{V_n\}$ – вектор нормальных составляющих скорости среды в контрольных точках. Поскольку для замкнутой поверхности система (4) вырождена, вводится регуляризирующая переменная и дополнительное условие равенства нулю суммы интенсивностей. Для недеформируемого тела матрица $[\sigma]$ может быть вычислена и обращена перед началом интегрирования (3).

Окончательно вектор скорости маркера в (3) определяется суммарным влиянием всех отрезков, принадлежащих петлям в области течения и рамкам на теле

$$\vec{V}_{ki} = \vec{V}_\infty + \Gamma \sum_{l=1}^K \sum_{m=1}^{N_k} \vec{v}_{lm}(\vec{r}_{ki}) + \sum_{j=1}^{N_p} \gamma_j \sum_{s=1}^{N_g} \vec{v}_{sj}(\vec{r}_{ki}). \quad (5)$$

Численное интегрирование системы (3) осуществляется с шагом Δt . При этом производится сглаживание геометрии петель, выравнивание длины отрезков одной петли и пересамывание петель в соответствии с алгоритмом, подробно рассмотренном в работе [9].

Начальными условиями для эволюции вихревых петель являются параметры нитей в момент их рождения на поверхности обтекаемого тела. Количество вихревых петель в потоке в процессе расчета увеличивается за счет рождения новых петель на поверхности тела. На шаге интегрирования системы (3) параметры новых вихревых петель определяются в соответствии с описанным ниже алгоритмом.

АЛГОРИТМ ГЕНЕРАЦИИ ВИХРЕВЫХ ПЕТЕЛЬ

Алгоритм генерации новых вихревых петель на поверхности обтекаемого тела состоит из трех шагов: генерация вихревого слоя; построение петель; сброс петель.

Шаг 1. Генерация вихревого слоя. Генерация вихревого слоя сводится к вычислению интенсивностей вихревых рамок γ_j путем решения системы уравнений (4).

Шаг 2. Построение петель. По известному вектору $\{\gamma\}$ определяются максимальная и минимальная интенсивности рамок $M = \max(\gamma_j)$, $m = \min(\gamma_j)$. Далее на основе $\{\gamma\}$ строится распределение интенсивности вихревого слоя по обтекаемой поверхности $\gamma(\vec{r}_K)$.

Каждая j -я рамка ($j \in [1, N_p]$) разбивается на N_g треугольников. Как показано на рис. 1 на примере участка сетки с четырехугольными вихревыми рамками, треугольники образованы вершинами одного ребра рамки и контрольной точкой. Определяются интенсивности вихревого слоя в вершинах треугольников (G_j, Φ_i, Φ_k). Интенсивность в контрольной точке соответствует интенсивности рамки, к которой она относится $G_j = \gamma_j$. Интенсивность в узле рамки определяется осреднением интенсивностей рамок, прилежащих к данному узлу. Например, для четырехугольной панели, представленной на рис. 1, $\Phi_2 = (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4)/4$.

Распределение интенсивности внутри треугольника с известными интенсивностями в вершинах (G_j, Φ_i, Φ_k) определяется интерполяцией по линейному закону.

Вихревые петли строятся как линии уровня $\gamma(\vec{r}_K)$. Количество уровней N_q определяется как целая часть выражения $N_q = [(M - m)/\Gamma] - 1$.

Для уровня с номером $q \in [1, N_q]$ интенсивностью $\gamma_q = [(M + m)/2] + \Gamma \cdot (q - N_q/2)$ определяются треугольники, в которых $\min(G_j, \Phi_i, \Phi_k) < \gamma_q < \max(G_j, \Phi_i, \Phi_k)$. В каждом из этих треугольников на ребрах линейной интерполяцией определяются точки начала и конца отрезка вихревой петли, интенсивность в которых соответствует γ_q . Направление отрезка согласуется с направлением $\vec{e}_q = \vec{e}_\gamma \times \vec{n}$, где $\vec{e}_K$ – единичный вектор градиента $\gamma(\vec{r}_K)$ для данного треугольника; $\vec{n}$ – единичный вектор внешней нормали к плоскости треугольника. Полученные отрезки объединяются в замкнутые ломаные линии на поверхности тела. Для одного уровня интенсивности γ_q на поверхности тела может быть создана одна или несколько петель.

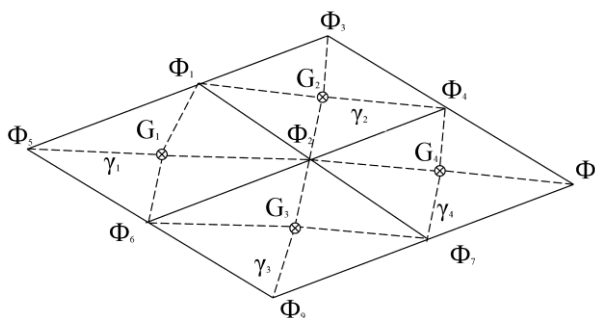


Рис. 1. Пример разделения вихревых рамок на вспомогательные треугольники

Шаг 3. Сброс петель. Полученные вихревые петли отодвигаются по нормали от каждой панели поверхности тела на расстояние Δ и пополняют вихревую пелену. При этом на текущем шаге, после генерации петли, ее вклад в поле скоростей не учитывается, а для построения поля скоростей используется влияние рамок на поверхности тела. Маркеры новых петель смещаются по полученным линиям тока поля скоростей (5).

При перемещении маркеров вихревой пелены на расстояния, полученные путем интегрирования уравнений (3) методом Эйлера первого порядка точности, из-за погрешностей интегрирования отрезки отдельных петель могут оказаться внутри тела. В таких случаях участок петли, оказавшийся внутри тела, заменяется на участок петли, проложенный по поверхности тела кратчайшим образом при помощи алгоритма Дейкстры [14].

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ДАВЛЕНИЯ

Давление в контрольных точках рамок определяется при помощи формулы, аналогичной предложенной в работе [10]. Однако в разработанном алгоритме оказалось необходимым учесть погрешность в определении интенсивности вихревых петель. После создания и сброса K^* но-

вых петель, каждая из которых состоит из N_k^* отрезков, на текущем шаге интегрирования на поверхности тела повторно определяются интенсивности панелей исходя из новых нормальных составляющих скорости $\{V_n^*\}$, вычисленных с учетом влияния вновь рожденных петель. Для этого из (4) находится вектор интенсивностей с компонентами γ_i^* . Вклад в давление от рождения завихренности вычисляется с учетом рожденных на данном шаге петель и изменения завихренности на панелях $(\gamma_i^*|_t - \gamma_i^*|_{t-\Delta t})$, где $\gamma_i^*|_{t-\Delta t}$ – интенсивность панели, рассчитанная после создания петель на предыдущем шаге интегрирования. Окончательно формула для вычисления давления имеет вид:

$$p(\vec{r}, t) = p_\infty + \rho_\infty \left(\frac{|\vec{V}_\infty|^2}{2} - \frac{|\vec{V}(\vec{r}, t)|^2}{2} - \frac{1}{4\pi \Delta t} \cdot \sum_{i=1}^{N_p} A_i (\gamma_i^* - \gamma_i^{*-1}) + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_k} \Gamma \vec{v}_{ki}(\vec{r}) \cdot \vec{V}(\vec{r}_{ki}, t) + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k^*} \Gamma \vec{v}_{kj} \cdot \frac{\vec{r}_{0kj} + \vec{r}_{0kj+1}}{2 \cdot \Delta t} \right)$$

где p_∞ – давление в невозмущенном потоке; $\vec{v}_{ki}(\vec{r})$ – влияние отрезка; A_i – телесный угол, под которым видна панель из точки вычисления давления.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ

На первом этапе тестирования алгоритма были проведены расчеты обтекания сферы единичного радиуса. На поверхности геометрической модели обтекаемого тела строилась сетка из треугольных рамок. Рассмотрено два варианта с количеством рамок на поверхности $N_p = 812$ и $N_p = 3176$. Время расчета 500 шагов на компьютере с процессором Intel I7 3,0 ГГц составило около 14,5 часов в первом случае и около 61,5 часа во втором случае.

При расчете первого варианта сферы с числом панелей $N_p = 812$ радиус вихревого элемента принят равным $\varepsilon = 0,01$, а шаг интегрирования $\Delta t = 0,12$, длина отрезка, которым моделировалась петля $a = 0,12$, интенсивность вихревой петли $\Gamma = 0,18$, параметры алгоритма расчета эволюции петель $h = 0,001$; $\varphi = 130^\circ$; $\mu = 0,04$; $\lambda = 1,3$; $\Omega = 14$. Число петель в пелене в конце расчета равнялось $K = 70$ при среднем числе отрезков в петле $N_k \approx 129$. Общее число отрезков в пелене около 9000. На рис. 2а приведено сравнение результатов расчета (сплошная линия) с экспериментом [15] (точками обозначены результаты для обтекании тела потоком с числом Рейнольдса $Re = 10^6$, штрихами для числа Рейнольдса $Re = 10^4$). Приведена зависимость коэффициента давления C_p от угловой координаты φ (в радианах). При этом нулевому значению на оси абсцисс соответствует точка торможения потока. Вид вихревой пелены в конце расчета второго варианта сферы с числом панелей $N_p = 3176$, проведенного с параметрами $\varepsilon = 0,02$; $\Delta t = 0,06$; $a = 0,06$; $\Gamma = 0,09$; $h = 0,005$; $\varphi = 130^\circ$; $\mu = 0,04$; $\lambda = 1,3$; $\Omega = 14$ показан на рис. 3. Общее число отрезков в пелене увеличилось (около 13000), а число петель в пелене уменьшилось: $K = 40$ при среднем силе отрезков в петле $N_k \approx 325$. На рис. 2б приведено сравнение результатов расчета с данными эксперимента.

На втором этапе тестирования алгоритма были проведены расчеты поперечного обтекания цилиндра единичного диаметра с удлинением $L/D = 12,0$. Для исключения краевого эффекта обтекания при восстановлении распределения давления использовались результаты только для панелей средней части цилиндра. Вид вихревой пелены в конце расчета с параметрами $N_p = 4570$; $\varepsilon = 0,05$; $\Delta t = 0,05$; $a = 0,064$; $\Gamma = 0,126$; $h = 0,01$; $\varphi = 130^\circ$; $\mu = 0,15$; $\lambda = 1,3$; $\Omega = 14$ показан на рис. 4а. Общее число отрезков в пелене около 17000, при числе петель $K = 35$ и

среднем силе отрезков в петле $N_k \approx 486$. Сравнение полученных результатов для данной расчетной схемы с результатами эксперимента [16] приведено на рис. 4б. (сплошная линия – результат расчета, точки – результаты эксперимента с числом Рейнольдса $Re = 10^6$, штрихи – результаты эксперимента с числом Рейнольдса $Re = 10^4$).).

Графики на рис. 2 и рис. 4б показывают сходимость расчетов с экспериментальными данными на наветренной стороне и завышенное давление в расчетах на подветренной стороне. Наиболее вероятной причиной несоответствия результатов на подветренной стороне является не до конца установившаяся картина обтекания. Ввиду большой сложности расчетной модели и, соответственно, большой длительности расчетов необходимо обеспечить эффективное распараллеливание программного кода.

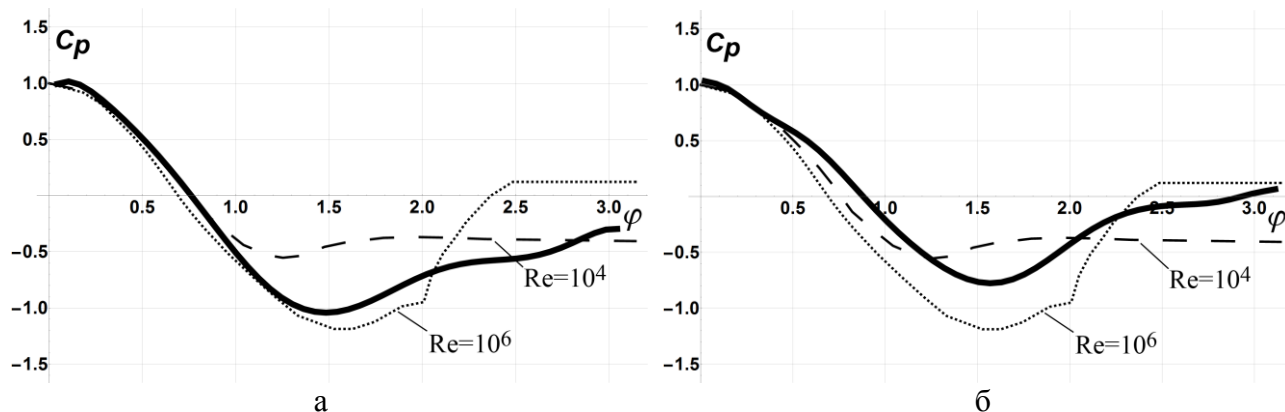


Рис. 2. Зависимость коэффициента давления для сферы в сравнении с экспериментом [15]:
а – в первом варианте; б – во втором варианте

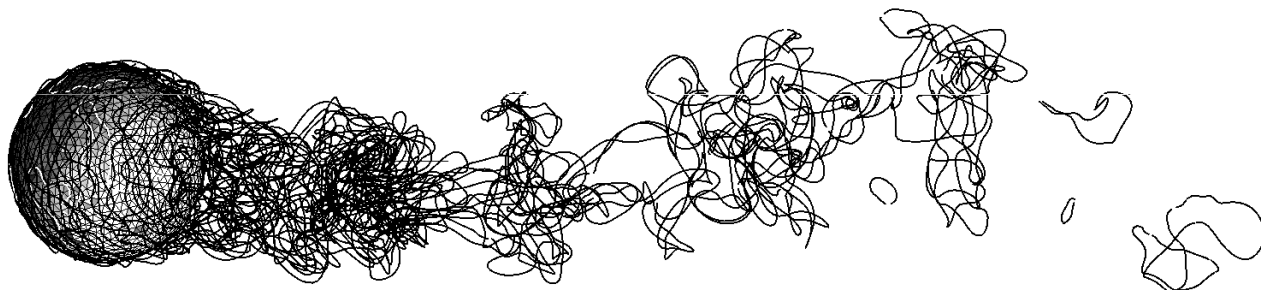


Рис. 3. Вид вихревого следа из вихревых петель за сферой ($N_p = 3176, K = 40, N_k \approx 325$)

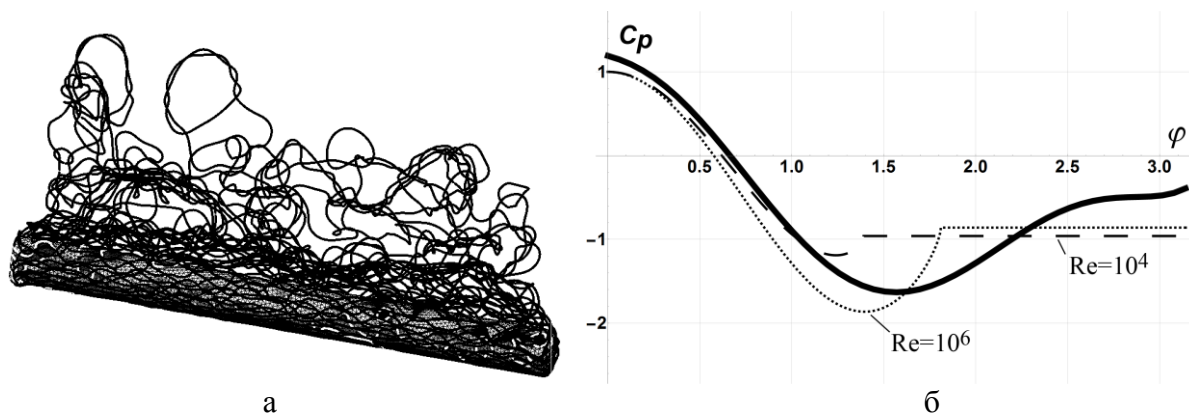


Рис. 4. Результаты расчета цилиндра:
а – вид вихревой пелены (набегающий поток направлен снизу вверх);
б – зависимость коэффициента давления в сравнении с данными [16]

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тестирование новой модификации метода вихревых элементов показало, что алгоритм обеспечивает устойчивый расчет эволюции вихревой пелены, составленной из большого количества петель, движущихся вблизи обтекаемого тела. Применение вихревой петли в качестве вихревого элемента исключает из рассмотрения присущую вихрям дополнительную завихренность, распределенную в пространстве, поскольку вся завихренность сосредоточена в вихревых нитях. Модель генерации вихревых петель на всей поверхности обтекаемого тела позволяет моделировать отрыв потока с гладкой поверхности за счет самоорганизации вихревых петель. Вихревой след заменяется множеством изолированных петель, которые могут деформироваться и перезамыкаться, что позволяет эффективно моделировать процессы перестроения вихревых структур. Получено удовлетворительное совпадение результатов расчетов обтекания сферы и цилиндра с экспериментальными данными. Дальнейшие исследования будут посвящены анализу влияния параметров моделей на точность результатов и совершенствованию программного кода с целью распараллеливания и оптимизации вычислений в практических задачах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трехмерное отрывное обтекание тел произвольной формы / под ред. С.М. Белоцерковского. – М.: ЦАГИ, 2000. – 265 с.
2. **Murua J., Palacios R., Graham J.M.R.** Assessment of Wake-Tail Interference Effects on the Dynamics of Flexible Aircraft. *AIAA Journal* 50:7 (2012), 1575 – 1585.
3. **Alkemade A.J.Q.** On Vortex Atoms and Vortons: PhD Thesis. – Delft, (The Netherlands), 1994. – 209 p.
4. **Marchevsky I.K., Scheglov G.A.** Symmetrical Vortex Fragmentation as a Vortex Element for Incompressible 3D Flow Simulation // *The Sixth International Conference on Computational Fluid Dynamics: Book of Abstracts*. - St.Petersburg, 2010. - PP. 328 – 329.
5. **Kamemoto K.** On Contribution of Advanced Vortex Element Methods Toward Virtual Reality of Unsteady Vortical Flows in the New Generation of CFD // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. – 2004. – V. XXVI, No. 4. – PP. 368 – 378.
6. **Aparinov A.A., Setukha A.V.** Application of mosaic-skeleton approximations in the simulation of three-dimensional vortex flows by vortex segments // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2010. V. 50. No 5. P. 890 – 899.
7. **Willis D.J., Peraire J., White J.K.** A combined pFFT- multipole tree code, unsteady panel method with vortex particle wakes // *International Journal for numerical methods in fluids* 53 (8), 1399 – 1422, 2007.
8. **Weißmann S., Pinkall U.** Filament-based smoke with vortex shedding and variational reconnection // *ACM Trans. Graph.* 29, 4, Article 115 (July 2010), 12 p.
9. **Дергачев С.А., Щеглов Г.А.** Моделирование эволюции переплетенных вихревых нитей методом вихревых элементов // *Научный вестник МГТУ ГА*. 2015. №212 (2). С. 18 – 25.
10. **Андронов П.Р., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я.** Вихревые методы расчета нестационарных гидродинамических нагрузок. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2006. – 184 с.
11. **Uhlman J.S.** An Integral Equation Formulation of the Equation of Motion of an Incompressible Fluid: Technical Report / Naval Undersea Warfare Center, 1996. – No. 10, 086. – 30 p.
12. **Lighthill M.J.** Introduction. Boundary Layer Theory // *Laminar Boundary Layers* / Edited by J. Rosenhead. – New-York: Oxford University Press, 1963. – P. 54 – 61.
13. Accuracy Considerations for Implementing Velocity Boundary Conditions in Vorticity Formulations / S.N. Kempka [and others] // *Sandia Report*. – 1996. – SAND96-0583 UC-700. – 52 p.

14. Dijkstra E.W. A note on two problems in connexion with graphs // *Numerische Mathematik*. V.1 (1959), P. 269 – 271.

15. Flachsbarth O. Der Widerstand von Kugeln in der Umgebung der kritischen Reynoldsschen Zahl // *Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen*. IV. Lieferung. 1932, P. 106 – 108.

16. Паркинсон Г., Яндали Т. Модель следа с источниками за плохообтекаемым телом в потенциальном потоке // *Сб. переводов: Механика*. Вып. 2. – М.: Мир, 1971. – С.86 – 102.

VORTEX ELEMENT METHOD SIMULATION OF FLOW AROUND BODIES USING CLOSED VORTEX LOOPS

Dergachev S.A., Shcheglov G.A.

A new modification of the vortex element method which uses closed vortex loop to calculate the incompressible 3D-flow around bodies by flow of an incompressible medium and determining the unsteady hydrodynamic loads is considered. An original algorithm for closed loops generation on the surface of the body simulation and their evolution in the stream is proposed. The results of algorithm tests is discussed. The model problems of the flow around sphere and cylinder is investigated. It is shown that the results obtained in the pressure distribution on the body surface calculation are in good agreement with the experimental data.

Key words: vortex filaments, vortex element method, computational fluid dynamic, flow around bodies, incompressible flow.

REFERENCES

1. Trekhmernoe otrihvnoe obtekanie tel proizvol'nyoj formih [Three-dimensional separated flow around bodies of arbitrary shape] / Pod red. S.M. Belocerkovskogo. – Moscow, CAGI, 2000. – 265 p. (In Russian)

2. Murua J., Palacios R., Graham J.M.R. Assessment of Wake-Tail Interference Effects on the Dynamics of Flexible Aircraft. *AIAA Journal* 50:7 (2012), 1575 – 1585.

3. Alkemade A.J.Q. On Vortex Atoms and Vortons: PhD Thesis. – Delft, (The Netherlands), 1994. – 209 p.

4. Marchevsky I.K., Shcheglov G.A. Symmetrical Vortex Fragmenton as a Vortex Element for Incompressible 3D Flow Simulation // *The Sixth International Conference on Computational Fluid Dynamics: Book of Abstracts*. - St.Petersburg, 2010. – PP. 328 – 329.

5. Kamemoto K. On Contribution of Advanced Vortex Element Methods Toward Virtual Reality of Unsteady Vortical Flows in the New Generation of CFD // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. – 2004. – V. XXVI, No. 4. – PP. 368 – 378.

6. Aparinov A.A., Setukha A.V. Application of mosaic-skeleton approximations in the simulation of three-dimensional vortex flows by vortex segments // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2010. V. 50. No 5. PP. 890 – 899.

7. Willis D.J., Peraire J., White J.K. A combined pFFT- multipole tree code, unsteady panel method with vortex particle wakes // *International Journal for numerical methods in fluids* 53 (8), 1399 – 1422, 2007.

8. Weißmann S., Pinkall U. Filament-based smoke with vortex shedding and variational reconnection // *ACM Trans. Graph.* 29, 4, Article 115 (July 2010), 12 p.

9. Dergachev S.A., Shcheglov G.A. Modelirovanie ehvol'yucii perepletennikh vikhrevykhkh nitey metodom vikhrevykhkh ehlementov [Simulation of the evolution of the vortex filaments interlaced Eddy elements. *Scientific Bulletin MSTUCA*] Moscow. Nauchnyj vestnik MGTU GA, 2015, № 212 (2), PP. 18 – 25. (In Russian)

10. Andronov P.R., Guvernyuk S.V., Dihnnikova G.Ya. Vikhreviye metodih rascheta nestacionarnihkh gidrodinamicheskikh nagruzok. [Vortex methods for unsteady hydrodynamical loads] Moscow, MGU. 2006. 184 p. (In Russian)

11. Uhlman J.S. An Integral Equation Formulation of the Equation of Motion of an Incompressible Fluid: Technical Report / Naval Undersea Warfare Center, 1996. – No. 10, 086. – 30 p.

12. Lighthill M.J. Introduction. Boundary Layer Theory // Laminar Boundary Layers / Edited by J. Rosenhead. – New-York: Oxford University Press, 1963. – PP. 54 – 61.

13. Accuracy Considerations for Implementing Velocity Boundary Conditions in Vorticity Formulations / S.N. Kempka [and others] // Sandia Report. – 1996. – SAND96-0583 UC-700. – 52 p.

14. Dijkstra E.W. A note on two problems in connexion with graphs // Numerische Mathematik. V.1 (1959), PP. 269 – 271.

15. Flachsbart O. Der Widerstand von Kugeln in der Umgebung der kritischen Reynoldsen Zahl // Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. IV. Lieferung. 1932, PP. 106 – 108.

16. Parkinson G.V., Jandali T. Modelj sleda s istochnikami za plokhooobtekaemihm telom v potencial'nom potoke [A wake source model for bluff body potential flow. Collection of transfers: Mechanics] Sb. perevodov: Mekhanika, vihp.2. – Moscow, Mir, 1971. – PP. 86 – 102. (In Russian)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Дергачев Сергей Александрович, 1989 г.р., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана (2012), аспирант МГТУ им. Н.Э. Баумана, автор 2 научных работ, область научных интересов – математическое моделирование динамики элементов конструкций аэрокосмических систем, электронный адрес: sadergachev@mail.ru

Щеглов Георгий Александрович, 1972 г.р., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана (1996), доцент, доктор технических наук, профессор кафедры "Аэрокосмические системы" МГТУ им. Н.Э. Баумана, автор более 90 научных работ, область научных интересов – вихревые методы вычислительной гидродинамики, математическое моделирование динамики элементов конструкций аэрокосмических систем, электронный адрес: shcheglov_ga@bmstu.ru