УДК 539.3:534.1

DOI: 10.26467/2079-0619-2021-24-4-61-74

# РЕАКЦИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАГРУЖЕННОЙ ОБОЛОЧКИ ВРАЩЕНИЯ С ЖЕСТКОЙ НОСОВОЙ ЧАСТЬЮ АППАРАТА НА УДАРНУЮ ВОЛНУ В ЖИДКОСТИ

### И.К. ТУРКИН $^1$ , Д.А. РОГОВ $^2$ , В.А. ГРАЧЕВ $^2$

 $^{1}$  Московский авиационный институт, г. Москва, Россия  $^{2}$  АО «ОНПП «Технология» им. А.Г. Ромашина ГНЦ РФ, г. Обнинск, Россия

В статье исследуется задача гидроупругого взаимодействия слабой ударной волны с предварительно нагруженной осевыми усилиями оболочкой вращения с жесткой носовой частью. Оболочка заключена в жесткий параболический экран, то есть влияние торца и дифракция ударной волны не учитываются. Идеально сжимаемой считается жидкость, передаваемое полное гидродинамическое давление которой при комплексном взаимодействии с поверхностью оболочки может быть разложено на падающую, отраженную и излученную волны. Задача гидроупругого взаимодействия указанных ударных фронтов с нагруженной параболической оболочкой, имеющей жесткую носовую часть, в связанной постановке сводится к решению волновых уравнений нелинейной системы уравнений движения оболочки при соответствующих начальных и граничных условиях, в которых безразмерное смещение этой носовой части под действием гидродинамических сил определяется интегрированием ее уравнения движения. Уравнения, описывающие зависимости перемещений носовой части от времени взаимодействия с ударной волной, учитывают обобщенные гидродинамические силы, в том числе второй категории, непосредственно связанные с массой присоединенной жидкости. Определение напряженно-деформированного состояния при взаимодействии с ударной волной в жидкости упругого параболоида вращения в виде оболочки, содержащей в носовой части жесткую вставку, сводится к решению системы нелинейных уравнений движения оболочки с учетом граничных условий по закреплениям в торце оболочки и условий сопряжения оболочки и вставки. Безразмерные перемещения носовой части под действием гидродинамических сил определяются интегрированием уравнений движения при начальных условиях по смещениям вставки в осевых направлениях.

**Ключевые слова:** оболочка, жесткая носовая часть, ударная волна, жидкость, напряженно-деформированное состояние, перемещения.

#### **ВВЕДЕНИЕ**

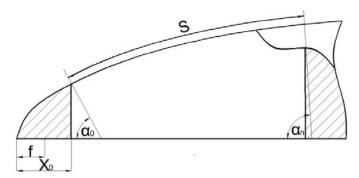
Проблема взаимодействия плоской ударной волны в идеально сжимаемой жидкости с нагруженной упругой оболочкой вращения, имеющей жесткую носовую часть, носит приоритетный характер при разработке эффективных и надежных аппаратов, функционирующих в жидкости, что неоднократно подчеркивалось в работах [1–7].

Решение этой проблемы в представленной постановке позволяет определять напряженно-деформированное состояние упругого параболоида вращения (оболочки), содержащего в носовой части жесткую вставку при указанном нагружении. Полученные результаты позволяют проектировать агрегаты перспективных аппаратов, функционирующих в жидкой среде.

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, МЕТОД РЕШЕНИЯ

В предлагаемой работе рассматривается модель взаимодействия плоской ударной волны в идеальной сжимаемой жидкости с предварительно нагруженной упругой оболочкой вращения. Оболочка имеет жесткую носовую часть, которая заключена в жесткий параболический экран, что исключает влияние торца на дифракцию ударной волны (рис. 1). Представленные на рисунке обозначения: f – фокальный параметр,  $\alpha_0$  – угол между нормалью к поверхности и осью симметрии в начальном сечении,  $\alpha_n$  – угол между нормалью к поверхности и осью симметрии в конечном сечении, L – осевая длина оболочки, S – криволинейная координата. В данной обла-

сти основные результаты получены для задач о движении в жидкости тел произвольной формы под действием акустической волны давления и представлены в работах [8–14].



**Рис. 1.** Параболическая оболочка с жесткой носовой частью **Fig. 1.** Parabolic shell with a rigid nose insertion

Давление и поле скоростей жидкости подчиняется линейным волновым уравнениям относительно векторного поля:

$$\nabla^2 V = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} , V = \text{grad } \Psi.$$
 (1)

Здесь оператор Лапласа  $\nabla$  и оператор градиента выражены в некоторой выбранной криволинейной ортогональной системе координат (с — скорость звука в жидкости). Потенциал скоростей  $\Psi$  и давление среды связаны следующей зависимостью:

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial t},\tag{2}$$

где потенциал  $\Psi$  также удовлетворяет волновому уравнению ( $\rho_0$  – плотность жидкости):

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \ . \tag{3}$$

Принимая во внимание линейность внешней гидродинамической задачи, полное гидродинамическое давление можно представить в виде суммы давлений в падающей  $p_1$ , отраженной  $p_2$  и излученной  $p_3$  волнах:

$$p = p_1 + p_2 + p_3. (4)$$

Составляющая  $(p_1 + p_2) / p_0 (p_0 - \text{давление на фронте волны})$  суммарного давления на оболочку задается соотношением [10]

$$\frac{p_1 + p_2}{p_0} = \left\{ e^{-\eta(\tau - X)} + \frac{1}{2} \left[ e^{-a_1(\tau - X)} - e^{-a_2(\tau - X)} \right] - \frac{\eta}{2} \left[ \frac{e^{-a_1(\tau - X)} - e^{-\eta(\tau - X)}}{\eta - a_1} + \frac{e^{-a_2(\tau - X)} - e^{-\eta(\tau - X)}}{\eta - a_2} \right] \right\} H(\tau - X), \tag{5}$$

где  $a_1$  и  $a_2$  — некоторые постоянные,  $\eta$  — параметр, характеризующий спад давления за фронтом волны. Давление излучения  $p_3$  записывается в виде

$$p_{3} = \rho_{0}c \left[ \dot{W} - KW + K^{2} \int_{0}^{\tau} We^{-K(\tau - \tau_{1})} d\tau_{1} \right], \tag{6}$$

здесь K – безразмерная средняя кривизна поверхности оболочки.

Civil Aviation High Technologies

Движение оболочки определяется из решения системы нелинейных уравнений

$$\ddot{U} = k_1 \left[ \cos^3 \alpha \left( N_1 - \theta Q \right)' + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \left( N_1 - N_2 - \theta Q \right) + \cos^3 \alpha \left( \theta N_1 + Q \right) + \frac{\theta P}{k_0} \right];$$

$$\ddot{W} = k_1 \left[ \cos^3 \alpha \left( Q - \theta N_1 \right)' + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \left( Q + \theta N_1 \right) - \cos^3 \alpha \left( N_1 - \theta Q \right) - N_2 \cos \alpha - \frac{P}{k_0} \right];$$

$$\ddot{\Phi} = k_1 \left[ -(M_1 \cos^3 \alpha)' - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} (M_1 - M_2) + \theta M_2 \cos \alpha + \frac{12Q}{k_0} \right],$$

$$(7)$$

где  $k_0 = \frac{h}{R}$ ;  $k_1 = \frac{a^2}{c^2}$ ;  $a = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}}$  — скорость распространения продольных возмущений в оболочке при известных величинах h — толщины оболочки, R — радиуса оболочки, с — скорости распространения звуковых волн в материале оболочки,  $\rho$ , E и  $\mu$  — плотности, модуля упругости первого рода и коэффициента Пуассона материала оболочки соответственно.

Здесь U, W — продольные и поперечные перемещения,  $\Phi$  — угол поворота прямолинейного волокна, перпендикулярного срединной поверхности оболочки до деформации.

Силовые факторы оболочки связаны с компонентами деформации геометрическими соотношениями

$$N_1 = (\varepsilon_1 + \mu \varepsilon_2) - N_1^*; \ N_2 = (\mu \varepsilon_1 + \varepsilon_2) - N_2^*; \ M_1 = -\mu \varepsilon_1 - \varepsilon_2; \ Q = \frac{\pi^2}{24} (1 - \mu) \varepsilon_{1,2}, \tag{8}$$

где  $N_{1,2}^*$  — безразмерные предварительные продольные усилия,  $M_{1,2}$  — безразмерные моменты и Q — безразмерные перерезывающие силы. Здесь соотношения между безразмерными и размерными силовыми факторами следующие:

$$N_i^* = \frac{\overline{N_i^*}}{D_0} N_i = \frac{\overline{N_i}}{D_0}; M_1 = \frac{f\overline{M_1}}{D_0} (i = 1, 2); Q = \frac{\overline{Q}}{D_0},$$
 (9)

где  $D_0$  – цилиндрическая жесткость.

Связь компонент деформаций с обобщенными координатами определяется зависимостями

$$\epsilon_{1} = \cos^{3} \alpha \left( U' + W \right) + \frac{Q^{2}}{2}; \ \epsilon_{2} = \frac{\cos^{2} \alpha}{\sin \alpha} U + \cos \alpha W; \ \epsilon_{1z} = \cos^{2} \alpha \left( W' + U \right) + \Phi; 
\alpha_{1} = \Phi' \cos^{3} \alpha; \ \alpha_{2} = \frac{\cos^{2} \alpha}{\sin \alpha} \Phi.$$
(10)

Задача решается при нулевых начальных условиях:

$$U = W = \Phi = 0, \dot{U} = \dot{W} = \dot{\Phi} = 0 \text{ при } \tau = 0.$$
 (11)

Граничные условия на защемленном торце оболочки имеют вид

$$U = W = \Phi = 0 \text{ при } \alpha = \alpha_n. \tag{12}$$

На торце жесткой носовой части  $\alpha = \alpha_n$  выполняются условия, соответствующие перемещению торца оболочки в осевом направлении:

$$U = \Delta \sin \alpha_0, W = -\Delta \cos \alpha_0, \Phi = 0 \text{ при } \alpha = \alpha_n.$$
 (13)

Здесь  $\Delta$  — безразмерное смещение жесткой носовой части в осевом направлении, нормированное делением на фокальный параметр параболы f. Величина  $\Delta$  определяется из решения уравнения движения жесткой носовой части как твердого тела [15]:

$$\ddot{\Delta}(\tau) = \frac{f}{Mc^2} \left[ \sum_{i=1}^3 q_i(\tau) - G \right], \tag{14}$$

где  $q_i(\tau)$  – результирующая нагрузка, обусловленная составляющей давления  $p_i$ , M – масса носовой части оболочки и G – осевая сила реакции оболочки на смещение торца  $\alpha = \alpha_0$ . Для определения  $q_i(\tau)$  необходимо проинтегрировать по поверхности жесткой носовой части величины элементарных нагрузок, проекция которых на ось симметрии оболочки имеет вид

$$dq_{i}(\tau) = p_{i}dS\cos\gamma, i = 1, 2, 3.$$
 (15)

Таким образом, для составляющих  $q_i(\tau)$  будем иметь

$$q_i(\tau) = \iint_S p_i \cos\alpha dS,$$
 (16)

т. к. для параболоида  $\gamma = \alpha$ . Обобщенную гидродинамическую силу первой категории [12], представляющую собой результирующую давлений в падающей  $Q_1$  и отраженной  $Q_2$  волнах, найдем интегрированием соотношения (5) и представим в следующей безразмерной форме: при  $\tau \leq \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \alpha_0$ 

$$Q_1 + Q_2 = K_1 K_5 P_0 \left[ \frac{\eta^2 - 2\eta}{\eta^2 - 4\eta + 2} \left( 1 - e^{-\eta \tau} \right) + \frac{\eta}{2} \left( \frac{1 - e^{-a_1 \tau}}{a_1 - \eta} + \frac{1 - e^{-a_2 \tau}}{a_2 - \eta} \right) \right]$$
(17)

и при  $\tau > \frac{1}{2} t g^2 \alpha_0$ 

$$Q_1 + Q_2 = K_1 K_5 P_0 \left[ \left( e^{\frac{\eta}{2} t g^2 \alpha_0} - 1 \right) \left( \frac{\eta^2 - 2\eta}{\eta^2 - 4\eta + 2} e^{-\eta \tau} \right) + \frac{\eta}{2} \frac{e^{-a_1 \tau}}{a_1 - \eta} + \frac{\eta}{2} \frac{e^{-a_2 \tau}}{a_2 - \eta} - \frac{e^{-\eta \tau}}{\eta^2 - 4\eta + 2} \right], \tag{18}$$

где введены безразмерные параметры

$$K_1 = \frac{a^2}{c^2}; K_5 = \frac{8\pi\rho f^3}{M\eta}.$$

Результирующая  $q_3$  давления излучения, возникающего при поступательном движении параболоида вращения, или гидродинамическая сила второй категории, определяется с помощью зависимостей, полученных в работе [9] на основании линейной аппроксимации переходной функции  $F(\tau)$  [12]:

при  $\tau < \tau^*$ 

$$q_3(\tau) = -q_0 c \dot{\Delta}(\tau) + \frac{q_0^2 f}{2m} \Delta(\tau), \tag{19}$$

при  $\tau \ge \tau^*$ 

**Civil Aviation High Technologies** 

$$q_{3}(\tau) = -q_{0}c\dot{\Delta}(\tau) + \frac{q_{0}^{2} f}{2m}\Delta(\tau) - \frac{q_{0}^{2} f}{2m}\Delta(\tau - \tau^{*}),$$

$$q_{0} = \rho_{0}c\iint_{S} \cos^{2}\alpha dS, \quad \tau^{*} = \frac{2mc}{q_{0}f}.$$
(20)

Здесь  $q_0$  — нагрузка, возникающая на поверхности тела при действии давления отраженной волны в соответствии с гипотезой плоского излучения,  $\tau^*$  — время, после которого жидкость можно считать несжимаемой в определении нагрузки на носовую часть, m — присоединенная масса жидкости.

Величина присоединенной массы жидкости в первом приближении определяется соотношением [12]

$$m = \frac{2}{3}\pi\rho_0 x_0 y_0^2 \frac{c_0}{2 - c_0} = \frac{1}{3}\pi\rho_0 f^3 t g^4 \alpha_0 \left(\frac{c_0}{2 - c_0}\right) = \frac{4}{3} \frac{\rho_0}{\rho^*} \frac{c_0}{2 - c_0},$$
(21)

где 
$$c_0 = \frac{\sqrt{l^4 - 1} + \ln(l^2\sqrt{l^4 - 1})}{2(l^2 - 1)\sqrt{l^2 - 1}}, l = \frac{2}{\lg \alpha}.$$

Значение  $q_0$  найдем с учетом уравнения для образующей оболочки в прямолинейной системе координат

$$y^2 = 2fx. (22)$$

Это значение имеет вид

$$q_0 = 2\pi \rho_0 c \int_0^{\frac{1}{2}tg^2\alpha_0} y \sqrt{1 - (y')^2} \cos\alpha dx = \frac{\pi \rho_0 c f^3}{2tg^2\alpha_0} \left(\sqrt{1 + tg^4\alpha_0} - 1\right). \tag{23}$$

Тогда время  $\tau^*$  будет равно

$$\tau^* = \frac{tg^8 \alpha_0}{3(\sqrt{1 + tg^4 \alpha_0} - 1)} \cdot \left(\frac{c_0}{2 - c_0}\right). \tag{24}$$

Принимая во внимание, что при  $\tau \ge \tau^*$  жидкость считается несжимаемой и ее реакция на движение носовой части пропорциональна ускорению, нагрузку  $q_3(\tau)$  можно записать в виде

$$q_3(\tau) = -q_0 c \dot{\Delta}(\tau) + \frac{q_0^2 f}{2m} \Delta(\tau)$$
 при  $\tau < \tau^*$ , (25)

$$q_3(\tau) = -m\ddot{\Delta}(\tau) \text{ при } \tau \ge \tau^*. \tag{26}$$

Подставим в эти соотношения выражения (21) для m и (23) для  $q_0$  и приведем  $q_3(\tau)$  к безразмерному виду умножением на коэффициент  $f/Mc^2$ :

$$Q_3(\tau) = K_6 \left[ -\Delta(\tau) + K_7 \dot{\Delta}(\tau) \right] \text{при } \tau \le \tau^*, \tag{27}$$

$$Q_3(\tau) = -\frac{m}{M} \ddot{\Delta}(\tau) \text{ при } \tau > \tau^*, \tag{28}$$

где введены безразмерные параметры

**Civil Aviation High Technologies** 

Vol. 24, No. 04, 2021

$$K_6 = \frac{\pi \rho_0 f}{2M t g^2 \alpha_0} \left( \sqrt{1 + t g^4 \alpha_0} - 1 \right); K_7 = \frac{3}{4} \frac{2 - c_0}{c_0} \frac{\sqrt{1 + t g^4 \alpha_0} - 1}{t g^6 \alpha_0}.$$
 (29)

Осевая реакция оболочки G может быть представлена в виде

$$G = \frac{Mc^2}{f} K_1 K_3 G_0, \tag{30}$$

где

$$K_3 = \frac{2\pi\rho h f^2 tg\alpha_0}{M}; G_0 = (N_1 - \theta Q)\sin\alpha_0 - (Q + \theta N_1)\cos\alpha_0.$$
 (31)

В итоге уравнения движения жесткой носовой части в осевом направлении можно записать в безразмерной форме

$$\ddot{\Delta}(\tau) = Q_1 + Q_2 + Q_3 + K_1 K_3 G \text{ при } \tau \le \tau^*, \tag{32}$$

$$\ddot{\Delta}(\tau) = Q_1 + Q_2 + Q_3 + K_1 K_3 G \text{ при } \tau \le \tau^*,$$

$$(1 + \frac{m}{M}) \ddot{\Delta}(\tau) = Q_1 + Q_2 + K_1 K_3 G_0 \text{ при } \tau > \tau^*,$$

$$(32)$$

где  $Q_1 + Q_2$  и  $Q_3$  определяются выражениями (17), (18) и (27), (28). Начальные условия

$$\Delta = 0, \dot{\Delta} = 0$$
 при  $\tau = 0$  (34)

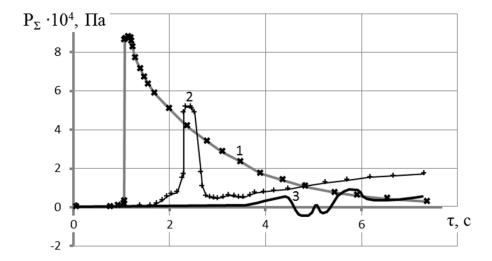
соответствуют состоянию покоя носовой части в момент падения ударной волны.

Таким образом, задача напряженно-деформированного состояния упругого параболоида вращения в виде оболочки, содержащей в носовой части жесткую вставку и взаимодействующую с ударной волной в жидкости, сводится к решению нелинейной системы уравнений движения оболочки (7) при начальных условиях (11) и граничных условиях (12) и (13), в которых безразмерное смещение жесткой носовой части под действием гидродинамических сил (17), (18) и (27), (28) определяется интегрированием уравнений движения (32), (33) при начальных условиях (34).

#### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ, ДЕЙСТВУЮЩИХ В ОБОЛОЧКЕ

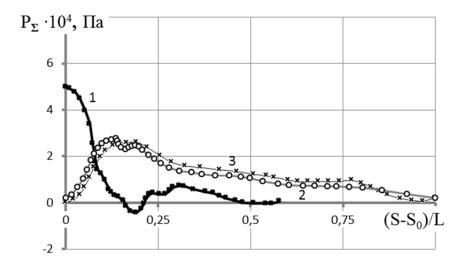
В результате численного интегрирования указанных уравнений движения методом Рунге – Кутта – Мерсона по времени в комбинации с методом прямых по координате определяется суммарное давление на оболочку, ее напряженно-деформированное состояние и кинематические параметры движения жесткой носовой части. Оболочка из алюминия имеет следующие геометрические параметры: f = 164 мм, h = 2.5 мм,  $\alpha_0 = 54.5$ °,  $\alpha_n = 74.3$ °. На оболочку падает плоская ударная волна, давление на фронте которой составляет  $p_0 = 4 \ M\Pi a$  и  $\eta = 0,4$ . Принимается, что предварительное осевое усилие отсутствует  $N_{1,2}^* = 0$ . Соответствующие безразмерные параметры задачи таковы:  $K_0 = h/f = 1,52 \cdot 10^{-2}$ ;  $K_1 = 13.9$  и  $P_0 = 4,72 \cdot 10^{-5}$ .

Результаты расчета суммарного давления  $P_{\Sigma}$  показаны на рис. 2. Здесь представлены зависимости  $P_{\Sigma}$  от времени (рис. 2, a) в различных сечениях оболочки. Кривая 1 соответствует сечению  $\alpha = 56,48^{\circ}$ , кривая 2 — сечению  $\alpha = 66,38^{\circ}$  и кривая 3 — сечению  $\alpha = 72,32^{\circ}$ . На рис. 2,  $\delta$ приведены эпюры давления  $P_{\Sigma}$  вдоль образующей для значений времени  $\tau = 2.6; 6.0; 7.2$  (кривые 1, 2, 3 соответственно). Вертикальной чертой отмечено положение переднего фронта волны на оболочке. Из приведенных результатов следует, что максимальные давления имеются вблизи места крепления оболочки к жесткой носовой части, где поперечные прогибы малы и давление излучения невелико.



**Рис. 2а.** Суммарное давление на внешней поверхности оболочки в нескольких сечениях, зависимость от времени

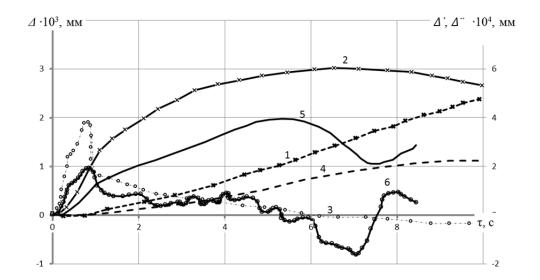
Fig. 2a. Summing pressure on the outer shell surface in multiple sections, dependence on time



**Рис. 26.** Суммарное давление на внешней поверхности оболочки для  $\tau$  = 2,6; 6,0; 7,2 c, распределение вдоль образующей

Fig. 2b. Summing pressure on the outer shell surface for  $\tau = 2.6$ ; 6.0; 7.2 sec, distribution along the generatrix

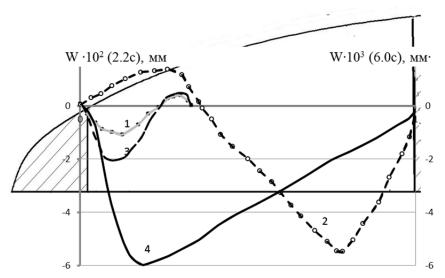
Смещения  $\Delta$ , скорости  $\dot{\Delta}$  и ускорения  $\ddot{\Delta}$  жесткой носовой части даны на рис. 3. Здесь приводятся кинематические характеристики движения жесткой носовой части, полученные с учетом давления излучения  $p_3$  (кривые 1, 2, 3) и в случае когда  $p_3 = 0$  (соответственно кривые 4, 5, 6). Следует отметить, что на начальном этапе взаимодействия, когда ударная волна находится на жесткой вставке, т. е. при  $\tau \leq 0.98$ , учет давления  $p_3$  не оказывает заметного влияния на параметры ее движения. Для остальных значений времени кривые, определенные с учетом  $p_3$ , имеют сглаженный характер.



**Рис. 3.** Смещения  $\Delta$ , скорость  $\dot{\Delta}$  и ускорение  $\ddot{\Delta}$  жесткой носовой части, зависимость от времени

Fig. 3. Offsets  $\Delta$ , velocity  $\dot{\Delta}$  and acceleration  $\ddot{\Delta}$  of the rigid nose insertion, dependence on time

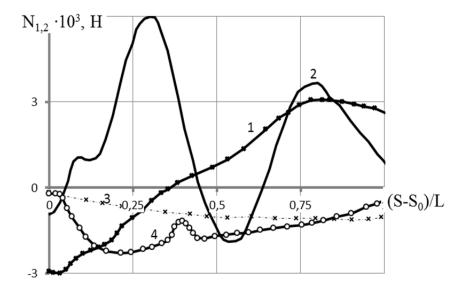
Распределение поперечных прогибов W вдоль образующей показаны на рис. 4 для значений времени  $\tau = 2,2$  и 6,0 (соответственно кривые 1, 3 и 2, 4). Правая шкала относится к расчетному случаю, учитывающему давление  $p_3$ , а левая — случаю  $p_3 = 0$ . Сравнение полученных результатов показывает, что максимальные значения прогибов, найденные без учета давления излучения, локализованы вблизи переднего фронта волны и на порядок выше максимальных прогибов, рассчитанных с учетом  $p_3$ .



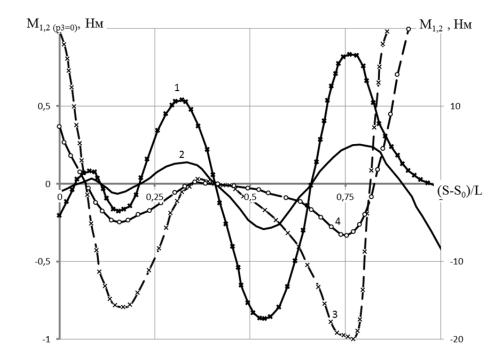
**Рис. 4.** Распределение поперечных прогибов вдоль образующей оболочки **Fig. 4.** The transverse deflection distribution along the generatrix

На рис. 5 приведены эпюры усилий  $N_1$ ,  $N_2$  (рис. 5, a) и изгибающих моментов  $M_1$  и  $M_2$  (рис. 5,  $\delta$ ) вдоль образующей оболочки в момент времени  $\tau = 4,4$ . Представленные графики показывают, что продольные усилия и изгибающие моменты, определенные с учетом (кривые 3, 4) и без учета (кривые 1, 2) давления излучения, имеют существенно различающиеся закономерности их изменения вдоль образующей оболочки. Учет давления излучения  $p_3$  приво-

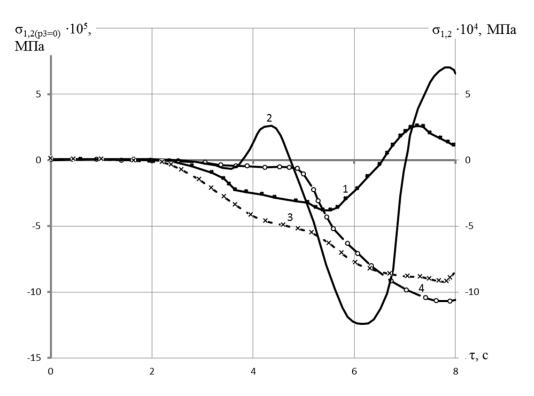
дит к сглаживанию величин продольных усилий и моментов вдоль образующей. Отсутствие учета  $p_3$  увеличивает значения величин  $N_I$ ,  $N_2$  и  $M_I$ ,  $M_2$ . Кроме того, изгибающие моменты, определенные при  $p_3 = 0$ , более чем на порядок превышают изгибающие моменты, рассчитанные с учетом  $p_3$ . Аналогичные выводы можно сделать относительно мембранных напряжений  $\sigma_{1,2}$ , изгибных напряжений  $\sigma_{0,3}$  и напряжений сдвига  $\sigma_{1,2}$ , представленных на рис. 6 и 7.



**Рис. 5а.** Эпюры осевых усилий вдоль образующей оболочки в момент времени  $\tau = 4.4$  с **Fig. 5a.** Epure of axial forces along the shell generatrix at the time  $\tau = 4.4$  sec

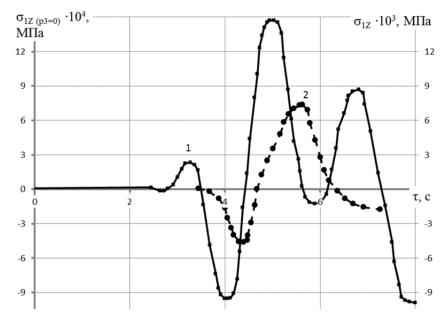


**Рис. 56.** Эпюры изгибающих моментов вдоль образующей оболочки в момент времени  $\tau = 4.4$  с **Fig. 5b.** Epure of bending moments along the shell generatrix at the time  $\tau = 4.4$  sec



**Рис. 6а.** Эпюры мембранных напряжений вдоль образующей оболочки в момент времени  $\tau = 4,4$  с

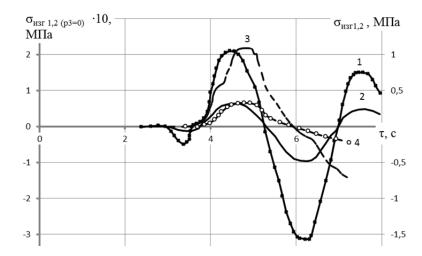
**Fig. 6a.** Epure of membrane stresses along the shell generatrix at the time  $\tau = 4.4$  sec



**Рис. 66.** Эпюры напряжений сдвига вдоль образующей оболочки в момент времени  $\tau = 4,4$  с

**Fig. 6b.** Epure of shear stresses along the shell generatrix at the time  $\tau = 4.4$  sec

Civil Aviation High Technologies



**Рис. 7.** Эпюры изгибных напряжений вдоль образующей оболочки в момент времени  $\tau = 4.4$  с **Fig. 7.** Epure of bending stresses along the shell generatrix at the time  $\tau = 4.4$  sec

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В статье приведено решение задачи гидроупругого взаимодействия слабой ударной волны с предварительно нагруженной оболочкой вращения параболической формы с жесткой носовой частью.

В результате определено суммарное давление на оболочку под действием ударной волны, ее напряженно-деформированное состояние и кинематические параметры движения жесткой носовой части. Показано, что максимальные давления действуют вблизи места крепления оболочки к жесткой носовой части. Максимальные значения поперечных прогибов оболочки, найденные без учета давления излучения, локализованы вблизи переднего фронта волны и на порядок выше максимальных прогибов, рассчитанных с учетом давления излучения. Продольные усилия и изгибающие моменты, определенные с учетом и без учета давления излучения, имеют существенные различия закономерности их изменения вдоль образующей оболочки. Например, изгибающие моменты, определенные при  $p_3 = 0$ , более чем на порядок превышают изгибающие моменты, рассчитанные с учетом  $p_3$ . Аналогично ведут себя мембранные напряжения, напряжения сдвига и изгибные напряжения.

Учет полученных в статье выводов позволит в процессе проектирования перспективных аппаратов, функционирующих в жидкости, принимать осмысленные решения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- **1.** Соломенко Н.С., Абрамян К.Г., Сорокин В.В. Прочность и устойчивость пластин и оболочек судового корпуса. Л.: Судостроение, 1967. 488 с.
- **2. Вольмир А.С.** Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости. М.: Наука, 1975. 416 с.
- **3.** Глушко С.К., Немировский Ю.В. Прямые и обратные задачи механики упругих композиционных пластин и оболочек вращения. М.: Физматлит, 2008. 432 с.
- **4. Ляхов В.Н., Подлубный В.В., Титаренко В.В.** Воздействие ударных волн и струй на элементы конструкций: Математическое моделирование в нестационарной газодинамике. М.: Машиностроение, 1989. 392 с.
- **5.** Гостев А.Н. Исследование ударного взаимодействия оболочек вращения с идеальной жидкостью // Научный Вестник МГТУ ГА. 2009. № 138. С. 245–247.
- **6.** Глушак Б.Л., Куропатенко В.Ф., Новиков С.А. Исследование прочности материалов при динамических нагрузках. Новосибирск: Наука, 1992. 294 с.

- **7.** Григолюк Э.И., Кузнецов Е.Б. Коническая оболочка под воздействием слабой ударной волны // Доклады Академии наук СССР. 1976. Т. 230, № 2. С. 300–301.
- **8. Замышляев Б.В., Яковлев Ю.С.** Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л.: Судостроение, 1967. 387 с.
- **9. Новожилов В.В.** О перемещении твердого тела под действием акустической волны давления // Прикладная математика и механика. 1959. Т. 23, вып. 4. С. 794–796.
- **10.** Григолюк Э.И., Горшков А.Г. Взаимодействие слабых ударных волн с упругими конструкциями // Научные труды ИМ МГУ. 1971. № 13. С. 180.
  - 11. Гузь А.Н., Кубенко В.А. Дифракция упругих волн. Киев: Наукова думка, 1978. 307 с.
- **12.** Григолюк Э.И., Горшков А.Г. Определение гидродинамических нагрузок при взаимодействии слабых нестационарных волн давления с упругими оболочками // Колебания, излучение и демпфирование упругих структур: сборник докладов. М.: Наука, 1973. С. 3–11.
- 13. Туркин И.К. Исследование взаимодействия упругой оболочки вращения аппарата с ударной волной в жидкости // Системный анализ, управление и навигация: тезисы докладов XXIII Международной научной конференции. Евпатория 01–08 июля 2018 г. М.: МАИ, 2018. С 95–96
- **14. Туркин И.К.** Исследование реакции оболочки вращения аппарата с конструктивным элементом в носовой части на ударную волну в жидкости // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: сборник трудов XXVI Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова. Вятичи 16–20 марта 2020 г. М.: ООО ТРП, 2020. Т. 1. С. 223–224.
- **15. Чернова Н.Д.** Реакция параболоида вращения с жесткой носовой частью на действие ударной волны // Научные труды ИМ МГУ. 1984. С. 43–50.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Туркин Игорь Константинович,** доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой проектирования и прочности авиационно-ракетных и космических изделий Московского авиационного института, kafedra 602@mail.ru.

**Рогов Дмитрий Александрович,** кандидат технических наук, начальник сектора расчетов прочности и надежности АО «ОНПП «Технология» им. А.Г. Ромашина, rogov.dmitry.76@yandex.ru.

**Грачев Виктор Александрович,** инженер сектора расчетов прочности и надежности АО «ОНПП «Технология» им. А.Г. Ромашина, viktoralexandrovich.g@gmail.com.

## REACTION OF THE PRELOADED ROTATION SHELL WITH THE RIGID NOSE PART OF THE APPARATUS TO A SHOCK WAVE IN THE LIQUID

Igor K. Turkin<sup>1</sup>, Dmitry A. Rogov<sup>2</sup>, Victor A. Grachev<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Moscow Aviation Institute (MAI), Moscow, Russia

<sup>2</sup> ORPE "Technologiya" named after A.G. Romashin, Obninsk, Russia

#### **ABSTRACT**

The article investigates the problem of hydro-elastic interaction of a weak shock wave with a rigid nosed rotation shell preloaded with axial forces. The shell is enclosed in a rigid parabolic screen, i.e. the impact of the end face and the shock wave diffraction are not considered. Liquid is regarded to be perfectly compressible. Its applied summing hydrodynamic pressure during complex interaction with the shell surface can be classified into the incident, reflected and radiated waves. The problem of hydro-elastic interaction of these shock fronts with a preloaded parabolic rigid nosed shell in a related setting is reduced to the solution of the

wave equations of nonlinear system of equations for shell motion under particular initial and boundary conditions, in which the dimensionless displacement of this nose section under the impact of hydrodynamic forces is determined by integrating its motion equation. The equations, describing the dependences of nose section displacements on shock wave interaction time, take into account generalized hydrodynamic forces, including the second category directly related to the mass of the attached fluid. Determination of stress-strain state in case of interaction with the shock wave in the liquid of elastic rotation paraboloid in the form of the shell containing a rigid insertion in the nose section is reduced to the solution of a nonlinear equations system of shell motion considering the boundary conditions along fastenings at the end face of the shell and interface conditions of the shell and insertion. Dimensionless displacements of the nose section caused by hydrodynamic forces are defined by integrating the equations of motion under the initial conditions along insertion offsets in the axial directions.

Key words: shell, rigid nose, shock wave, liquid, stress-strain state, displacements.

#### REFERENCES

- 1. Solomenko, N.S., Abramyan, K.G. and Sorokin, V.V. (1967). *Prochnost i ustoychivost plastin i obolochek sudovogo korpusa* [Durability and stability of ship plates and shells]. Leningrad: Sudostroyeniye, 488 p. (in Russian)
- **2. Volmir, A.S.** (1975). *Obolochki v potoke zhidkosti i gaza. Zadachi aerouprugosti* [Shells in liquid and gaseous flows. Aeroelasticity problems]. Moscow: Nauka, 416 p. (in Russian)
- 3. Glushko, S.K. and Nemirovsky, Yu.V. (2008). Pryamyye i obratnyye zadachi mekhaniki uprugikh kompozitsionnykh plastin i obolochek vrashcheniya [Direct and inverse problems of elastic composite plates and revolution shells mechanics]. Moscow: Fizmatlit, 432 p. (in Russian)
- **4.** Lyahov, V.N., Podlubny, V.V. and Titarenko, V.V. (1989). Vozdeystviye udarnykh voln i struy na element konstruktsyi: Matematicheskoye modelirovaniye v nestatsionarnoy gazodinamike [Impact of shock waves on structural elements: Mathematical modeling in non-stationary gas dynamics]. Moscow: Mashinostroyeniye, 392 p. (in Russian)
- **5. Gostev, A.N.** (2009). Research of shock interaction of covers of rotation with the ideal liquid. Nauchnyy Vestnik MGTU GA, no. 138, pp. 245–247. (in Russian)
- 6. Glushak, B.L., Kuropatenko, V.F. and Novikov, S.A. (1992). *Issledovaniye prochnosti materialov pri dinamicheskoy nagruzke* [Study of materials strength in cases of dynamic loads]. Novosibirsk: Nauka, 294 p. (in Russian)
- 7. Grigilyuk, E.I. and Kuznetsov, E.B. (1976). Konicheskaya obolochka pod vozdeystviem slaboy udarnoy volny [Cone shell under impact of faint shock wave]. Doklady Akademii nauk USSR, vol. 230, no. 2, pp. 300–301. (in Russian)
- **8.** Zamyshlyaev, B.V. and Yakovlev, Yu.S. (1967). Dinamicheskiye nagruzki pri podvodnom vzrvve [Dynamic loads at underwater explosion]. Leningrad: Sudostroyeniye, 387 p. (in Russian)
- 9. Novozhilov, V.V. (1959). O peremeshchenii tverdogo tela pod deystviyem akusticheskoy volny davleniya [On movement of solid body under acoustic pressure wave]. Prikladnaya matematika i mekhanika, vol. 23, issue 4, pp. 794–796. (in Russian)
- 10. Grigolyuk, E.I. and Gorshkov, A.G. (1971). Vzaimodeystviye slabykh udarnykh voln s uprugimi konstruktsiyami [Interaction of faint shock waves with elastic structures]. Nauchnyye Trudy IM MGU, no. 13, p. 180. (in Russian)
- 11. Guz, A.N. and Kubenko, V.A. (1978). *Difraktsiya uprugikh voln* [Diffraction of elastic waves]. Kiev: Naukova dumka, 307 p. (in Russian)
- 12. Grigolyuk, E.I. and Gorshkov, A.G. (1973). Opredeleniye gidrodinamicheskikh nagruzok pri vzaimodeystvii slabykh nestatsionarnykh voln davleniya s uprugimi obolochkami [Obtaining of hydrodynamic loads caused by interaction between pressure's faint non-stationary waves and elastic structures]. Kolebaniya, izlucheniye i dempfirovaniye uprugikh struktur: sbornik dokladov [Fluctuations, emission and damping of elastic structures: proceedings]. Moscow: Nauka, pp. 3–11. (in Russian)

- 13. Turkin, I.K. (2018). *Issledovaniye vzaimodeystviya uprugoy obolochki vrashcheniya apparata s udarnoy volnoy v zhidkosti* [Research of interaction between an elastic shell of a device rotation and a shock wave in a liquid]. Sistemnyy analiz, upravleniye i navigatsiya: tezisy dokladov XXIII Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii [System analysis, control and navigation: proceedings of the XXIII International Scientific Conference]. Moscow: MAI, pp. 95–96. (in Russian)
- 14. Turkin, I.K. (2020). Issledovaniye reaktsii obolochki vrashcheniya apparata s konstruktivnym elementom v nosovoy chasti na udarnuyu volnu v zhidkosti [Research of the reaction of the apparatus rotation shell with the structural element in the nose part to the shock wave in the liquid]. Dinamicheskiye i tekhnologicheskiye problemy mekhaniki konstruktsiy i sploshnykh sred: sbornik trudov XXVI Mezhdunarodnogo simpoziuma im. Gorshkova A.G. [Dynamic and Technological Problems of Structural Mechanics and Continuous Media: Proceedings of the XXVI International Symposium. A.G. Gorshkova]. Moscow: OOO TRP, vol. 1, pp. 223–224. (in Russian)
- **15.** Chernova, N.D. (1984). Reaktsiya paraboloida vrashcheniya s zhestkoy nosovoy chastyu na deystviye udarnoy volny [Rotation paraboloid reaction with a rigid nose part to the shock wave action]. Nauchnyye Trudy IM MGU, pp. 43–50. (in Russian)

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

- **Igor K. Turkin,** Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Design and Strength Analysis of Aerospace and Missile Products Chair, Moscow Aviation Institute (National Research University), kafedra 602@mail.ru.
- **Dmitry A. Rogov,** Candidate of Technical Sciences, Head of the Strength Analysis and Reliability Department, ORPE "Technologiya" named after A.G. Romashin, rogov.dmitry.76@yandex.ru.
- **Victor A. Grachev,** Engineer of the Strength Analysis and Reliability Department, ORPE "Technologiya" named after A.G. Romashin, viktoralexandrovich.g@gmail.com.

 Поступила в редакцию
 11.04.2021
 Received
 11.04.2021

 Принята в печать
 22.07.2021
 Accepted for publication
 22.07.2021