

УДК 629.7(05):517.001.2(820)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ СИСТЕМ ЦЗС

В.К. ГРОМОВ, С.В. ГРОМОВ

Статья представлена доктором технических наук, профессором Коняевым Е.А.

В статье сформулирован закон управления системой ЦЗС и представлен метод построения математических моделей систем ЦЗС в линейно-узловой форме. Установившееся распределение потоков жидкости в трубопроводной сети моделируется системой уравнений, описывающей первый и второй законы Кирхгофа в узловой форме.

Ключевые слова: авиатопливообеспечение, системы централизованной заправки, математическое моделирование, проектирование, гидравлический расчет.

Система ЦЗС представляет собой замкнутую кольцевую трубопроводную сеть для подачи авиационного топлива к стоянкам воздушных судов на перроне аэровокзального комплекса (АВК) аэропорта для осуществления процесса заправки воздушных судов (ВС). Кольцевые системы ЦЗС имеют неоспоримое преимущество по надежности и бесперебойности эксплуатации перед разветвленными системами ЦЗС, поэтому эта конструктивная схема широко применяется в мировой практике проектирования аэропортов.

Основной из важных задач, стоящих перед проектировщиками систем ЦЗС, является проведение гидравлических расчетов для стохастических условий работы системы как базового условия проведения проектных работ. Для целей математического описания процесса примем следующие граничные условия:

а) поддержание потребного напора в трубопроводной системе для обеспечения текущего расхода Q топлива в системе ЦЗС при стохастическом изменении плана заправок воздушных судов;

б) поддержание нормированного давления P на входе в заправочные клапаны гидрантных колодцев перрона аэропорта при стохастическом изменении плана заправок воздушных судов.

Текущий расход в системе ЦЗС задается расходными характеристиками заправочных агрегатов и количеством одновременно заправляемых воздушных судов от системы ЦЗС. Нормированное давление в системе ЦЗС задается нормированным давлением (4,5 бар) регулировки обратных клапанов для заправочных горловин баков воздушных судов.

Следовательно, закон управления системой ЦЗС можно сформулировать как

$$\begin{cases} P = const; \\ Q = const, \end{cases} \quad (1)$$

где P – давление в трубопроводной системе ЦЗС; Q – текущий расход.

Для решения задачи (1) на основании уравнений характеристик узловых элементов строится расчетная математическая модель для сети замкнутых контуров кольцевых трубопроводов, имеющих точки схода для стационарных условий течения жидкости, из которой определяется потребный расход системы ЦЗС. Для математического моделирования принимаем следующие условия:

- расход фидерной линии (магистрального трубопровода) делится в узле А на расходы $Q_1, Q_2 \dots Q_i$;

- в качестве графа принимаем линейно-узловую топологию, описывающую в графическом виде математическую модель трубопроводной сети проектируемой системы ЦЗС (рисунок);

- заданными величинами являются магистральный расход Q (расход фидерной линии), узловые расходы q_1, q_2, \dots, q_n (очевидно, что $Q = q_1 + q_2 + \dots + q_n$) и геометрические элементы

системы ЦЗС (диаметры d_1, d_2, \dots, d_n и длины l_1, l_2, \dots, l_n кольцевых трубопроводов, а также D и L – для фидерной линии). Основной задачей является определение расходов по участкам кольцевого трубопровода и общей потери напора от начала фидерной линии (магистрального трубопровода) до точки схода.

Поскольку физически давление жидкости в трубопроводе есть функция напора, т.е. $P = f(H)$, то в уравнения для математической модели в узловой форме введем значение напора H .

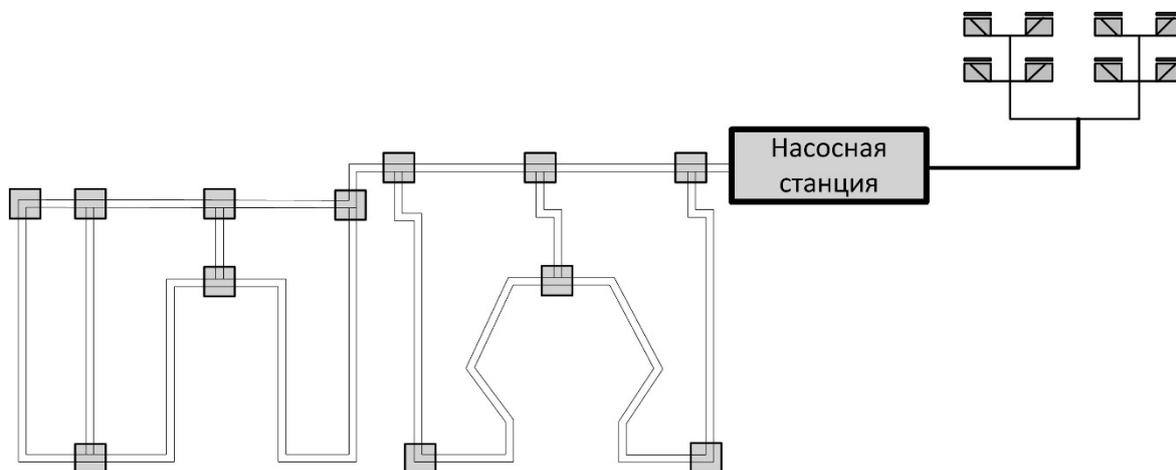


Рисунок. Граф математической модели системы ЦЗС аэропорта

Максимальный расход 2000 м³/ч, суточный расход 10 000 м³/сут.

Математическая модель системы ЦЗС для стационарных условий течения жидкости используется для исследования напорно-расходных характеристик системы ЦЗС при обеспечении закона управления (1) с граничными условиями, заданными нормативной и конструкторской документацией.

Для математического описания работы системы ЦЗС в стационарных условиях течения жидкости примем систему дифференциальных уравнений, характеризующих расход топлива при заправке воздушных судов как многомерный случайный вектор с системой нелинейных уравнений для случая со стационарным течением жидкости. При этом распределение потока в трубопроводной сети носит стохастический характер.

Установившееся распределение потока авиатоплива в трубопроводной сети моделируется системой уравнений (2), которая описывает соответственно первый и второй законы Кирхгофа в узловой форме. В математическом описании будем использовать напорно-расходные характеристики насосно-фильтрационной станции и клапанов гидрантных колодцев системы ЦЗС аэропорта. При этом насосная станция (НС) моделируется узлами, а клапаны гидрантных колодцев соответственно участками.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{p,n \in i} q_{pn} + Q_i \varphi_i(H_i) = 0, \quad i = l, \dots, m; \\ (Z_i + H_i) - (Z_j + H_j) - \text{sign}(q_{ij}) \cdot S_{ij} \cdot |q_{ij}|^\beta = 0, \quad i, j = l, \dots, m \in I - I_{\text{сп}} - I_{\text{зд}}; \\ H_j + h_{Bj} - H_{Hj} + \frac{S_{Hj}}{K_j^2} \cdot q_{Bj} \cdot |q_{Bj}| = 0, \quad j = 1, \dots, k; \\ H_{i2} - H_{i1} - H_{\text{сп}i} + \frac{S_{\text{сп}i}}{k_{\text{сп}i}^2} \cdot q_{iy} \cdot |q_{iy}| = 0, \quad iy \in I_{\text{сп}}; \\ H_{i1} - H_{i2} - \frac{8\xi_{iy}}{g \cdot \pi \cdot d_{iy}^4} \cdot q_{iy} \cdot |q_{iy}| = 0, \quad iy \in I_{\text{зд}}, \end{array} \right. \quad (2)$$

где Q_i – магистральный расход в i -м узле (л/с); $\varphi(H)$ – функция, учитывающая изменение расхода в узле в зависимости от напора; H_i – напор в i -м узле (м); q_{pn} – расход на участке,

смежном с i -м узлом (л/с); q_{ij} – расход на участке (л/с), соединяющем узлы i и j ; m – количество узлов; I – множество участков системы ЦЗС ($1..n$); $I_{сп}$ – множество участков насосной станции (насосных агрегатов); $I_{зд}$ – множество участков - клапанов гидрантных колодцев; k – количество стоянок воздушных судов; S_{ij} – коэффициент гидравлического сопротивления участка, в том числе между узлами i и j ; k_j – число параллельно работающих насосов j -го насосного агрегата; Z_i – геодезическая высота i -го узла системы ЦЗС (м); q_{bj} – потребная производительность i -го насосного агрегата (л/с); H_{Hj} , S_{Hj} – коэффициенты аналитического выражения характеристик насосных агрегатов (для резервуаров $S_{Hj} = 0$); H_{cni} , S_{cni} – то же для частотного регулирования оборотов насосных агрегатов в i -м участке; H_{i1} , H_{i2} – напор в начале и в конце участка - насосной станции и клапанов гидрантных колодцев (м); ξ_{iy} , d_{iy} – коэффициент гидравлического сопротивления и диаметр на iy -м участке; h_{Bj} – высота кавитационного запаса j -го насосного агрегата (для резервуаров $h_{Bj} = -z_{cm} + z_{нас} + q_{Bj}/q_{y0}$; z_{cm} – отметка статического уровня; q_{y0} – удельный дебит (л/с/м); $z_{нас}$ – отметка насоса (м); $sign(q_{ij})$ – кусочно-заданная функция узловых элементов.

Однако если вектор узловых расходов $Q = (Q_1\varphi_1 \dots Q_m\varphi_m)$ является случайным вектором, то будем считать, что Q подчиняется нормальному закону распределения с ковариационной матрицей \tilde{K}_Q и его средним значением \bar{Q} .

В общем виде систему (2) можно записать

$$\bar{F}(x) = 0, \quad (3)$$

где $\bar{F}(x) = (f_1(x) \dots f_r(x))^T$ – вектор-функция уравнений системы (2); $r = n + m + k$ – размерность системы.

Вектор неизвестных X имеет следующую структуру

$$X = (q_1 \dots q_n H_1 \dots H_m q_{Hc1} \dots q_{Hck})^T. \quad (4)$$

Дополним вектор расхода Q до размерности системы, приписав к нему $n+k$ нулей. Последние можно рассматривать как дисперсии и ковариации случайных величин, плотность распределения которых

$$f_i(x) = \delta(x); \quad i = m + 1, \dots, r, \quad (5)$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака.

Ковариационная матрица вектора Q будет иметь вид

$$K_Q = \begin{pmatrix} \tilde{K}_Q & m \times m & 0 \\ 0 & 0 & r \times r \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Поскольку расход в узлах является вектором случайной величины, случайным будет и вектор решения x . Представим выражение (3) в виде

$$F(x) = Q. \quad (7)$$

Тогда решение системы (7) можно записать в виде

$$x = F^{-1}(Q). \quad (8)$$

Так как функция $F(x)$ является нелинейной по x вектор-функции, тогда функция $F^{-1}(Q)$ также будет нелинейной. Ввиду того, что определение распределения нелинейных функций случайных величин является достаточно сложной задачей, для определения характеристик вектора x воспользуемся методом линеаризации, суть которого состоит в замене нелинейных функций в окрестности решения достаточно близкими к ним линейными функциями. Для этого в операционной системе MATLAB 7.4.0 воспользуемся интерполяционным полиномом, построенным методом неопределенных коэффициентов. Расчет аппроксимирующих коэффициентов представлен в разделе Curve Fitting Toolbox. Тогда вектор x будет иметь многомерное нормальное распределение с математическим ожиданием

$$x \cong F^{-1}(Q) \quad (9)$$

и ковариационной матрицей

$$K_x \cong [F']^{-1} K_0 [F']^{-1*}, \quad (10)$$

где звездочкой обозначена операция транспонирования, а матрица приобретает вид

$$F' = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_r} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_r}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_r}{\partial x_r} \end{pmatrix}_{x=\bar{x}} \quad (11)$$

В узлах трубопроводной сети системы ЦЗС должен поддерживаться напор, обеспечивающий заданную вероятность отклонения напора в системе ЦЗС аэропорта P_{oi} , т.е.

$$P(H_i < H_{oi}) \leq P_{oi} \quad (12)$$

При работе насосной станции вероятность превышения напора H_{ei} над предельно допустимым значением H_{doni} , определяемым из условий прочности трубопроводов, запорной арматуры и оборудования, не должна превышать некоторого заданного значения P_{ei}

$$P(H_{ei} > H_{doni}) \leq P_{ei} \quad (13)$$

Выполнить эти требования можно с помощью метода линейного программирования. В таком случае в функцию цели и систему ограничений должны входить элементы вышеуказанной ковариационной матрицы для стохастического расчета.

Современное математическое моделирование сложных технических систем, к которым относятся системы ЦЗС, основано на применении дифференциальных уравнений классической математики, а также новейшей компьютерной математики. Системы компьютерной математики (СКМ) ориентированы на выполнение комплекса вычислительных процессов на основе интеллектуальных баз знаний по различным областям науки и техники – физики, математики, химии, гидравлики, электротехники и ряда других отраслей. В настоящее время созданы специализированные системы блочного имитационного математического моделирования Simulink, позволяющие производить автоматизированную подготовку моделей и уравнений их состояний на базе матричных методов и теории графов. Применение СКМ MATLAB + Simulink позволяет производить многофакторный и многовариантный анализ системы дифференциальных уравнений математического описания и решать задачи оптимизации параметров.

Дальнейшим развитием системы MATLAB + Simulink является широко используемая в самолетостроении программа LMS Imagine.Lab AMESim. Она включает в себя 29 многодисциплинарных библиотек, содержащих 3300 физических моделей.

Библиотеки достоверно валидированы и документированы, позволяют решать задачи всех вовлеченных физических дисциплин, включая гидравлику, термогидравлику, пневматику, электротехнику, механику и системы управления и контроля.

Расширенный инструментарий, анализ и оптимизация компонентов на детальном геометрическом уровне для гидравлики и пневматики позволяют использовать этот продукт для систем с ЦЗС. Математическое моделирование системы подачи топлива в систему ЦЗС выполняется с использованием уравнений напорных характеристик системы резервуарный парк – насосная станция. При этом становится очевидным, что может быть достигнуто уменьшение энергетических затрат на подачу топлива в систему ЦЗС и раскочку топлива из резервуаров при выполнении технологических операций между или внутри складских перекачек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. - Саратов: ГосУНЦ "Колледж", 2005.
2. Введение в математическое моделирование: учеб. пособие / под ред. П.В. Трусова. - М.: Логос, 2004.
3. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. - 3-е изд., испр. - М.: КомКнига, 2007.

4. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. - 2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2001.
5. Островский Г.М., Волин Ю.В. Технические системы в условиях неопределенности. Анализ гибкости и оптимизации. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.
6. Строгалев В.П., Толкачева И.О. Имитационное моделирование. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008.
7. Штовба С.Д. Моделирование нечетких систем средствами MATLAB. - М.: Горячая линия - Телеком, 2007.
8. Aris Rutherford. Mathematical Modelling Techniques, 1994, New York: Dover.
9. Lin C.C. & Segel L.A. Mathematics Applied to Deterministic Problems in the Natural Sciences, 1988, Philadelphia: SIAM.
10. Gershenfeld N. The Nature of Mathematical Modelling, Cambridge University Press, 1998.
11. Yang X.-S. Mathematical Modelling for Earth Sciences, Dudedin Academic, 2008.

MATHEMATICAL MODELING OF HYDRAULIC CALCULATIONS IN DESIGNING FHC SYSTEMS

Gromov V.K., Gromov S.V.

The law of Hydrant Systems control is formulated in the article. The method of construction of Hydrant Susters mathematical models in the linearly-nodal form is presented. The distribution of liquid in a pipeline network is simulated by a system of equations describing Kirchhoff's first and second laws in the nodal form.

Key words: aviation fuel supply, refueling Hydrant Systems, mathematical modeling, design, hydraulic calculation.

Сведения об авторах

Громов Владимир Константинович, 1945 г.р., окончил КИИГА (1976), руководитель проектов фирмы «Месс-унд Фордтехник» (Германия), автор 11 научных работ, область научных интересов – авиатопливообеспечение аэропортов ГА, моделирование технологических процессов и управления топливозаправочными комплексами.

Громов Сергей Владимирович, 1974 г.р., окончил МАТИ (1997), аспирант МАИ, заместитель начальника отделения систем самолета ОАО "Корпорация "Иркут", автор 2 научных работ, область научных интересов – гидравлические и топливные системы, проектирование самолетов.