

УДК 621.396

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕКТОРНОЙ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ЗЕРКАЛЬНОЙ АНТЕННЫ

С.В. БОЯРКИН, В.Л. КУЗНЕЦОВ, Т.В. ЛОССИЕВСКАЯ

В работе развивается новый подход к вычислению векторной диаграммы направленности параболической зеркальной антенны, основанный на представлении рефлектора как неплоского торца цилиндрического волновода и расчета его отражательных характеристик методом инвариантного погружения. В результате удается получить выражение для распределения векторного поля в апертуре антенны в многомодовом режиме возбуждения. Развиваемый подход можно интерпретировать как принципиально новый шаг в развитии апертурной теории антенн.

**Ключевые слова:** параболическая зеркальная антенна, апертурная теория, метод инвариантного погружения, векторная диаграмма направленности.

### Введение

В работах [1; 2] был предложен новый подход, позволивший вычислить матричный коэффициент отражения рефлектора параболической антенны. Он основан на представлении рефлектора как неплоского торца круглого волновода с радиусом, равным радиусу апертуры, т.е. как некоторой секции нерегулярного волновода. Для описания коэффициента отражения такой структуры было предложено использовать метод инвариантного погружения [3-5], хорошо зарекомендовавший себя при анализе излучения волн рупорными антеннами [6-8]. Сами рупоры при этом рассматривались как участки нерегулярного волновода – волновода, чьи поперечные геометрические размеры изменяются вдоль его оси. В каждом сечении нерегулярного волновода (в рассматриваемом случае – рефлектора) поле может быть представлено в виде суперпозиции собственных мод однородного волновода соответствующего сечения. В процессе распространения электромагнитного поля внутри нерегулярного волновода эти моды активно взаимодействуют между собой, формируя при этом отраженное поле. В результате коэффициент отражения рефлектора представим в виде бесконечной комплексной матрицы  $\hat{R} = \|R_{nm}\|$ , где  $n, m \in N$ , а  $R_{nm}$  – отношение комплексной амплитуды  $n$ -й отраженной моды к амплитуде  $m$ -й падающей моды.

Задание способа вычисления матричного коэффициента отражения рефлектора  $\hat{R}$  решает главную составляющую общей задачи нахождения векторной диаграммы направленности параболической зеркальной антенны. Для завершения всей схемы решения необходимо дополнительно задать поле, облучающее рефлектор, и связать излучаемые поля в апертуре антенны и в свободном пространстве. Этим вопросам посвящена настоящая статья.

### 1. Постановка задачи и основные приближения модели

Рассмотрим осесимметричную параболическую зеркальную антенну с фокусным расстоянием  $f$ , излучающую монохроматическое поле длиной волны  $\lambda$ . Матричный коэффициент отражения рефлектора антенны –  $\hat{R} = \|_{\alpha\beta} R_{nm}\|$  известен [1; 2]. Необходимо вычислить векторную диаграмму направленности антенны –  $\vec{F}(\theta, \varphi)$ .

При построении решения будем полагать, что диаметр раскрыва рефлектора  $D \gg \lambda$ . Облучатель антенны, как это часто полагается, будем учитывать лишь на этапе формирования поля, падающего на рефлектор. Эффектами, связанными с частичным затенением облучающим модулем апертуры антенны и соответствующими искажениями диаграммы направленности, будем пренебрегать.

## 2. Модель облучающего модуля и порождаемого им поля

Достаточно часто облучатель описывают некоторой конструкцией с заданной диаграммой направленности, т.е. вводят некоторую феноменологическую модель, не предполагающую электродинамического расчета взаимодействия поля с краями рефлектора. Таким подходом можно воспользоваться, например, в случае, когда диаметр раскрыва антенны значительно больше длины волны излучения, т.е. когда переизлучением краев апертуры антенны можно пренебречь. В этом случае поле, порождаемое облучателем в раскрыве антенны –  $\vec{E}^{inc}(\vec{\rho})$ , можно представить в виде разложения по модам круглого волновода, радиуса, равного радиусу раскрыва антенны, записав

$$\vec{E}^{inc}(\vec{\rho}) = \sum_n \left\{ a_n \cdot e \vec{\Phi}_n(\rho, \varphi; a) + b_n \cdot h \vec{\Phi}_n(\rho, \varphi; a) \right\}. \quad (1)$$

Здесь

$$a_n = \int_S (\vec{E}^{inc}(\vec{\rho}), e \vec{\Phi}_n(\vec{\rho}; a)) d\vec{\rho}; \quad b_n = \int_S (\vec{E}^{inc}(\vec{\rho}), h \vec{\Phi}_n(\vec{\rho}; a)) d\vec{\rho}, \quad (2)$$

а  $e \vec{\Phi}_n(\rho, \varphi; a)$  и  $h \vec{\Phi}_n(\rho, \varphi; a)$  – проекции полей n-й моды ТЕ- и ТН- типа соответственно, определяемые соотношениями [9]:

$$e \vec{\Phi}_n(\rho, \varphi; a) = -\frac{\sqrt{2/\pi}}{\sqrt{\chi_n^2 - 1}} \left\{ \frac{J_1(\chi_n \cdot \frac{\rho}{a})}{\rho \cdot J_1(\chi_n)} \cdot \cos(\varphi) \cdot \vec{e}_\rho - \frac{\chi_n \cdot J_1'(\chi_n \cdot \frac{\rho}{a})}{a \cdot J_1(\chi_n)} \cdot \sin(\varphi) \cdot \vec{e}_\varphi \right\}; \quad (3)$$

$$h \vec{\Phi}_n(\rho, \varphi; a) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left\{ \frac{J_1'(\mu_n \cdot \frac{\rho}{a})}{a \cdot J_2(\mu_n)} \cdot \cos(\varphi) \cdot \vec{e}_\rho - \frac{J_1(\mu_n \cdot \frac{\rho}{a})}{\mu_n \cdot \rho \cdot J_2(\mu_n)} \cdot \sin(\varphi) \cdot \vec{e}_\varphi \right\}, \quad (4)$$

где  $\vec{e}_\rho$  и  $\vec{e}_\varphi$  – орты полярной системы координат.

Два вектор - столбца, составленных из коэффициентов (2) –  ${}_e G = \{a_1, a_2, \dots\}^T$  и  ${}_h G = \{b_1, b_2, \dots\}^T$ , определяют поле, создаваемое облучателем в апертуре рефлектора и записанное в ортонормированном базисе мод (3), (4). Если  ${}_e G$  и  ${}_h G$  известны, то, зная матричный коэффициент отражения рефлектора [1; 2], можно вычислить и  $\vec{E}^{rad}(\vec{\rho})$  – поле излучения антенны в ее апертуре

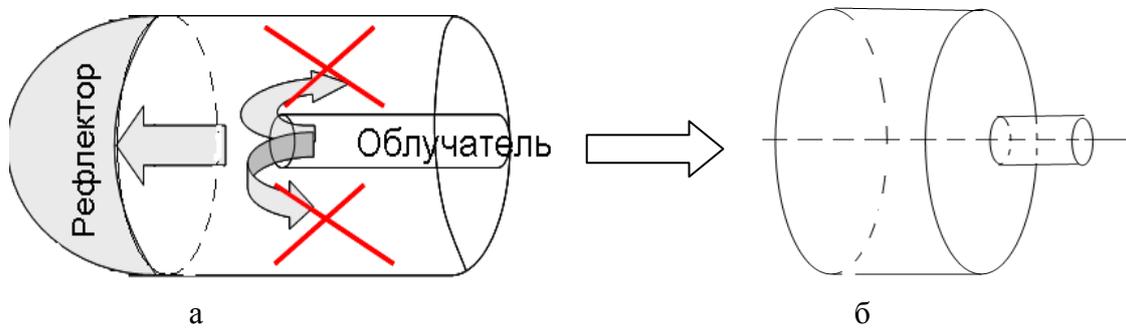
$$\vec{E}^{rad}(\vec{\rho}) = \sum_n \left\{ \sum_m ({}_{ee} R_{nm}) \cdot ({}_e G_m) \cdot e \vec{\Phi}_n(\vec{\rho}; a) + \sum_m ({}_{he} R_{nm}) \cdot ({}_e G_m) \cdot h \vec{\Phi}_n(\vec{\rho}; a) + \sum_m ({}_{hh} R_{nm}) \cdot ({}_h G_m) \cdot h \vec{\Phi}_n(\vec{\rho}; a) \right\}. \quad (5)$$

Первые две суммы в фигурных скобках в (5) описывают поля, порожденные волнами ТЕ - типа, падающими на рефлектор. При отражении от рефлектора они порождают также волны ТН - типа. Последняя сумма описывает трансформацию волн ТН - типа.

К сожалению, рассматриваемый подход встречает «технические» затруднения, связанные с вычислением интегралов (2), которые в общем случае могут быть рассчитаны только численными методами. Поэтому в этой работе будет использована другая, более простая модель облучателя, позволяющая свести результаты расчетов к решению системы линейных алгебраических уравнений.

Рассмотрим антенну с углом раскрытия, равным  $\pi/2$ . В этом случае облучатель оказывается расположенным в апертуре антенны. Если при этом применить искусственный прием с виртуальной (очень короткой) цилиндрической секцией, наращиваемой на рефлектор, то при расчете поля облучателя можно полагать, что он находится внутри цилиндрического волновода радиуса  $D/2$  – радиуса апертуры антенны. Теперь облучатель можно смоделировать концом круглого волновода малого диаметра, ось которого совпадает с осью симметрии рефлектора. Геометрия такой системы изображена на рис. 1а.

Поле в большом волноводе при этом делится на две части, основная его энергия направлена на рефлектор антенны, однако частично поле может затекать за облучатель в направлении свободного пространства. Этой частью излучения, формируемого облучателем, будем пренебрегать. Последнее допущение позволяет смоделировать систему как фланцевое сочленение двух соосных волноводов (рис. 1б). Описание поведения поля в такой системе можно достаточно просто осуществить, используя метод проекционного сшивания [9; 10].



**Рис. 1.** Моделирование излучения облучателя:

- а - первый шаг моделирования – излучение среза коаксиального волновода;  
б - второй шаг моделирования – переход к фланцевому сочленению волноводов

Рассмотрим наиболее интересный случай, когда облучатель возбуждается волной ТЕ - типа. В этом случае на рефлектор со стороны облучателя падают волны ТЕ- и ТМ- типов. Условия гладкости поля (непрерывности как самого поля, так и его пространственной производной) в плоскости сочленения двух волноводов после достаточно громоздких, но идейно простых выкладок метода проекционного сшивания, приводят к следующей системе алгебраических уравнений для матричных коэффициентов прохождения -  $\hat{t}^+$  и отражения -  $\hat{r}^-$ :

$$\begin{aligned} {}_{ee} \hat{t}^+ &= {}_{ee} Q^T \cdot {}_{he} \hat{r}^- + {}_{ee} Q^T; & {}_{he} \hat{t}^+ &= {}_{he} Q^T \cdot {}_{ee} \hat{r}^- + {}_{hh} Q^T \cdot {}_{he} \hat{r}^- + {}_{he} Q^T; \\ {}_{he} \hat{r}^- &= -\hat{G}_1 \cdot {}_{hh} \hat{\xi}_a^- \cdot \hat{Q} \cdot {}_{hh} \hat{\xi}_b^+ \cdot [{}_{he} \hat{Q}^T \cdot {}_{ee} \hat{r}^- + {}_{he} \hat{Q}^T]; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} {}_{ee} \hat{r}^- &= \hat{G}_2 \cdot [{}_{ee} \hat{I} \cdot {}_{ee} \hat{\xi}_a^- \cdot \hat{Q} \cdot {}_{ee} \hat{\xi}_b^+ \cdot \hat{Q}^T + {}_{ee} \hat{\xi}_a^- \cdot \hat{Q} \cdot {}_{hh} \hat{\xi}_b^+ \cdot \hat{Q}^T \cdot \hat{G}_1 \cdot {}_{hh} \hat{\xi}_a^- \cdot \hat{Q} \cdot {}_{hh} \hat{\xi}_b^+ \cdot \hat{Q}^T - \\ &- {}_{ee} \hat{\xi}_a^- \cdot \hat{Q} \cdot {}_{hh} \hat{\xi}_b^+ \cdot \hat{Q}^T], \end{aligned}$$

где

$${}_{\alpha\beta} Q_{nm}^{(a,b)} = \iint_{\Sigma} (\alpha \bar{\Phi}_n^a(\vec{\rho}), \beta \bar{\Phi}_m^b(\vec{\rho})) d\vec{\rho};$$

$$\xi_a^- = \text{diag}\{1/\kappa_1^a, 1/\kappa_2^a, 1/\kappa_2^a, \dots\}; \quad \xi_b^+ = \text{diag}\{\kappa_1^b, \kappa_2^b, \kappa_3^b, \dots\},$$

а

$$\hat{G}_1 = [{}_{hh} \hat{I} + {}_{hh} \xi_a^- \cdot \hat{Q} \cdot {}_{hh} \xi_b^+ \cdot \hat{Q}^T]^{-1}$$

$$\text{и} \quad \hat{G}_2 = \left[ \hat{I} + {}_{ee} \xi_a^- \cdot \left( {}_{ee} \hat{Q} \cdot {}_{ee} \xi_b^+ \cdot {}_{ee} \hat{Q}^T + {}_{eh} \hat{Q} \cdot {}_{hh} \xi_b^+ \cdot {}_{he} \hat{Q}^T \right) - \right. \\ \left. - {}_{ee} \xi_a^- \cdot {}_{eh} \hat{Q} \cdot {}_{hh} \xi_b^+ \cdot {}_{hh} \hat{Q}^T \cdot \hat{G}_1 \cdot {}_{hh} \xi_a^- \cdot {}_{hh} \hat{Q} \cdot {}_{hh} \xi_b^+ \cdot {}_{he} \hat{Q}^T \right]^{-1}.$$

Здесь необходимо сделать некоторые пояснения относительно размерности матриц в приведенных соотношениях. Если размерность матрицы  $\hat{R} = \left\| {}_{\alpha\beta} R_{nm} \right\|$ , описывающей коэффициент отражения рефлектора,  $- 2N \times 2N$ , где  $N$  - число мод, учитываемых при расчете рефлектора, а удвоение (индексы  $\alpha$  и  $\beta$ ) связано с учетом двух типов волн (ТЕ и ТН), то размерности матриц  ${}_{ee} \hat{t}^+$ ,  ${}_{he} \hat{t}^+$  и  ${}_{ee} \hat{r}^-$ ,  ${}_{he} \hat{r}^-$  будут  $N \times n$  и  $n \times n$ , соответственно. Здесь  $n$  – число учитываемых мод в подводящем волноводе рефлектора. Поскольку диаметр волновода облучателя  $- d \gg D$ , а описывать поля в большом и малом волноводах надо с одинаковой степенью детализации, то должно приближенно выполняться соотношение  $- N/n \cong D/d$ . Выбирая  $n$  так, чтобы поле в волноводе облучателя (вблизи среза) содержало, кроме одной распространяющейся, еще 2 неоднородные моды, то число мод, описывающих отражение рефлектора, будет  $N \cong 3D/d$ . Если теперь положить, например,  $D/d = 12$ , то число мод, падающих на рефлектор, будет равно 36. Из них 19 будут распространяющимися, а остальные – неоднородными. Такое число учитываемых неоднородных мод вполне достаточно для адекватного расчета рефлектора.

### 3. Матричный коэффициент прохождения для системы «облучатель-рефлектор» и поле в апертуре антенны

Полученные в предыдущем пункте выражения для коэффициентов прохождения облучателя  $- {}_{ee} \hat{t}^+$ ,  ${}_{he} \hat{t}^+$  для волн ТЕ - типа и  ${}_{hh} \hat{t}^+$  для волн ТН - типа, вычисляемого аналогично, можно записать в виде блочной матрицы  $\hat{T} = \begin{pmatrix} {}_{ee} \hat{t}^+ & 0 \\ {}_{he} \hat{t}^+ & {}_{hh} \hat{t}^+ \end{pmatrix}$  размерности  $2N \times 2n$ . Отметим, что равенство нулю недиагонального блочного элемента обусловлено тем, что волны ТН - типа порождают волны ТЕ - типа не могут. Если представить иницилирующее поле в волноводе облучателя в виде блочного столбца

$$\vec{E}_{irrad} = \left( ({}_e a_{1,e} a_{2,e} a_{3,e} \dots) {}^T ({}_h a_{1,h} a_{2,h} a_{3,h} \dots) {}^T \right) {}^T \quad (7)$$

в базисе собственных мод волновода ТЕ- и ТН- типов, то поле, падающее на рефлектор, представимо в виде  $\vec{E}_{inc} = \hat{T} \cdot \vec{E}_{irrad}$ . Тогда поле, излучаемое антенной, точнее, поле в ее апертуре в базисе собственных мод волновода с диаметром, равным диаметру раскрыва антенны, представимо в виде

$$\vec{E}_{AP} = \hat{R} \cdot \hat{T} \cdot \vec{E}_{irrad}, \quad (8)$$

где  $\hat{R}$  – блочная матрица коэффициента отражения рефлектора  $\begin{pmatrix} {}_{ee} \hat{R} & 0 \\ {}_{he} \hat{R} & {}_{hh} \hat{R} \end{pmatrix}$ , вид блочных элементов которой получен в работах [1; 2]. Если необходимо записать это поле в обычном представлении, то достаточно  $\vec{E}_{AP}$  домножить слева на блочную строку вида

$$\vec{\Phi}(\vec{\rho}) = \left( ({}_e \vec{\Phi}_1, {}_e \vec{\Phi}_2, {}_e \vec{\Phi}_3, \dots), ({}_h \vec{\Phi}_1, {}_h \vec{\Phi}_2, {}_h \vec{\Phi}_3, \dots) \right),$$

где элементы  ${}_a \vec{\Phi}_n$  определены соотношениями (3), (4),  $\vec{\rho} = (\rho, \varphi)$  – радиус-вектор точки в апертуре антенны. То есть

$$\vec{E}_{AP}(\vec{\rho}) = \vec{\Phi}(\vec{\rho}) \cdot \hat{R} \cdot \hat{T} \cdot \vec{E}_{irrad}. \quad (9)$$

Матричный коэффициент  $\hat{R} \cdot \hat{T}$  в (9) определяет коэффициент прохождения системы облучатель – рефлектор.

Выражение (9) позволяет вычислить поле в апертуре при произвольном виде возбуждения облучателя (7), т.е. позволяет описывать многомодовый режим возбуждения.

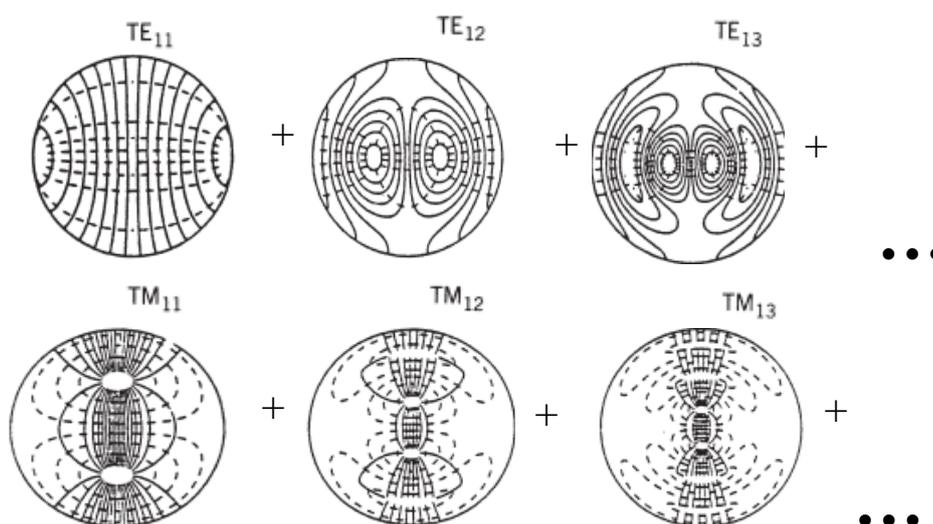
Численно нами был рассмотрен случай возбуждения облучателя первой модой ТЕ - типа. Это соответствует тому, что  $\vec{E}_{irrad}$  в (7) представим блочным столбцом  $\left( (1,0,0,\dots)^T (0,0,0,\dots)^T \right)^T$ . В этом случае поле в апертуре в соответствии с (9) задается соотношением

$$\vec{E}_{AP}(\vec{\rho}) = A_1 \cdot_e \vec{\Phi}_1(\vec{\rho}) + A_2 \cdot_e \vec{\Phi}_2(\vec{\rho}) + A_3 \cdot_e \vec{\Phi}_3(\vec{\rho}) + \dots + B_1 \cdot_h \vec{\Phi}_1(\vec{\rho}) + B_2 \cdot_h \vec{\Phi}_2(\vec{\rho}) + B_3 \cdot_h \vec{\Phi}_3(\vec{\rho}) + \dots, \quad (10)$$

где  $A_1 = -0.359 + 0.424 \cdot i$ ,  $A_2 = 0.288 - 0.332 \cdot i$ ,  $A_3 = -0.117 + 0.197 \cdot i$ , ...

$$B_1 = 0,034 - 0,026 \cdot i, \quad B_2 = 0,03 + 0,006 \cdot i, \quad B_3 = 0,021 - 0,002 \cdot i, \quad \dots$$

Вид поля в апертуре (10) можно наглядно изобразить, представив его в виде суперпозиции структур поля различных мод, взятых с соответствующими коэффициентами (рис. 2).



**Рис. 2.** Компоненты структуры поля в апертуре параболической антенны, суммируемые с весами  $A_n$  и  $B_n$

Соотношение (10) вместе с рассчитанными коэффициентами  $A_n$  и  $B_n$  и графическими изображениями структуры поля различных мод (рис. 2) позволяют оценить степень аппроксимации поля в апертуре антенны, используемую в стандартной апертурной теории [11; 12].

#### 4. Расчет векторной диаграммы направленности параболической зеркальной антенны

Теперь, когда поле в апертуре известно, можно перейти к вычислению векторной диаграммы направленности антенны. Точное решение задачи об излучении открытого конца цилиндрического волновода получено Л.А. Вайнштейном [13]. Фактически с учетом виртуальной секции, наращенной на рефлектор, и соотношения (10) решение Вайнштейна дает возможность точно вычислить векторную диаграмму направленности параболической антенны. В работе [14] эти формулы Вайнштейна для поля в дальней зоне приведены к виду, удобному для проведения численных расчетов. Здесь, однако, мы воспользуемся более простым приближенным приемом, основанном на том, что диаметр используемой антенны –  $D$  значительно больше длины волны излучения  $\lambda$ . В этом случае ролью краевых токов можно пренебречь, поскольку их поле влияет на поле в апертуре в относительно узкой области – «полосе» шириной порядка длины волны.

Это приближение аналогично гипотезе Кирхгофа в теории дифракции света на щели. Тогда векторная диаграмма направленности антенны по полю находится простым разложением  $\vec{E}_{AP}(\vec{\rho})$  – поля в апертуре в угловой спектр.

Вычислим  $\vec{F}(\theta, \varphi) = \vec{F}(\vec{k})$ , где  $\vec{k}$  – волновой вектор, направленный под углами  $\theta, \varphi$  к внешней нормали к апертуре антенны. Далее нам будет удобнее оперировать с вектором  $\vec{q}$  – проекцией волнового вектора  $\vec{k}$  на плоскость раскрыва антенны –  $\vec{k} = (\vec{q}, \sqrt{k^2 - q^2})$ , поэтому вместо  $\vec{F}(\vec{k})$  будем писать  $\vec{F}(\vec{q})$ .

Векторную диаграмму направленности антенны  $\vec{F}(\vec{q})$  будем представлять в базисе горизонтально и вертикально поляризованных плоских волн в системе, связанной с антенной. Поле горизонтально поляризованной плоской волны, характеризуемое вектором  $\vec{q}$ , в плоскости апертуры может быть записано в виде

$${}_H\vec{\Psi}(\vec{\rho} | \vec{q}) = \left( \vec{i} \frac{q_y}{q} - \vec{j} \frac{q_x}{q} \right) \cdot \exp\{-i\vec{q}\vec{\rho}\}, \quad (11)$$

где  $q_x$  и  $q_y$  – проекции вектора  $\vec{q}$  на оси ОХ (орт  $\vec{i}$ ) и ОУ (орт  $\vec{j}$ ), лежащие в плоскости апертуры антенны. Аналогичное выражение может быть записано и для поля плоской вертикально поляризованной волны

$${}_V\vec{\Psi}(\vec{\rho} | \vec{q}) = \left( \vec{i} \frac{q_x}{q} + \vec{j} \frac{q_y}{q} \right) \cdot \exp\{-i\vec{q}\vec{\rho}\}. \quad (12)$$

Теперь диаграмма направленности в базисе горизонтально и вертикально поляризованных волн может быть представлена в виде

$$\vec{F}(\vec{q}) = \begin{pmatrix} \int_S (\vec{E}(\vec{\rho}), {}_H\vec{\Psi}(\vec{\rho} | \vec{q})) d\vec{\rho} \\ \int_S (\vec{E}(\vec{\rho}), {}_V\vec{\Psi}(\vec{\rho} | \vec{q})) d\vec{\rho} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где  $\vec{E}(\vec{\rho})$  – поле в апертуре антенны, определяемое соотношением (9), а интегрирование ведется по  $S$  – поверхности апертуры.

После подстановки в (13) выражения для поля  $\vec{E}(\vec{\rho})$  из (9) или, в частном случае, (10), интегралы (13), определяющие горизонтальную и вертикальную компоненты диаграммы направленности антенны, сводятся к известным интегралам, приведенным в [15]:

$${}_H C_n(\vec{q}) = \int_S ({}_e\vec{\Phi}_n(\vec{\rho}), {}_H\vec{\Psi}(\vec{\rho} | \vec{q})) d\vec{\rho} = \frac{\sqrt{2\pi} D \chi_n^2}{[(qD/2)^2 - \chi_n^2] \cdot \sqrt{\chi_n^2 - 1}} J_1'(qD/2) \cdot \cos \varphi_1; \quad (14)$$

$${}_H D_n(\vec{q}) = \int_S ({}_h\vec{\Phi}_n(\vec{\rho}), {}_H\vec{\Psi}(\vec{\rho} | \vec{q})) d\vec{\rho} = -\frac{4\sqrt{2\pi}}{qD\mu_n} J_1(qD/2) \cos \varphi_1; \quad (15)$$

$${}_V C_n(\vec{q}) = \int_S ({}_e\vec{\Phi}_n(\vec{\rho}), {}_V\vec{\Psi}(\vec{\rho} | \vec{q})) d\vec{\rho} = \frac{2\sqrt{2\pi}}{q\sqrt{\chi_n^2 - 1}} J_1(qD/2) \cdot \sin \varphi_1; \quad (16)$$

$${}_V D_n(\vec{q}) = \int_S ({}_h\vec{\Phi}_1(\vec{\rho}), {}_V\vec{\Psi}(\vec{\rho} | \vec{q})) d\vec{\rho} = -\frac{\sqrt{2\pi} D \mu_n}{[(qD/2)^2 - \mu_n^2]} J_1'(qD/2) \sin \varphi_1, \quad (17)$$

где  $\chi_n$  и  $\mu_n$  – корни уравнений  $J'(x)=0$  и  $J(x)=0$ , соответственно, а  $\varphi_1 = \arctg \frac{q_y}{q_x}$ .

Подставляя (10) и (14) – (17) в (13), получаем следующее выражение для векторной диаграммы направленности антенны в поляризованном базисе вертикально и горизонтально поляризованных волн

$$\vec{F}_1(\vec{q}) = \begin{pmatrix} \sum_n \{A_n \cdot ({}_H C_n(\vec{q})) + B_n \cdot ({}_H D_n(\vec{q}))\} \\ \sum_n \{A_n \cdot ({}_V C_n(\vec{q})) + B_n \cdot ({}_V D_n(\vec{q}))\} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Отметим, что вычисленные выше коэффициенты  $A_n$  и  $B_n$  были найдены в предположении, что облучатель возбуждается одной модой –  $TE_{11}$  и диаграмма направленности (18) вычислена в одномодовом режиме. Это обстоятельство отражает индекс 1 у  $\vec{F}_1(\vec{q})$ . Нетрудно видеть, что, выбирая в качестве поля в облучателе  $\vec{E}_{irrad}$  (формула (7)) другой базисный столбец, можно получить диаграмму направленности для любого другого, вообще говоря, многомодового режима возбуждения.

### Заключение

В работе развивается оригинальный подход к вычислению векторной диаграммы направленности параболической зеркальной антенны, основанный на принципиально новом способе расчета отражательных характеристик рефлектора антенны. В основе предлагаемого подхода лежит использование метода погружения и представление рефлектора как неплоского торца (нерегулярной секции) цилиндрического волновода. В результате удается получить выражение для распределения векторного поля в апертуре антенны, в том числе, и в многомодовом режиме возбуждения. Развиваемый подход можно интерпретировать как принципиально новый шаг в развитии апертурной теории антенн.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бояркин С.В., Кузнецов В.Л. Метод инвариантного погружения в теории зеркальных антенн // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2013. - № 195. - С. 29-36.
2. Boyarkin S.V., Kuznetsov V.L. The Imbedding Method in the Internal Electrodynamics Problem of Parabolic Reflector Antennas. В сборнике: [Progress in Electromagnetics Research Symposium](#), Сер. "PIERS 2013 Stockholm - Progress in Electromagnetics Research Symposium, Proceedings", 2013. - С. 144-148.
3. Амбарцумян В.А. Об одном случае задачи о рассеивающей и поглощающей среде конечной оптической толщины // Известия Академии наук Армении. - 1944. - № 1-2.
4. Barbanenkov Yu.N., Kouznetsov V.L., Barbanenkov M.Yu. Transfer relations for electro- magnetic wave scattering from periodic dielectric one-dimension interface: TE polarization, Progress in Electro- magnetic Research: PIER, Vol. 24, 1999.
5. Barabanenkov Yu.N., Barabanenkov M.Yu. Energy Invariants to Composition Rules for Scattering and Transfer Matrices of Propagating and Evanescent Waves in Dielectric Structures // PIERs proceedings. Cambridge, 2006.
6. Кузнецов В.Л., Скобелев С.П., Филонов П.В. Модификация метода погружения для анализа решетки рупоров, возбуждаемых ТЕ-волнами // Радиотехника. - 2010. - № 4.
7. Кузнецов В.Л., Филонов П.В. Уравнение погружения и малый параметр в задаче о нерегулярном волноводе // Радиотехника и электроника. - 2011. - Т. 56. - № 9.
8. Кузнецов В.Л., Филонов П.В. Уравнение погружения для обобщенной матрицы рассеяния в теории нерегулярных волноводов // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2010. - № 157. - С. 5-11.
9. Вычислительные методы в электродинамике / под ред. Р. Митры. - М.: МИР, 1977.
10. Митра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. - М.: МИР, 1974.

11. Антенны и устройства СВЧ // Расчёт и проектирование антенных решёток и их излучающих элементов / под ред. Д.И. Воскресенского. - М.: Советское радио, 1972.
12. Silver S. ed., Microwave Antenna Theory and Design, Peter Peregrinus, Ltd, London, 1984.
13. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. - М.: Советское радио, 1966.
14. Скобелев С.П., Виленко И.Л., Сусеров Ю.А. и др. Комбинированный подход к анализу осесимметричных рупорных антенн // Радиотехника. - 2007. - № 4. - С. 82.
15. Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток. - М.: МИР, 1974.

## MODELING OF A VECTOR RADIATION PATTERN OF PARABOLIC REFLECTOR ANTENNA

Boyarkin S.V., Kuznetsov V.L., Lossiyevskaya T.V.

A new approach to a vector radiation pattern of parabolic reflector antenna calculation based on its reflector consideration as a no-planar end of circular waveguide and reflection coefficient calculation by invariant imbedding method, is developed. As a result, an expression for the distribution of the vector field at antenna aperture in multimode regime of excitation is obtained. The developed approach may be interpreted as a basic new step in the development of aperture antenna theory.

**Key words:** parabolic reflector antenna, invariant imbedding method, aperture-field method, vector radiation pattern.

### Сведения об авторах

**Бояркин Сергей Валерьевич**, 1987 г.р., окончил МГТУ ГА (2010), аспирант МГТУ ГА, автор 4 научных работ, область научных интересов – математическое моделирование электродинамических процессов, дистанционное зондирование, радиолокационные системы.

**Кузнецов Валерий Леонидович**, 1949 г.р., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова (1972), профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой прикладной математики МГТУ ГА, автор более 100 научных работ, область научных интересов – методы математического моделирования в задачах распространения излучения в пространственно неоднородных случайных и периодических средах, УВД, безопасность полетов.

**Лоссиевская Татьяна Владимировна**, окончила МГУ им. М.В. Ломоносова (1965), кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики МГТУ ГА, автор более 30 научных работ, область научных интересов – методы решения уравнений математической физики, моделирование электродинамических систем.