

УДК 629.7.07

МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ КВАНТОВОЙ СИСТЕМЫ СОСТОЯНИЙ В ТЕРМИНАХ МАКРОХАРАКТЕРИСТИК

П.В. ФИЛОНОВ, А.А. ФИЛОНОВА

Статья представлена доктором технических наук, профессором Кузнецовым В.Л.

Рассматривается подход к оценке пропускной способности аэродрома с использованием модели квантовой системы состояний. Предложено описание эволюции квантовой системы в терминах макрохарактеристик. Процесс эволюции системы представлен в виде марковской цепи. Приводится аналитический вид для вероятностей переходов между различными состояниями системы. Проведен анализ влияния пересечений воздушных трасс (ВТ) на теоретическую оценку пропускной способности.

Ключевые слова: пропускная способность аэропорта, минимумы эшелонирования, квантовые состояния, методика расчета квантовых состояний, макрохарактеристики.

Введение

В условиях увеличивающегося с каждым годом объема авиаперевозок актуальной становится проблема увеличения пропускной способности аэропорта при условии поддержания необходимых уровней безопасности полетов, регламентированных ИКАО. В существующих программах развития ОрВД – SESAR [1] и NextGen [2], а также в регламенте IATA [3] данная задача представляется одной из наиболее приоритетных.

На сегодняшний день не существует единой утвержденной методики расчета искомой величины. Существует большое количество подходов, многообразие которых обусловлено зависимостью пропускной способности от многих факторов. Критический обзор существующих моделей показывает, что основным их недостатком является возможность учитывать только продольное эшелонирование воздушных судов, следующих по одной и той же ВТ. Такое допущение плохо согласуется с понятиями бокового эшелонирования ВС, которое определяет основные требования по безопасности полётов вблизи пересечения нескольких ВТ.

Целью данной работы является развитие методов оценки пропускной способности (ПС) аэропортов. Отличительной особенностью исследования является учет норм эшелонирования по трем измерениям: по высоте, продольное и боковое. Результат работы может быть непосредственно использован для проведения оценок ПС воздушной зоны аэропорта, что находит свое применение в задачах планирования топологии и согласуется с требованиями ИКАО: для каждого органа воздушного движения необходимо оценить и заявить его пропускную способность.

Исходными данными в предложенной математической модели являются установленные ИКАО минимумы эшелонирования, топология SID/STAR и интенсивности входных и выходных потоков воздушных судов, которые могут быть сформированы на основе расписания рейсов.

1. Описание квантовой модели аэродромного воздушного пространства

В работах [4; 5] предложен подход к моделированию аэродромного воздушного пространства по аналогии с квантовыми системами. За счет пространственно-временной дискретизации топология воздушных трасс аэропорта сводится к системе квантовых состояний. Каждое из таких состояний может либо быть пустым, либо в нем может находиться не более одного ВС. Для учета возможных конфликтных ситуаций на пересечении SID/STAR выделяются множества пар состояний, которые будучи заполнены ВС приводят к нарушению минимумов бокового эшелонирования. Такие пары называются связанными, и на них накладывается дополнительное огра-

ничество, которое запрещает двум воздушным судам одновременно находиться в данных состояниях. Таким образом, невозможность возникновения конфликтных ситуаций заложена в сам принцип модели квантовых состояний. Процесс построения системы квантовых состояний на основе анализа топологии воздушных трасс описан в работе [6].

Дополнительное ограничение, связанное с пересечением воздушных трасс, может приводить к появлению незаполненных квантовых состояний. Наличие таких незаполненных состояний может вызывать простой ВПП. В этом случае очевидно, что теоретическая оценка пропускной способности аэродрома не может определяться только пропускной способностью ВПП, и необходимо при расчетах учитывать влияние топологии воздушных трасс. Открытым вопросом остается оценка величины этого влияния. Для получения точной оценки необходимо провести анализ квантовой модели и рассмотреть процесс эволюции системы квантовых состояний. Необходимость работы с большим числом состояний и различных их комбинаций приводит к задаче с чрезвычайно большой размерностью. В работе [7] была описана модель эволюции системы квантовых состояний в виде марковской цепи, в которой в качестве пространства состояний рассматривались все возможные пары матриц заполнения. В такой постановке мы сталкиваемся с «проклятием» размерности, поскольку по предварительным оценкам мощность множества состояний растёт как $O(N!^2)$, где N – число продольных квантовых состояний. Поскольку нахождение стационарных вероятностей для подобной системы не представляется возможным даже для малого числа продольных эшелонов, логичным шагом в исследовании задачи будет являться получение упрощенных моделей на основе той же идеологии.

В качестве подобного упрощения предлагается рассмотреть другой способ построения пространства состояний, основанный только на текущем количестве ВС, находящихся в зоне аэропорта.

2. Подход на основе макрохарактеристик

Рассмотрим аэропорт с двумя ВПП, одна из которых работает только на взлёт, другая – только на посадку ВС. Предположим, что воздушное пространство данного аэропорта устроено следующим образом: в нем имеются один SID и один STAR, которые пересекаются на различном удалении от ВПП. Число продольных эшелонов на SID и STAR обозначим как N . Под состоянием системы будем понимать пару чисел (i, j) , где i – число ВС, находящихся на STAR, j – на SID. При таком подходе множество состояний системы можно представить как $S = \{0, \dots, N\} \times \{0, \dots, N\}$, $|S| = (N + 1)^2$.

В качестве первой макрохарактеристики предлагается рассмотреть величину, которая равна числу занятых квантовых состояний на конкретной SID/STAR. Будем называть данную величину «числом заполнения».

В качестве второй макрохарактеристики рассмотрим величину, которую будем называть «сложностью топологии». Её основное назначение заключается в описании степени влияния связанных квантовых состояний на вероятность возникновения конфликтной ситуации. Основное преимущество введения данной величины заключается в том, что сложность топологии является статической характеристикой и не зависит от текущей воздушной обстановки. Это позволяет оценить её, основываясь исключительно на информации о структуре системы квантовых состояний. Предложенный способ вычисления опирается на систему упрощений и представляет собой комбинаторную вероятность составного события. Важным моментом расчёта является то, что информация о допустимых эшелонах по высоте непосредственно влияет на значение q , что позволяет дифференцировать влияние пересечений, расположенных на разных удалениях от ВПП (обычно при удалении от ВПП растёт число доступных эшелонов по высоте). В качестве рабочего приближения рассматривается вероятность ровно одного конфликта, и q заменяется на q_1 .

На пересечениях воздушных трасс нахождение двух ВС является взаимоисключающим. Определим вероятность возникновения конфликтной ситуации комбинаторно

$$p_{(l,k)} = \frac{\min(h_l^k, h_k^-)}{h_l^+ \cdot h_k^-}, \quad (1)$$

где h_l^+ - число разрешённых эшелонов по высоте в l -м сечении STAR; h_k^- - та же характеристика для k -го сечения SID. Введём обозначение $p_i = p_{(l,k)}$ для всех связанных l и k , где $i = \overline{1, M}$ - номер пересечения воздушных трасс.

Примем гипотезу о том, что в один такт времени в системе может произойти не более одной конфликтной ситуации, и из потока может быть удалено не более одного ВС. В таком случае вероятность возникновения конфликтной ситуации при полном заполнении SID и STAR равна

$$q = p_1 p_2 \dots p_M + p_1 p_2 \dots p_M + \dots + p_1 p_2 \dots p_M. \quad (2)$$

Так как в величине q сконцентрирована вся информация о пересечениях SID/STAR в аэродромном воздушном пространстве, назовём её сложностью топологии.

При возникновении конфликтной ситуации необходимо принимать решение об удалении одного ВС из потока взлетающих или заходящих на посадку. Для описания этого выбора введём величину α_i - приоритет потока заходящих на посадку для i -го пересечения SID/STAR. При возникновении конфликта будем удалять ВС из потока взлетающих с вероятностью α_i , а из потока заходящих на посадку - $(1 - \alpha_i)$

$$\alpha_i p_i = \alpha = const.$$

Исходя из определения приоритета потока реализации, SID и STAR будут равновероятны. При удалении ВС из потока образуются «дырки», приводящие к простоя ВПП. Вероятность простоя ВПП в текущий момент времени равна вероятности того, что в предыдущий момент времени на крайнем сечении SID или STAR находилась «дырка». Выражение для этой вероятности можно получить комбинаторно

$$P^+ = \frac{C_{N-1}^i}{C_N^i} = \frac{N-i}{N}$$

для STAR и аналогично для SID

$$P^- = \frac{N-j}{N}.$$

Учитывая то, что события, связанные с возникновением конфликтов и уходом «дырок», являются попарно независимыми, эволюцию заполнения SID и STAR можно рассматривать как марковскую цепь.

Для максимизации пропускной способности аэропорта необходимо, чтобы поток ВС, поступающих в систему, был стационарен и плотен.

Рассмотрим все возможные переходы из состояния (i, j) , изображенные на рис. 1 и определим их вероятности. Выделим элементарные события, которые могут происходить в данной системе, и определим их вероятности.

В первую очередь рассмотрим событие, связанное с возникновением конфликтной ситуации, которое влечет за собой устранение одного из ВС. Будем считать, что вероятность данного события (P_c) пропорциональна долям заполнения воздушными судами SID (i/N) и STAR (j/N). В качестве коэффициента пропорциональности будем рассматривать сложность топологии q

$$P_c = q \frac{i}{N} \frac{j}{N}.$$

При возникновении конфликтной ситуации необходимо устранить одно из ВС из потока. Выбор соответствующего ВС будем производить на основе величины α - приоритета потока взлетающих ВС по сравнению с потоком заходящих на посадку. В этом случае вероятность исключения ВС из потока взлетающих равна $(1-\alpha)P_c$ а из потока заходящих на посадку - αP_c .

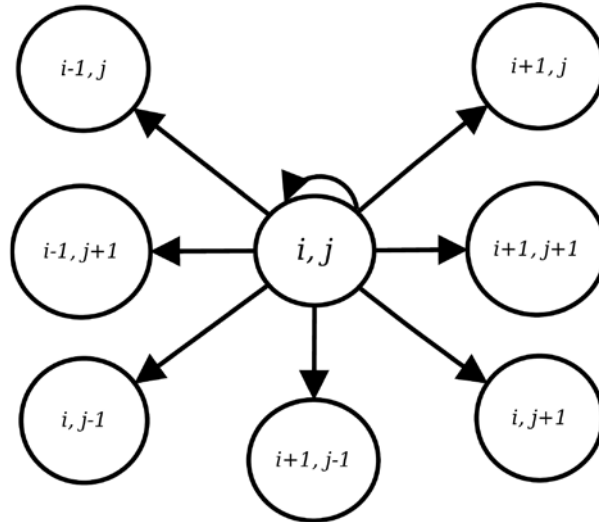


Рис. 1. Переходы из состояния (i, j)

Таким образом, мы можем получить вероятности для следующих элементарных событий:

- при конфликте было устранено ВС со STAR - $(1-\alpha)P_c$;
- при конфликте было устранено ВС с SID - αP_c ;
- заполнение SID увеличилось на единицу - P^- ;
- заполнение STAR увеличилось на единицу - P^+ .

Обозначим вероятности дополненных событий как $Q_c = 1 - P_c, Q^- = 1 - P^-, Q^+ = 1 - P^+$.

Условные вероятности переходов в марковской цепи можно определить на основе вероятностей элементарных событий P_c, P^-, P^+ следующим образом:

$$\begin{aligned} P[(i-1, j) | (i, j)] &= \alpha P_c Q^- Q^+; \\ P[(i, j-1) | (i, j)] &= (1-\alpha) P_c Q^- Q^+; \\ P[(i+1, j) | (i, j)] &= (1-\alpha) P_c P^- Q^+; \\ P[(i-1, j+1) | (i, j)] &= \alpha P_c Q^- P^+; \\ P[(i+1, j) | (i, j)] &= Q_c P^- Q^+ + (1-\alpha) P_c P^- P^+; \\ P[(i, j+1) | (i, j)] &= Q_c Q^- P^+ + \alpha P_c P^- P^+; \\ P[(i+1, j+1) | (i, j)] &= Q_c P^- P^+. \end{aligned}$$

Вероятность остаться в том же состоянии ($P[(i, j) | (i, j)]$) можно определить из условия нормировки.

Уравнение эволюции данной системы можно представить в виде

$$\vec{P}(t_{k+1}) = \Lambda \vec{P}(t_k),$$

где $\vec{P}(t_k)$ - вектор вероятностей нахождения системы в одном из состояний; Λ формируется на основе вероятностей условных переходов марковской цепи, определённых выше.

Стационарное решение (при $\vec{P}(t_{k+1}) = \vec{P}(t_k) = \vec{P}$) можно получить из следующего уравнения

$$(I - \Lambda)\vec{P} = 0, \quad (3)$$

где I - единичная матрица.

Будучи дополнено условием нормировки

$$\sum_{i,j} P_{i,j} = 1,$$

уравнение (3) становится неоднородным и может быть легко решено.

На основе стационарных вероятностей \vec{P} определим пропускную способность аэропорта. Под пропускной способностью будем понимать разность пропускной способности ВПП и среднего числа ВС, удаленных из системы по причине возникновения конфликтных ситуаций. Таким образом, в данной постановке задачи вычисление пропускной способности сводится к вычислению среднего числа ВС, находящихся в системе квантовых состояний

$$C = \sum_{i,j} (i + j) P_{i,j}. \quad (4)$$

3. Анализ результатов эксперимента

Для того чтобы определить насколько наличие пересечения воздушных трасс в зоне аэродрома может повлиять на теоретическую оценку пропускной способности, следует сравнить результат, полученный выше для пропускной способности (C), с пропускной способностью ВПП (C_{AAR}). Последняя определяется исходя из того, что в системе отсутствуют «дырки» и каждую единицу времени происходит операция взлёта либо посадки. В этом случае выражение для пропускной способности ВПП имеет простой вид

$$C_{AAR} = 2N. \quad (5)$$

В случае отсутствия пересечений ВТ ($q=0$) (4) переходит в (5). График отношения C к C_{AAR} при различных значениях «сложности» топологии q представлен на рис. 2.

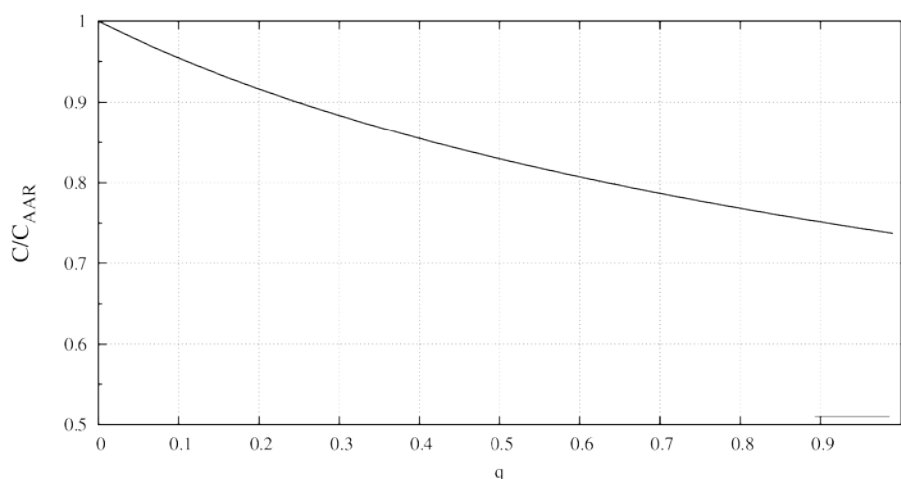


Рис. 2. График зависимости нормированной ПС от «сложности» топологии

Как видно, данная зависимость имеет нелинейный характер и при максимальном значении $q=1$ достигает величины 0,75. По предварительным оценкам величина q для реальных топологий ВТ не будет превышать значения 0,3. Но даже в этом случае по полученной оценке видно, что пропускная способность с учетом потенциальных конфликтов может отличаться от пропускной способности ВПП на 10%. Данный результат показывает, что необходимо учитывать потенциальное влияние пересечения ВТ на искомую величину для точной оценки пропускной способности аэродромной воздушной зоны.

Заключение

Предложенное в данной работе использование таких макрохарактеристик, как «сложность» топологии и числа заполнения, позволяет значительно понизить число степеней свободы исходной квантовой системы и сформулировать задачу вычисления пропускной способности на основе вычисления стационарных вероятностей описанной марковской цепи. Анализ полученных результатов показывает, что учет влияния пересечений воздушных трасс может значительно сказаться на пропускной способности, которая уже не может быть оценена просто как пропускная способность ВПП. Данное утверждение требует дополнительной проверки с учетом реальных топологий ВТ аэропортов для точного определения величины «сложности» топологии, которая может представлять собой простую характеристику, позволяющую провести быструю оценку ПС аэродромного воздушного пространства.

ЛИТЕРАТУРА

1. [Электронный ресурс]. URL: SESAR <http://ec.europa.eu/transport/modes/air/sesar/>.
2. [Электронный ресурс]. URL: NextGen <http://www.faa.gov/nextgen/>.
3. [Электронный ресурс]. URL: IATA <http://www.iata.org/policy/slots/Documents/positionpaperslots.pdf>.
4. Кузнецов В.Л., Чепурина А.А. Об одной аналитической модели пропускной способности аэропорта // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2011. - № 169. - С. 94-98.
5. Кузнецов В.Л., Филонов П.В., Чепурина А.А. Задача о пропускной способности аэропорта в формализме ферми-систем // Состояние и перспективы развития автоатизированных систем планирования использования воздушного пространства в РФ: сб. тр. семинара. - М.: ГосНИИАС, 2011. - С. 230-234.
6. Кузнецов В.Л., Филонов П.В., Чепурина А.А. Метод построения системы квантовых состояний в модели расчета пропускной способности аэропорта // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2011. - № 184. - С. 23-28.
7. Филонов П.В., Филонова А.А. Уравнение эволюции в квантовой модели аэродромной воздушной зоны в терминах марковской цепи // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2013. - № 195. - С. 58-64.

THE MARKOV MODEL OF QUANTUM STATE SYSTEM EVOLUTION IN TERMS OF MACROPARAMETERS

Filonov P.V., Filonova A.A.

An approach to computation of the airport throughput that is based on the quantum model is considered. The description of the quantum system is proposed in terms of macroparameters. The evolution process of quantum system is shown in terms of the markov chain. The transition probabilities between the different states of the system are shown in the analytical form. The dependency between the number of intersection of the SID/STAR – trajectories and airport throughput is considered.

Key words: airport throughput, separation minima, quantum states, quantum states computation methods, macroparameters.

Сведения об авторах

Филонов Павел Владимирович, 1985 г.р., окончил МГТУ ГА (2007), кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики МГТУ ГА, автор более 20 научных работ, область научных интересов - задачи распространения электромагнитных волн в неоднородных средах, математическое моделирование процессов УВД, информационные технологии.

Филонова Анна Александровна, окончила МГТУ ГА (2011), аспирантка МГТУ ГА, автор 7 научных работ, область научных интересов - математическое моделирование процессов УВД.