УДК 629.7.01

СТАТИСТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПРОГНОЗА ХАРАКТЕРИСТИК СЛОЖНОЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ВРЕМЕННЫМИ РЯДАМИ

Н.А. СЕВЕРЦЕВ, В.М. БАЛЫК, Е.В. БАЛЫК

Рассматривается проблема построения среднесрочного прогноза на уровне восстановления тренда в среднем. Приводится метод восстановления тренда в полиномиальной форме, коэффициенты которого определяются через обратные функции, которые аппроксимируются тригонометрическими полиномами. Приводятся условия описания процесса построения тренда.

Ключевые слова: прогноз, тренд, статистический синтез, обратные функции, тригонометрические полиномы, временной ряд.

При формировании проекта сложной технической системы (СТС) одна из задач прогноза состоит в прогнозировании оптимальных параметров, что дает возможность установить оптимальные параметры СТС к сроку реализации проекта. Такое прогнозирование осуществляется экстраполяцией параметров системы на основе обработки статистических данных по прототипам. Так, например, на основе статистической информации формируются зависимости, отражающие изменение параметров объекта [1], например, массы ЛА - m_0 от времени и технических характеристик. Например, это может быть зависимость вида

$$m_0 = A \cdot T^{\nu_1} m_{\text{пн}}{}^{\nu_2} V^{\nu_3} L^{\nu_4} \prod_{i=5}^{k} \Pi_i^{\nu_i}, \qquad (1)$$

где A и ν_i - статистические коэффициенты, T - время прогноза, $m_{\text{пн}}$, L, и V – масса полезной нагрузки, максимальная дальность и скорость полета, Π_i, $i = \overline{1,k}$ - другие технические параметры.

Такая модель прогнозирования весьма проста, но точность прогнозирования здесь неудовлетворительная.

Многочисленные приложения показывают [1,2], что для задач среднесрочного прогнозирования вполне достаточно выявить тренд процесса, для чего удобно воспользоваться временными рядами.

Известно [2], что временной ряд состоит из аддитивных систематических составляющих и случайного остатка. Систематические составляющие, как правило, включают регулярный тренд и циклические компоненты. Остаток обычно считают случайной ошибкой или шумом. Тренд представляет собой линейную или нелинейную функцию времени. Но использование даже этой модели сталкивается с известными трудностями, связанными с отсутствием общего способа определения тренда во временных рядах.

Ниже приводится метод формирования тренда временного ряда, основанный на представлении коэффициентов полинома тренда в виде обратных функций от статистического критерия.

Рассматривается статистическая выборка вида (Таблица 1):

Таблица 1.

T	t	y^T
T_0	0	$(y^T)_0$
T_{-1}	1	$(y^T)_{-1}$
T_{-2}	2	$(y^T)_{-2}$

T	t	y^T
T_{-3}	3	$(y^T)_{-3}$
….	….	….
T_{-N}	N	$(y^T)_{-N}$

Здесь T_0- отсчет времени на настоящий момент, T_{-1} – момент времени на один такт назад, T_{-2} - момент времени на два такта назад и т. д. По данной выборке можно восстановить связь между состоянием системы в данный момент времени T_0 и состоянием системы в моменты времени T_{-1}, T_{-2}, T_{-3}, …, T_{-N}, т.е. строится полином вида:

$$y = C_0 y_0 + C_1 y_{-1} + C_2 y_{-2} + \dots + C_N y_{-N}.$$

Далее по итерационной схеме прогнозируется состояние системы на будущие моменты времени. Например, это может быть система вида:

$$T_0 = \alpha_1 T_{-1} + \beta_1 T_{-2} + \gamma_1 T_{-8},$$
$$T_{+1} = \alpha_2 T_0 + \beta_2 T_{-1} + \gamma_2 T_{-4},$$
$$T_{+2} = \alpha_3 T_{+1} + \beta_3 T_{-3} + \gamma_3 T_{-6},$$
$$T_{+3} = \alpha_4 T_{+2} + \beta_4 T_0 + \gamma_4 T_{-2}.$$

Записанная здесь структура означает, что выбор линейных параметров по принятому статистическому критерию приводит к существенным коэффициентам только при T_{-1}, T_0, T_{+1}, T_{+2}, T_{-2}, T_{-3}, T_{-8}, T_{-4}, T_{-6}, а остальные коэффициенты оказались малозначимыми.

Низкочастотную составляющую (тренд в среднем) случайного процесса аналитически можно описать с помощью полинома:

$$T^n(t) = a_n t^n - a_{n-1} t^{n-1} + a_1 t + a_0, \qquad (2)$$

где T^n - полином n-ой степени в функции времени a_0, a_1, …, a_n – коэффициенты полинома.

Случайный нестационарный процесс $y(t)$ представляет собой суперпозицию значений данных $X(t)$ исследуемого случайного процесса и низкочастотной составляющей этого случайного процесса на каждый момент времени, т.е.

$$y^M(t) = x(t) + T^n(n). \qquad (3)$$

Критерий оптимальности прогноза принимается в виде критерия регулярности

$$\Delta^2(B) = \frac{\sum_{i=1}^{N_B} [y^M(t)_i - y^T(t)_i]^2}{\sum_{i=1}^{N_B} [y^T(t)_i]^2}.$$

Здесь N_B - объем проверочной части статистической выборки из Таблицы 1, $y^M(t)$ - модельное значение прогнозируемой характеристики $y^T(t)$ - табличное значение прогнозируемой характеристики из Таблицы 1.

Представим коэффициенты полинома из (2) в виде обратных функций, аппроксимируемых тригонометрическими полиномами:

$$a_1 = \frac{a_0^{(1)}}{2} + \sum_{i=1}^{m_1} \left[a_i^{(1)} cos\left(\Delta^2(B) \cdot \omega_i^{(1)}\right) + b_i^{(1)} sin(\Delta^2(B) \cdot \omega_i^{(1)})\right],$$

$$a_2 = \frac{a_0^{(2)}}{2} + \sum_{i=1}^{m_2} \left[a_i^{(2)} cos\left(\Delta^2(B) \cdot \omega_i^{(2)}\right) + b_i^{(2)} sin(\Delta^2(B) \cdot \omega_i^{(2)})\right],$$

$$\dots$$

$$a_n = \frac{a_0^{(n)}}{2} + \sum_{i=1}^{m_n} \left[a_i^{(n)} cos\left(\Delta^2(B) \cdot \omega_i^{(n)}\right) + b_i^{(n)} sin(\Delta^2(B) \cdot \omega_i^{(n)})\right].$$

Определим рекордное значение критерия регулярности в виде

$$J_{\text{пред}} = min\{\Delta^2(B)_1,\ \Delta^2(B)_2, \dots \Delta^2(B)_N\},$$

и определим невязку в виде

$$f[x] = \left\| \Delta^2(a_1, a_2, \dots, a_N) - J_{\text{пред}} \right\|. \qquad (4)$$

Величину $F\left(\Delta^2(a_1, a_2, \dots, a_N), J_{\text{пред}}\right) = inf\, \Delta^2(B)$ называют мерой несовместности уравнения

$$\Delta^2(a_1, a_2, \dots, a_N) = J_{\text{пред}}^{(1)}. \qquad (5)$$

Ели нижняя грань уравнения (4) не достигается, то это означает, что решения уравнения (5) не существует, т.е. мера несовместности $\delta^{(1)}$

$$\delta^{(1)} = \inf_{\{a_i^{(j)}, b_i^{(j)}, \omega_i^{(j)}\}} \Delta^2(a_1, a_2, \dots, a_N) > \varepsilon.$$

Если мера несовместности $\delta^{(1)} < \varepsilon$ то смещение критерия $\Delta^2(B)$ осуществляется по правилу:

$$J_{\text{пред}} = J_{\text{пред}} - \Delta, \qquad \Delta = \frac{J_{\text{пред}}^{(1)}}{k}, \qquad (6)$$

и оно продолжается, пока $\delta^{(1)}$ не станет больше ε. В этом случает критерий J смещается в противоположном направлении по правилу:

$$J_{\text{пред}} = J_{\text{пред}} + \Delta, \qquad \Delta = \frac{J_{\text{пред}}^{(1)}}{k}.$$

Номер итерации при этом увеличивается на единицу, т.е. $k = 2$, а предыдущее значение $J_{\text{пред}}$ принимается за левую границу отрезка поиска в критериальном пространстве.

На $(k+1)$ итерации, если $\delta^{(k)} < \varepsilon$ то поисковые шаги строятся по правилу:

$$J_{\text{пред}}^{(k+1)} = J_{\text{пред}}^{(k)} - \Delta, \qquad \Delta = \frac{J_{\text{пред}}^{(1)}}{k},$$

если $\delta^{(k)} > \varepsilon$ то поисковые шаги строятся по правилу: $J_{\text{пред}}^{(k+1)} = J_{\text{пред}}^{(k)} + \Delta,\ \Delta = \frac{J_{\text{пред}}^{(1)}}{k}.$

Изменение номера итерации k происходит при переходе с $\delta^{(k)} < \varepsilon$ на $\delta^{(k)} > \varepsilon$ или при переходе с $\delta^{(k)} > \varepsilon$ на $\delta^{(k)} < \varepsilon$. Итерационный процесс прекращается, если

$$\left|J_{\text{пред}}^{(k)} - J_{\text{пред}}^{(k-1)}\right| \le \varepsilon.$$

Последнее условие означает, что процесс восстановления тренда оканчивается по достижении критерием регулярности глобального минимума.

Литература

1. Системный аудит использования национальных ресурсов и управление по результатам. Вып.2. Методы и модели информационно-аналитического обеспечения/Под ред. А.А. Пискунова, Ростов-на-Дону: ЮРИФКА, 2007.
2. Бокс Дж., Дженкинс Ч. Анализ временных рядов прогноза и управления Ч.1. М.: Мир, 1997.

STATISTICAL SYNTHESIS OF FORECAST CHARACTERISTICS OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEM BY TIME SERIES

N.A. Severcev, V.M. Balick, E.V. Balick

The article analyses the problem of building a medium-term forecast of the recovery trend in the average. We present a method of recovery trend in the form of a polynomial whose coefficients are determined by the inverse functions which are approximated by trigonometric polynomials. Also there are the conditions describing the process of constructing trend in this article.

Key words: forecast, trend, statistical synthesis, inverse functions, trigonometric polynomials, time series.

REFERENCES

1. Sistemnyj audit ispol'zovaniya nacional'nyh resursov i upravlenie po rezul'tatam. Vyp.2. Metody i modeli informacionno-analiticheskogo obespecheniya/Pod red. A.A. Piskunova, Rostov-na-Donu: YURIFKA, 2007.
2. Boks Dzh., Dzhenkins CH. Analiz vremennyh ryadov prognoza i upravleniya CH.1. M.: Mir, 1997.

Сведения об авторах.

Северцев Николай Алексеевич, 1931 г.р., д.т.н., окончил Высшее военно-морское инженерное училище им. Ф.Э.Дзержинского (1954), профессор по специальности «Применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях», заслуженный деятель науки и техники РФ, вице-адмирал-инженер. Список научных трудов составляет более 300 наименований. Создал научную школу «Фундаментальные проблемы безопасности. Надежность и эффективность сложных динамических систем». Руководитель отдела ВЦ РАН.

Балык Владимир Митрофанович, 1945 г.р., окончил МАИ (1969), д.т.н., профессор Московского авиационного института. Список научных трудов составляет более 190 наименований.

Балык Елена Владимировна, окончила МАТИ (2009), аспирантка МАИ.