УДК 519.688
DOI: 10.26467/2079-0619-2022-25-1-77-88

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ В БИНС: СРАВНЕНИЕ ТРАДИЦИОННЫХ АЛГОРИТМОВ

А.А. САНЬКО¹, А.А. ШЕЙНИКОВ²

¹ Белорусская государственная академия авиации, г. Минск, Беларусь

² Военная академия Республики Беларусь, г. Минск, Беларусь

Принцип организации бесплатформенных инерциальных навигационных систем базируется на численном интегрировании угловых скоростей и ускорений. Целью алгоритмов численного интегрирования является аппроксимация поведения динамической системы (беспилотного летательного аппарата – БЛА) с непрерывным временем с помощью цифрового вычислителя. Эффективность численного интегрирования определяется точностью и устойчивостью вычислительного процесса. Алгоритм интегрирования может иметь малую ошибку интегрирования, но при этом быть неэффективным из-за неустойчивости численного метода при изменении шага или условий интегрирования. Стандартным способом проверки алгоритмов интегрирования на устойчивость является их испытание в контрольных условиях эксплуатации (при выполнении БЛА типового полета по маршруту и канонического движения). В статье представлены результаты имитационного моделирования традиционных алгоритмов численного интегрирования в условиях прямолинейного и конического движения БЛА при вычислении значений угловых скоростей различными методами. Проведен анализ полученных результатов исследования, позволяющий выбрать алгоритм, имеющий преимущество по точности и вычислительной простоте в зависимости от условий полета. Для БЛА, у которого отсутствуют или минимальны незатухающие угловые гармонические колебания его корпуса при выполнении типового полета по маршруту, наилучшим по точности и объему вычислений является алгоритм второго порядка точности, реализующий метод средней скорости. Его средняя погрешность вычисления углов составляет от 3,6 до 43 %, что примерно равно значениям погрешностей при использовании рассмотренных алгоритмов (алгоритм, реализующий второе приближение к методу средней скорости, одношаговый алгоритм третьего порядка точности) при троекратно меньшем объеме математических вычислений.

Ключевые слова: движущийся объект, параметры Родрига – Гамильтона, алгоритмы ориентации, моделирование, БЛА, полиномы, угловые скорости.

ВВЕДЕНИЕ

В условиях широкого внедрения навигационных датчиков, выполненных по микроэлектромеханической технологии (МЭМС) и имеющих разброс параметров при изготовлении до 3 %, несмотря на их калибровку при изготовлении, а также высокую чувствительность к внешним возмущениям [1], все большую актуальность приобретает проблема повышения точности бесплатформенных инерциально-навигационных систем (БИНС). Исследования, проводимые отечественными и зарубежными специалистами, показывают, что до 80 % погрешностей БИНС обусловлены погрешностью аналитического построения расчетной системы координат, т. е. системы ориентации [2]. Операция интегрирования является основной в математическом обеспечении БИНС [3–6]. В настоящее время широкое распространение получили алгоритмы инерциальной ориентации БЛА, использующие интегральную первичную информацию о его вращательном движении: «классические» алгоритмы, реализующие метод средней скорости и второе приближение к методу средней скорости, одношаговый алгоритм третьего порядка точности, а также новые алгоритмы: метод последовательного приближения Пикара с использованием формул Кэли и кватернионного кинематического уравнения типа Риккати [7], метод функционального итеративного интегрирования, который в итеративной форме реализует метод последовательных приближений Пикара точного решения линейного дифференциального уравнения для вектора Родрига и кватерниона при использовании аппроксимаций полиномами Чебышева [8–10]. Совсем недавно при непосредственном решении уравнения для матрицы направляющих косинусов [11] был применен подход, основанный на разложении в ряд Тейлора и др. [12–14]. Классические алгоритмы ориентации отличаются простотой и достаточно высокой точностью. Они нашли

свое применение как в космических аппаратах «Союз Т/ТМ/ТМА», «Прогресс», орбитальной станции «МИР», так и в БЛА различных типов. Необходимо отметить, что особенностью рассматриваемых алгоритмов является зависимость точности оценки параметров ориентации от выбора метода вычисления значений угловых скоростей по последовательности выходных сигналов, поступающих от гироскопов [7].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Провести сравнительный анализ «классических» алгоритмов ориентации (построенных с помощью метода последовательного приближения Пикара), использующих интегральную первичную информацию от гироскопов, при наличии незатухающих угловых гармонических колебаний БЛА с малыми амплитудами и частотами при выполнении им типового полета по маршруту и канонического движения. Отличительной особенностью проводимых исследований [3, 7, 14] является оценка точности (вычислительного дрейфа) алгоритмов с учетом погрешностей гироскопов и акселерометров при использовании различных методов интегрирования выходных сигналов, полученных от гироскопов (метод трапеций, кусочно-линейная аппроксимация и полиномиальная аппроксимация).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

В качестве связанной системы координат блока чувствительных элементов БИНС выбрана правая ортогональная система координат $OXYZ$. Вычисления проводятся в нормальной системе координат $Ox_d Y_d Z_d$ (по ГОСТ 20058-80) с вершиной, совмещенной с центром масс объекта, ось Ox_d которой направлена на север по касательной к меридиану, ось OZ_d – по касательной к параллели на восток, а ось OY_d – вдоль вертикали места вверх. Оси нормальной системы координат ориентированы по сторонам света. Начало координат (точка O) перемещается вместе с объектом. При расчете в качестве модели фигуры Земли использован эллипсоид вращения с осью симметрии, совпадающей с осью вращения Земли.

Исходные данные для реализации алгоритма инерциальной ориентации БЛА [15]: координаты текущего местоположения БЛА (ортодромическая широта – φ , ортодромическая долгота – λ); высота полета – H ; углы пространственной ориентации БЛА (тангаж – ϑ , крен – γ , курс – ψ).

1) $M = 1$. Алгоритм второго порядка точности, реализующий метод средней скорости для вычисления параметров Эйлера λ_j^* ($j = 1, \dots, 3$) по интегральной информации о вращательном движении объекта, имеет вид

$$\lambda_0^* = \cos \frac{\gamma}{2}; \quad \lambda_j^* = \gamma^{-1} \gamma_i \sin \frac{\gamma}{2}, \quad (i = 1, 2, 3); \quad \gamma_i = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_i(t) dt; \quad \gamma = (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2)^{0.5}. \quad (1)$$

Количество математических операций для выполнения данного алгоритма – 5.

2) $M = 2$. Алгоритм, реализующий второе приближение к методу средней скорости:

$$\lambda_0^* = 1 - \frac{1}{8} \gamma^2; \quad \lambda_j^* = \frac{1}{2} \gamma_i; \quad \gamma_i = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_i(t) dt; \quad \gamma = (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2)^{0.5}.$$

Количество математических операций для выполнения данного алгоритма – 11.

3) $M = 3$. Одношаговый алгоритм третьего порядка точности:

$$\Delta \lambda_0 = 1 - \frac{1}{8} \gamma^2; \quad \Delta \lambda_1 = \alpha \gamma_1 + \beta \gamma_{23}; \quad \Delta \lambda_2 = \alpha \gamma_2 + \beta \gamma_{31}; \quad \Delta \lambda_3 = \alpha \gamma_3 + \beta \gamma_{12};$$

$$\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{48} \gamma^2; \quad \beta = \frac{1}{24}; \quad \gamma = (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2)^{0.5}; \quad \gamma_{23} = \gamma_3 \gamma_2' - \gamma_2 \gamma_3'; \quad \gamma_{31} = \gamma_1 \gamma_3' - \gamma_3 \gamma_1';$$

$$y_{12} = y_2 y'_1 - y_1 y'_2; y_i = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_i(t) dt; y'_i = \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} \omega_i(t) dt.$$

Количество математических операций для выполнения данного алгоритма – 15; t_{n-1} – предыдущий момент времени вычисления.

Формирование значений самолетных углов:

$$\vartheta_m = \arcsin(2\lambda_1\lambda_2 + 2\lambda_0\lambda_3); \gamma_m = \arctg\left(\frac{2\lambda_0\lambda_1 - 2\lambda_2\lambda_3}{2\lambda_0^2 + 2\lambda_2^2 - 1}\right); \psi_m = \arctg\left(\frac{2\lambda_0\lambda_2 - 2\lambda_1\lambda_3}{2\lambda_0^2 + 2\lambda_1^2 - 1}\right),$$

где $\psi_m, \vartheta_m, \gamma_m$ – вычисленные значения углов ориентации.

Проекция вектора абсолютной угловой скорости географического трехгранника на его оси:

$$\omega_{xg}^n = (U_x + \dot{\lambda}^{n-1}) \cos \varphi^n; \omega_{yg}^n = (U_y + \dot{\lambda}^{n-1}) \sin \varphi^n; \omega_{zg}^n = -\dot{\varphi}^{n-1};$$

$$\dot{\lambda}^{n-1} = \frac{v_{zg}^{n-1}}{R_1 \cos \varphi^{n-1}}; \dot{\varphi}^{n-1} = \frac{v_{xg}^{n-1}}{R_2^{n-1}},$$

где U_x, U_y – горизонтальная и вертикальная составляющая угловой скорости вращения Земли; R_1, R_2 – радиусы кривизны земного эллипсоида.

Значения погрешностей, характерных для точных БИНС [15, 16]: угловая скорость ухода гироскопа типа GG1342 – 0,01 °/ч = 0,000174 [рад/ч], случайный дрейф по углу – 0,001 °/ч; систематическая ошибка акселерометра типа QA 2000 – 0,01 [м/с²], его нестабильность смещения нуля в запуске – 0,004 [м/с²]; ошибка определения углов крена и тангажа – 0,3' = 8,72·10⁻⁵ [рад]; ошибка определения угла курса – 3' = 8,72·10⁻⁴ [рад]; ошибка в определении начальной скорости – 0,3 [м/с]. Как показали проведенные исследования [17], влияние случайного дрейфа гироскопа по углу на 1–2, а нестабильность смещения нуля в запуске акселерометра более чем на 2 порядка ниже точности современных БИНС. Таким образом, случайный дрейф гироскопа и нестабильность смещения нуля акселерометра при моделировании можно не учитывать.

1. Закон движения объекта (полет по маршруту): $a_{x0} = 2$ [м/с²]; $a_{y0} = 0,1$ [м/с²]; $a_{z0} = 0,1$ [м/с²]; $V_x = 20$ [м/с]; $V_y = 1$ [м/с]; $V_z = 1$ [м/с]; $\omega_{x0} = 0$ [рад/с]; $\omega_{y0} = 0$ [рад/с]; $\omega_{z0} = 0$ [рад/с], изменение углов ориентации задавалось в соответствии с табл. 1. Вычисления проводились с 64-разрядной сеткой. Шаг интегрирования от $t_n = 0,05$ до 0,005 с.

Таблица 1
Table 1

Законы изменения углов ориентации для различных условий моделирования
Orientation angles change laws for different simulation conditions

$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$
$\vartheta = 0$	$\vartheta = 0,0000872 \cdot rand(1)$	$\vartheta = 0,000087 \cdot rand(1) + 0,0087 \cdot \sin(\pi)t_n$
$\psi = 0$	$\psi = 0,000872 \cdot rand(1)$	$\psi = 0,000872 \cdot rand(1) + 0,0174 \cdot \sin(\pi)t_n$
$\gamma = 0$	$\gamma = 0,0000872 \cdot rand(1)$	$\gamma = 0,0000872 \cdot rand(1) + 0,0174$
$\omega_{x0} = 0; \omega_{y0} = 0; \omega_{z0} = 0$		
$k = 3$	$k = 4$	
$\vartheta = \cos(2\pi f)t_n$	$\vartheta = 0,0000872 \cdot rand(1) + \cos(2\pi f)t_n$	
$\psi = \sin(2\pi f)t_n$	$\psi = 0,000872 \cdot rand(1) + \sin(2\pi f)t_n$	
$\gamma = 0$	$\gamma = 0,0000872 \cdot rand(1)$	
$\omega_{x0} = 0; \omega_{y0} = \alpha \cdot \sin(2\pi f)t_n; \omega_{z0} = \alpha \cdot \cos(2\pi f)t_n$, где $\alpha = 0,1$ [рад], $f = 0,005$ [Гц]		

Условия моделирования:

- отсутствие незатухающих угловых гармонических колебаний объекта и инструментальных ошибок определения углов ориентации (модель № 0, $k = 0$);
- отсутствие незатухающих угловых гармонических колебаний объекта, но учитываются инструментальные ошибки определения углов ориентации (модель № 1, $k = 1$);
- наличие незатухающих угловых гармонических колебаний объекта [7] с частотами ($f_v, f_\psi = 1$ Гц, $f_\gamma = 0,5$ Гц) и с малыми амплитудами ($\psi_+ = 1$ град, $v_+ = 0,5$ град, $\gamma_+ = 1$ град) с учетом инструментальных ошибок определения углов ориентации (модель № 2, $k = 2$).

Наличие незатухающих низкочастотных угловых гармонических колебаний объекта с малыми амплитудами объясняется главным образом передачей гармонических колебаний лопастей несущего винта или тягового винта на корпус объекта. Например, непрерывные угловые колебания БЛА типа «Орлан-10» производства ООО «СТЦ» достигают 5° с частотами до 1 Гц¹.

2. Закон движения объекта задавался в виде канонического разложения (моделируется колебательным движением по двум переменным [12]): $a_{x0} = 2$ [м/с²]; $a_{y0} = 0$ [м/с²]; $a_{z0} = 0$ [м/с²]; $V_x = 20$ [м/с]; $V_y = 1$ [м/с]; $V_z = 1$ [м/с], углы ориентации и их ошибки задавались в соответствии с табл. 2.

Таблица 2
Table 2

Значения углов ориентации и их ошибки для различных условий моделирования изменения
Orientation angles values and their errors for different simulation conditions

M	Значения углов ориентации [град] при $t = 60$ с							
	$(t_n = 0,05 \text{ с})$				$(t_n = 0,005 \text{ с})$			
$k = 0$								
	γ	ϑ	ψ	$\Sigma, \%$	γ	ϑ	ψ	$\Sigma, \%$
1	-0,2473	0,0108	-0,0437	7	-0,2476	0,0110	-0,0435	3,6
2	-0,2473	0,0107	-0,0436	4,6	-0,2475	0,0109	-0,0435	2,3
3	-0,2472	0,01099	-0,0435	2,3	-0,2473	0,0109	-0,0434	0
$k = 1$								
1	-0,2455	0,0109	-0,0174	149	-0,2431	0,0135	-0,0245	43
2	-0,2470	0,0116	-0,0196	121	-0,2442	0,0142	-0,0312	39
3	-0,2434	0,0121	-0,0276	57	-0,2463	0,0116	-0,0301	44
$k = 2$								
1	0,7482	0,0985	0,1544	72	0,7530	0,0307	-0,0024	578
2	0,7537	0,0979	0,1604	73	0,7527	0,0263	0,0024	700
3	0,7544	0,0991	0,1516	71	0,7524	0,0291	0,0089	587
$k = 3$								
1	-28,933	61,124	4,194	95	-3,1897	57,889	2,1381	1,5
2	-29,360	60,358	4,258	98	-3,1940	57,222	2,1409	1
3	-29,366	60,359	4,259	98	-3,1947	57,222	2,1413	0
$k = 4$								
1	-84,152	62,879	13,069	510	-51,221	57,770	2,670	24
2	-85,265	61,888	13,353	523	-51,301	57,695	2,687	25
3	-85,271	61,888	13,366	524	-51,298	57,691	2,679	25

¹ Орлан-10 [Электронный ресурс] // Википедия. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%80%D0%BB%D0%B0%D0%BD-10> (дата обращения: 22.05.2021).

Условия моделирования:

– инструментальные ошибки определения углов ориентации отсутствуют, но в наличии незатухающие угловые гармонические колебания объекта с угловыми скоростями (модель № 3, $k = 3$);

– инструментальные ошибки определения углов ориентации присутствуют, и в наличии незатухающие угловые гармонические колебания объекта с угловыми скоростями (модель № 4, $k = 4$).

В режиме начальной выставки. Значения углов ориентации объекта вычислялись как:
для моделей № 0–2

$$\begin{aligned}\psi^n &= (\psi + \Delta\psi^n) + \psi_a \sin(\omega_\psi + \varphi_1); \\ \vartheta^n &= (\vartheta + \Delta\vartheta^n) + \vartheta_a \sin(\omega_\vartheta + \varphi_2); \\ \gamma^n &= (\gamma + \Delta\gamma^n) + \gamma_a \sin(\omega_\gamma + \varphi_3);\end{aligned} \quad (2)$$

для моделей № 3–4

$$\begin{aligned}\psi^n &= (\psi + \Delta\psi^n) + \psi_a \sin(\omega_\psi + \varphi_1); \\ \vartheta^n &= (\vartheta + \Delta\vartheta^n) + \vartheta_a \cos(\omega_\vartheta + \varphi_2); \\ \gamma^n &= (\gamma + \Delta\gamma^n),\end{aligned} \quad (3)$$

где $\psi_a, \vartheta_a, \gamma_a$ – амплитуды гармонических колебаний объекта; $\omega_\psi, \omega_\vartheta, \omega_\gamma$ – угловые частоты; φ_i ($i = 1, \dots, 3$) – начальные фазы колебаний; $\Delta\psi, \Delta\vartheta, \Delta\gamma$ – инструментальные ошибки в определении углов ориентации; ψ, ϑ, γ – начальные значения углов ориентации объекта.

В режиме навигации и ориентации. Составляющие угловой скорости вычислялись как:
Для моделей № 0–2:

$$\begin{aligned}\omega_{xg}^n &= \dot{\gamma}^n + \dot{\psi}^n \sin \vartheta^n + \omega_{др}^{xn}; \quad \omega_{yg}^n = \dot{\vartheta}^n \sin \gamma^n + \dot{\psi}^n \cos \vartheta^n \cos \gamma^n + \omega_{др}^{yn}; \\ \omega_{zg}^n &= \dot{\vartheta}^n \cos \gamma^n - \dot{\psi}^n \cos \vartheta^n \sin \gamma^n + \omega_{др}^{zn},\end{aligned} \quad (4)$$

где формулы для вычисления $\dot{\psi}^n, \dot{\vartheta}^n, \dot{\gamma}^n$:

$$\dot{\psi}^n = \psi_a \omega_\psi \cos(\omega_\psi + \varphi_1) t_n; \quad \dot{\vartheta}^n = \vartheta_a \omega_\vartheta \cos(\omega_\vartheta + \varphi_2) t_n; \quad \dot{\gamma}^n = \gamma_a \omega_\gamma \cos(\omega_\gamma + \varphi_3) t_n.$$

Для моделей № 3–4:

$$\begin{aligned}\omega_{xg}^n &= \dot{\gamma}^n + \dot{\psi}^n \sin \vartheta^n + \omega_{др}^{xn}; \quad \omega_{yg}^n = \dot{\vartheta}^n \sin \gamma^n + \dot{\psi}^n \cos \vartheta^n \cos \gamma^n + \omega_{др}^{yn} + a \sin(2\pi f) t_n; \\ \omega_{zg}^n &= \dot{\vartheta}^n \cos \gamma^n - \dot{\psi}^n \cos \vartheta^n \sin \gamma^n + \omega_{др}^{zn} + a \cos(2\pi f) t_n.\end{aligned} \quad (5)$$

Формулы для вычисления $\dot{\psi}^n, \dot{\vartheta}^n, \dot{\gamma}^n$:

$$\dot{\psi}^n = \psi_a \omega_\psi \cos(\omega_\psi + \varphi_1) t_n; \quad \dot{\vartheta}^n = -\vartheta_a \omega_\vartheta \sin(\omega_\vartheta + \varphi_2) t_n; \quad \dot{\gamma}^n = 0.$$

Интегралы $\gamma_i = \int_{n-1}^n \omega_{ig}(n) dt_n$ по полученным данным от гироскопов находились с помощью:

– метода трапеций:

$$\gamma_1 = 0,5 t_n (\omega_{xg}^n + \omega_{xg}^{n-1}); \quad \gamma_2 = 0,5 t_n (\omega_{yg}^n + \omega_{yg}^{n-1}); \quad \gamma_3 = 0,5 t_n (\omega_{zg}^n + \omega_{zg}^{n-1}), \quad (6)$$

– кусочно-линейной аппроксимации 3-го порядка:

$$\gamma_1 = 0,5 t_n (\omega_{xg}^n + \omega_{xg}^{n-1}) + \frac{1}{12} t_n^2 (\omega_{xg}^n \cdot \omega_{xg}^{n-1}), \quad (7)$$

– полиномиальной аппроксимации 3-го порядка:

$$\gamma_1 = 0,5t_n(\omega_{xg}^n + \omega_{xg}^{n-1}) + \frac{1}{3}t_n^2((\omega_{xg}^n)^2 + (\omega_{xg}^{n-1})^2) + \frac{1}{4}t_n^3((\omega_{xg}^n)^3 + (\omega_{xg}^{n-1})^3), \quad (8)$$

для γ_2 и γ_3 аналогично.

Для моделей № 0–4 формула для учета:
ошибки акселерометра:

$$a_{x0}^n = 2 + 2 \cdot 0,01 \cdot randn(1), \text{ для } a_{y0}^n \text{ и } a_{z0}^n \text{ аналогично;} \quad (9)$$

ошибки гироскопа:

$$\omega_{др}^{xn} = randn(1) \cdot 2,41 \cdot 10^{-9} \cdot t_n, (t_n = 0,05 \text{ с}), \text{ для } \omega_{др}^{yn} \text{ и } \omega_{др}^{zn} \text{ аналогично;} \quad (10)$$

ошибки вычисления скорости:

$$V_{xg}^n = 20 + 0,3 \cdot randn(1), \text{ для } V_{yg}^n \text{ и } V_{zg}^n, \text{ аналогично.} \quad (11)$$

Вычисления проводились в среде имитационного моделирования *Matlab* [18]. Принимается, что случайные погрешности навигационных датчиков независимы, распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и их предельное отклонение соответствует 3σ [19]. Для моделирования случайных составляющих ошибок измерителей использовалась функция *randn*. Функция формирует массив чисел, распределенных по нормальному закону с математическим ожиданием 0 и среднеквадратическим отклонением 1.

Интервал движения объекта (интегрирования) – 60 с. Зависимости изменения параметров пространственной ориентации БЛА, угловой скорости дрейфа гироскопа и ошибок акселерометра (при использовании модели № 1) представлены на рис. 1. Значения параметров пространственной ориентации при использовании модели № 2 представлены на рис. 2. На рис. 3 представлены значения нормы кватерниона (1) при различных условиях моделирования ($t_n = 0,05 \text{ с}$; $f = (6)$).

Рис. 1. Зависимости пространственной ориентации (а), угловой скорости ухода гироскопа (б) и ошибки акселерометра (в)

Fig. 1. Dependences of spatial orientation (a), gyroscope drift angular velocity (б) and accelerometer errors (в)

Рис. 2. Значения параметров пространственной ориентации БЛА при использовании модели № 2 ($t_n = 0,05$ с)

Fig. 2. UAV spatial orientation parameters values, while using model No. 2 ($t_n = 0.05$ с)

Рис. 3. Значения нормы кватерниона (1) при различных условиях моделирования ($t_n = 0,05$ с; $f = (6)$)

Fig. 3. Quaternion norm values (1), under various simulation conditions, ($t_n = 0.05$ с; $f = (6)$)

В качестве количественной характеристики погрешности в определении углов ориентации использовалась эмпирическая метрика:

$$\Sigma = (\Delta\gamma_M + \Delta\psi_M + \Delta\psi_M)/3, [\%], \quad (12)$$

где $\Delta\gamma = 100 - (\gamma / \gamma_{\text{э}}) \cdot 100$ %, $\gamma_{\text{э}}$ – вычисленное значение угла при $k = 0$ и $M = 3$, $t_n = 0,005$ с.

Выбор значений параметров k , M , t_n в качестве эталонных обусловлен следующими причинами: методическая накапливающая погрешность алгоритма пропорциональна $\sim t_n^2$ [7] и норма кватерниона тем меньше, чем выше порядок алгоритма.

Как показали проведенные исследования для рассмотренных методов интегрирования (табл. 2), средняя погрешность в определении углов ориентации без учета начальных ошибок их определения (модель № 0) составляет не более 4–5 %, причем с уменьшением шага интегрирования эта погрешность уменьшается до 2–3 %. При наличии ошибок определения углов ориентации (модель № 1) наибольшую вычислительную робастность имеет второй метод (алгоритм интегрирования, реализующий второе приближение к методу средней скорости), причем при уменьшении шага интегрирования с $t_n = 0,05$ до $t_n = 0,005$ с погрешность уменьшается с 149 до 43 %. Противоположная ситуация для значений погрешности в определении углов ориентации при наличии незатухающих угловых гармонических колебаний объекта в совокупности с учетом погрешностей измерителей, независимо от метода интегрирования. При $t_n = 0,05 \approx 73$ %, а при $t_n = 0,005$ – до ≈ 700 %, что характеризуется вычислительной неустойчивостью алгоритмов по углам γ и ψ (неустойчивость обусловлена неустойчивостью вычисления по параметрам Эйлера – λ_1, λ_3 [3]).

При каноническом движении объекта (модели № 3–4), погрешности в вычислении углов составляют 24–25 % (табл. 2), независимо от типа используемого алгоритма, причем по углу крена разница составляет примерно 51 град, что в 17 раз превышает его эталонное значение. Значения ошибок углов ориентации объекта при использовании различных методов вычисления значений угловых скоростей отличаются незначительно – на 5–10 % (табл. 3), в то же время

при использовании метода трапеций (5) количество математических операций примерно в 2 раза меньше по сравнению с кусочно-линейной аппроксимацией (7) и в 7 раз меньше, чем при использовании полиномиальной зависимости (8).

Причем при уменьшении шага интегрирования точность вычисления значений углов ориентации растет.

Таблица 3
Table 3

Значения углов ориентации и их ошибки для различных условий моделирования
Orientation angles values and their errors for different simulation conditions

$k = 0, M = 3, (t_n = 0,05 \text{ с})$				$k = 0, M = 3, (t_n = 0,005 \text{ с})$		
f	γ	ϑ	ψ	γ	ϑ	ψ
(6)	-0,2473	0,0108	-0,0437	-0,2476	0,0110	-0,043
(7)	-0,2469	0,0110	-0,0433	-0,2475	0,0109	-0,043
(8)	-0,2472	0,0109	-0,0434	-0,2474	0,0110	-0,043
$k = 3, M = 3, (t_n = 0,05 \text{ с})$				$k = 3, M = 3, (t_n = 0,005 \text{ с})$		
(6)	-28,933	61,124	4,194	-3,1897	57,288	2,138
(7)	-29,365	60,351	4,259	-3,1946	57,222	2,141
(8)	-30,410	60,465	5,528	2,2411	57,248	3,284
$k = 4, M = 3, (t_n = 0,05 \text{ с})$				$k = 4, M = 3, (t_n = 0,005 \text{ с})$		
(6)	-84,152	62,879	13,069	-51,221	57,770	2,670
(7)	-85,272	61,888	13,341	-51,302	57,693	2,707
(8)	-86,256	61,953	14,551	-51,381	57,721	2,761

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен сравнительный анализ «классических» алгоритмов ориентации (построенных с помощью метода последовательного приближения Пикара), использующих интегральную первичную информацию от гироскопов при наличии незатухающих угловых гармонических колебаний БЛА с малыми амплитудами и частотами при выполнении им типового полета по маршруту, и канонического движения с использованием вычислительной среды Matlab. Для БЛА, у которых отсутствуют или минимальны незатухающие угловые гармонические колебания его корпуса, при выполнении типового полета по маршруту наилучшим по точности и объему вычислений является алгоритм второго порядка точности, реализующий метод средней скорости. Его средняя погрешность вычисления углов составляет от 3,6 до 43 %, что примерно равно значениям погрешностей при использовании рассмотренных методов при втрое меньшем объеме математических вычислений. Наличие незатухающих низкочастотных гармонических колебаний объекта с угловыми скоростями с большими амплитудами приводит к потере вычислительной устойчивости рассмотренных алгоритмов, причем независимо от рассмотренных методов вычисления угловых скоростей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Капля В.И., Савицкий И.В., Мاستиков Д.А. Калибровка трехосного акселерометра по данным ряда измерений с различной ориентацией [Электронный ресурс] // Инженерный

вестник Дона. 2018. № 2. 7 с. URL: http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_161_Karplya_Savitskyi.pdf_a5a49df4f3.pdf (дата обращения: 18.10.2021).

2. **Кивокурцев А.Л., Мишин С.В.** Особенности алгоритмического обеспечения авиационной бесплатформенной инерциальной навигационной системы и возможность синтеза высокоточного безразгонного экономичного алгоритма блока ориентации // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 3 (39). С. 120–126.

3. **Бу Ю., Литманович Ю.А.** Определение угловой ориентации в БИНС: Сравнение традиционных подходов и метода функционального итеративного интегрирования // Гиропсия и навигация. 2020. Т. 28, № 4 (111). С. 16–36. DOI: 10.17285/0869-7035.0047

4. **Litmanovich Y.A., Lesyuchevsky V.M., Gusinsky V.Z.** Two new classes of strapdown navigation algorithms // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. January-February 2000. Vol. 23, no. 1. P. 34–44.

5. **Лобусов Е.С., Фомичев А.В.** Разработка и исследование алгоритмического обеспечения для основных режимов функционирования бесплатформенной инерциальной системы управления движением и навигации малогабаритного космического аппарата [Электронный ресурс] // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. № 10 (22). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-10-1095 (дата обращения: 18.10.2021).

6. **Челноков Ю.Н.** Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения. М.: Физматлит, 2006. 512 с.

7. **Челноков Ю.Н., Переляев С.Е., Челнокова Л.А.** Исследование алгоритмов определения инерциальной ориентации движущегося объекта // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2016. Т. 16, № 1. С. 80–95. DOI: 10.18500/1816-9791-2016-16-1-80-95

8. **Wu Y.** RodFilter: attitude reconstruction from inertial measurement by functional iteration // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2018. Vol. 54, iss. 5. P. 2131–2142. DOI: 10.1109/TAES.2018.2808078

9. **Wu Y., Cai Q., Truong T.K.** Fast RodFilter for attitude reconstruction from inertial measurement // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2019. Vol. 55, iss. 1. P. 419–428. DOI: 10.1109/TAES.2018.2866034

10. **Wu Y., Yan G.** Attitude reconstruction from inertial measurements: QuatFilter and its comparison with RodFilter // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2019. Vol. 55, iss. 6. P. 3629–3639. DOI: 10.1109/TAES.2019.2910360

11. **Xu Z.** Accurate direct strapdown direction cosine algorithm / Z. Xu, J. Xie, Z. Zhou, J. Zhao, Z. Xu // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2019. Vol. 55, iss. 4. P. 2045–2053. DOI: 10.1109/TAES.2018.2881353

12. **Челноков Ю.Н., Переляев С.Е., Челнокова Л.А.** Дифференциальные кинематические уравнения вращательного движения твердого тела в четырехмерных кососимметрических операторах и новые алгоритмы ориентации БИНС // Проблемы критических ситуаций в точной механике и управлении: материалы Всероссийской научной конференции с международным участием. Саратов, 25–27 сентября 2013 г. ИПТМУ РАН. Саратов: «Наука», 2013. С. 315–320.

13. **Челноков Ю.Н., Переляев С.Е.** Новые уравнения и алгоритмы ориентации и навигации БИНС в четырехмерных кососимметрических операторах // Интегрированные навигационные системы: сборник материалов XXI Санкт-Петербургской международной конференции. Санкт-Петербург, 26–28 мая 2014 г. СПб.: ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электронприбор", 2014. С. 308–312.

14. **Переляев С.Е., Челноков Ю.Н.** Новые алгоритмы определения инерциальной ориентации объекта // Прикладная математика и механика. 2014. Т. 78, № 6. С. 778–789.

15. Маркелова В.В. Моделирование бесплатформенной инерциальной навигационной системы в составе стенда навигационного комплекса летательного аппарата / В.В. Маркелова, А.В. Шукалов, М.О. Костишин, И.О. Жаринов, О.О. Жаринов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17, № 5. С. 903–909. DOI: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-903-909

16. Матвеев В.В., Распопов В.Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. СПб.: ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2009. 280 с.

17. Михеев А.В. Разработка и применение модели шумов датчиков первичной информации при математическом моделировании работы бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2009. Т. 2, № 1 (38). С. 150–160.

18. Дьяконов В.П. MATLAB 7./R2006/R2007: Самоучитель. М.: ДМК Пресс, 2008. 768 с.

19. Головач С.В. Методы испытаний и калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем: дисс. ... канд. техн. наук. Киев: Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт имени И. Сикорского", 2017. 170 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Санько Андрей Анатольевич, кандидат технических наук, доцент учреждения образования «Белорусская государственная академия авиации», min.777.144@mail.ru.

Шейников Алексей Алексеевич, кандидат технических наук, доцент учреждения образования «Военная академия Республики Беларусь», hobat097@yandex.ru.

ANGULAR ORIENTATION DETERMINATION IN SINS: TRADITIONAL ALGORITHMS COMPARISON

Andrey A. Sanko¹, Aleksey A. Sheinikov²

¹*Belarusian State Academy of Aviation, Minsk, Belarus*

²*Military Academy of the Republic of Belarus, Minsk, Belarus*

ABSTRACT

The principle of organization of strap-down inertial navigation systems is based on numerical integration of angular velocities and accelerations. The purpose of numerical integration algorithms is to approximate the behavior of a dynamic system (unmanned aerial vehicle – UAV) with continuous time using a digital computer. The efficiency of numerical integration is determined by the accuracy and stability of the computational process. The integration algorithm may have a small integration error, but at the same time be inefficient due to the instability of the numerical method when the step or conditions of integration change. The standard way to test integration algorithms for stability is to test them under control operating conditions (when performing a typical UAV flight along the route and canonical movement). The article presents the results of simulation modeling of traditional numerical integration algorithms in the conditions of rectilinear and conical UAV motion, when calculating the values of angular velocities by various methods. The analysis of the obtained research results is carried out, which allows us to choose an algorithm that has an advantage with respect to accuracy and computational simplicity, depending on the flight conditions. For a UAV that has no or minimal undamped angular harmonic oscillations of its body, when performing a typical flight along the route, the best, in terms of accuracy and volume of calculations, is a second-order accuracy algorithm implementing the average speed method. Its average error in calculating angles ranges from 3.6 to 43%, which is approximately equal to the errors values when using the considered algorithms (an algorithm implementing a second approximation to the average speed method, a one-step algorithm of the third-order of accuracy), with a three-fold smaller amount of mathematical calculations.

Key words: moving object, Rodrigues-Hamilton parameters, orientation algorithms, modeling, UAV, polynomials, angular velocities.

REFERENCES

1. **Kaplya, V.I., Savitsky, I.V. and Mastikov, D.A.** (2018). *Calibrating the triaxial accelerometer according to a number of measurements with different orientation*. Engineering journal of Don, no. 2, 7 p. Available at: http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_161_Kaplya_Savitskyi.pdf_a5a49df4f3.pdf (accessed: 18.10.2021). (in Russian)
2. **Kivokurtsev, A.L. and Mishin, S.V.** (2013). *Algorithmic features of aviation strapdown inertial navigation system and the possibility of synthesis of a highly-precise efficient orientation unit algorithm without accelerating*. Modern technologies. System analysis. Modeling, no. 3 (39), p. 120–126. (in Russian)
3. **Wu, Yu. and Litmanovich, Yu.A.** (2020). *Strapdown attitude computation: functional iterative integration versus taylor series expansion*. Gyroscopy and Navigation, vol. 11, no. 4, p. 263–276. DOI: 10.1134/S2075108720040124
4. **Litmanovich, Yu.A., Lesyuchevsky, V.M. and Gusinsky, V.Z.** (2000). *Two new classes of strapdown navigation algorithms*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, January-February, vol. 23, no. 1, p. 34–44.
5. **Lobusov, E.S. and Fomichev, A.V.** (2013). *Research and development of algorithmic support for the main modes of operation of the strapdown inertial motion control and navigation of small-sized spacecraft*. Engineering journal: science and innovations, no. 10 (22). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-10-1095 (accessed: 18.10.2021). (in Russian)
6. **Chelnokov, Yu.N.** (2006). *Kvaternionnyye i bikvaternionnyye modeli i metody mekhaniki tverdogo tela i ikh prilozheniya. Geometriya i kinematika dvizheniya* [Quaternion and biquaternion models and methods of rigid body mechanics and their applications. Geometry and kinematics of motion]. Moscow: Fizmatlit, 512 p. (in Russian)
7. **Chelnokov, Yu.N., Perelyaev, S.E. and Chelnokova, L.A.** (2016). *An investigation of algorithms for estimating the inertial orientation of a moving object*. Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics, vol. 16, no. 1, p. 80–95. DOI: 10.18500/1816-9791-2016-16-1-80-95 (in Russian)
8. **Wu, Yu.** (2018). *RodFilter: attitude reconstruction from inertial measurement by functional iteration*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 54, issue 5, p. 2131–2142. DOI: 10.1109/TAES.2018.2808078
9. **Wu, Yu., Cai, Q. and Truong, T.K.** (2019). *Fast RodFilter for attitude reconstruction from inertial measurement*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 55, issue 1, p. 419–428. DOI: 10.1109/TAES.2018.2866034
10. **Wu, Y. and Yan, G.** (2019). *Attitude reconstruction from inertial measurements: QuatFilter and its comparison with RodFilter*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 55, issue 6, p. 3629–3639. DOI: 10.1109/TAES.2019.2910360
11. **Xu, Z., Xie, J., Zhou, Z., Zhao, J. and Xu, Z.** (2019). *Accurate direct strapdown direction cosine algorithm*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 55, issue 4, p. 2045–2053. DOI: 10.1109/TAES.2018.2881353
12. **Chelnokov, Yu.N., Perelyaev, S.E. and Chelnokova, L.A.** (2013). *Differentsialnyye kinematicheskiye uravneniya vrashchatelnogo dvizheniya tverdogo tela v chetyrekhmernykh kososimmetricheskikh operatorakh i novyye algoritmy oriyentatsii BINS* [Differential kinematic equations of a rigid body rotational motion in four-dimensional skew-symmetric operators and new algorithms of orientation of BINS]. Problemy kriticheskikh situatsiy v tochnoy mekhanike i upravlenii: materialy Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiyem [Problems of critical situations in precision mechanics and control: materials of the All-Russian Scientific Conference]. Saratov: "Nauka", p. 315–320. (in Russian)

13. Chelnokov, Yu.N. and Perelyaev, S.E. (2014). *New equations and algorithms of sins orientation and navigation in four-dimensional skew-symmetric operators*. Proceedings 21st Saint-Petersburg International conference on integrated navigation systems. ICINS 2014, p. 365–369.

14. Perelyaev, S.E. and Chelnokov, Y.N. (2014). *New algorithms for determining the inertial orientation of an object*. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, vol. 78, no. 6, p. 560–567. DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2015.04.003

15. Markelova, V.V., Shukalov, A.V., Kostishin, M.O., Zharinov, I.O. and Zharinov, O.O. (2017). *Modeling of non-platform inertial navigation system as a component of aircraft navigation computer stand*. Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics, vol. 17, no. 5, p. 903–909. DOI: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-903-909

16. Matveev, V.V. and Raspopov, V.Ya. (2009). *Osnovy postroyeniya besplatformennykh inertial'nykh navigatsionnykh sistem* [Fundamentals of free-form inertial navigation systems construction]. St.Petersburg: OAO "Kontsern "TsNII "Elektropribor", 280 p. (in Russian)

17. Mikheyev, A.V. (2009). *Sensors noise model development and application for mathematical simulation of the strapdown inertial navigation system functioning*. Vestnik Saratovskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta, vol. 2, no. 1 (38), p. 150–160. (in Russian)

18. Diakonov, V.P. (2008). *MATLAB 7./R2006/R2007: samouchitel* [MATLAB 7./R2006/R2007: Tutorial]. Moscow: DMK Press, 768 p. (in Russian)

19. Golovach, S.V. (2017). *Metody ispytaniy i kalibrovki besplatformennykh inertial'nykh navigatsionnykh sistem: diss. ... kand. tekhn. nauk* [Testing and calibration methods of strapless inertial navigation systems: Dissertation of Cand. Tech. Sc.]. Kiev: National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", 170 p. (in Russian)

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Andrey A. Sanko, Candidate of Technical Sciences, Head of the Department, Belarusian State Academy of Aviation, min.777.144@mail.ru.

Aliaksey A. Sheinikau, Candidate of Technical Sciences, Deputy Head of the Department, Belarusian Military Academy, af.varb.ao@yandex.ru.

Поступила в редакцию 06.10.2021
Принята в печать 25.01.2022

Received 06.10.2021
Accepted for publication 25.01.2022