УДК 621.396

ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ ВРЕМЕННЫМ ПОЛОЖЕНИЕМ И ЧАСТОТОЙ

Ю.А. СИДОРКИНА, В.В. АНТИПОВ

Статья представлена профессором доктором технических наук Шахтариным Б.И.

Рассматривается отношение правдоподобия при обнаружении импульсного сигнала с неизвестным временным положением и обнаружении сигнала с неизвестной частотой. Показано, что при обнаружении сигнала с неизвестной частотой необходимо выполнить алгоритм БПФ, найти максимальное значение из всех спектральных отсчетов и сравнить его с порогом обнаружения. При обнаружении импульсного сигнала с неизвестным временным положением необходимо выполнить алгоритм быстрой свертки, найти максимальное значение из всех спектральных отсчетов обратного БПФ и сравнить его с порогом обнаружения. Эффективность полученных алгоритмов определяется распределением максимальных значений выборки случайных величин, распределенных по закону Релея.

Ключевые слова: неизвестные параметры, отношение правдоподобия.

Обнаружение импульсного сигнала с неизвестным временным положением

Обнаружение импульсного сигнала является наиболее характерной задачей радиолокации и радионавигации. Такая задача возникает, например, при измерении дальности до цели, при обнаружении «вспышек» отраженного сигнала от вращающихся конструкций, в радионавигации – при измерении высоты полета или задержки сигналов радиомаяков и т.п.

Для обнаружения полезного сигнала $As(t-\tau,\varphi_0)$ на фоне широкополосной помехи $n(t)$ необходимо по принятой реализации $\xi(t)=As(t-\tau,\varphi_0)+n(t)$ определить, отлична ли величина A от нуля на интервале наблюдения $[0,T]$, если неизвестны и амплитуда A, и начальная фаза сигнала $\varphi_0 : \lambda^T = |A,\varphi_0,\tau|$. В дальнейшем ограничимся импульсным гармоническим сигналом, с огибающей импульса $F(t)$ и несущей частотой $\omega_0 : s(t-\tau)=AF(t-\tau)\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$.

В соответствие с теорией оптимального приема [1] на основе принятой реализации $\xi(t)$ вычисляется отношение правдоподобия для полностью известного сигнала $P(\xi/A,\varphi_0,\tau)$, которое усредняется по всем неизвестным параметрам в соответствие с их априорным распределением: $P_{PS}(\xi/\tau)=\int\limits_{\lambda} P(\xi/A,\varphi_0,\tau)P_{pr}(A)P_{pr}(\varphi_0)P_{pr}(\tau)\,dAd\varphi_0 d\tau$. В случае, когда начальная фаза и амплитуда распределены соответственно равномерно от 0 до 2π и по релеевскому закону с параметром D_A, усреднение по ним приводит к апостериорн6ой плотности вида [1]: $P_{PS}(\xi/\tau)=\mathrm{const}\,P_{pr}(\tau)\exp\left[\dfrac{2D_A X^2(\tau)}{N_0(\alpha D_A+N_0)}\right]$, где $X^2(\tau)=X_c^2+X_s^2$;

$X_c(\tau)=\int\limits_0^T \xi(t)F(t-\tau)\cos(\omega_0 t)dt$ и $X_s(\tau)=\int\limits_0^T \xi(t)F(t-\tau)\sin(\omega_0 t)dt$ - квадратурные составляющие принятого сигнала; N_0- спектральная плотность помехи; $\alpha=1/T$.

Проводя усреднение по задержке τ, будем считать, что она распределена равномерно на интервале наблюдения, т.е. $P_{pr}(\tau)=1/T$. При использовании прямоугольной огибающей импульса, длительностью $\tau_{и} \ll T$, усреднение по τ приводит к формуле:

$$P_{PS}(\xi) \approx \text{const}\frac{1}{T}\sum_{m=1}^{M}\exp(\frac{2D_A X(m\tau_и)}{N_0(\alpha D_A + N_0)}), \tag{1}$$

где $M=T/\tau_и$ – число стробов на интервале наблюдения.

В соответствие с полученным выражением алгоритм обработки принимаемой реализации заключается во временном стробировании, длительностью τ_u на всем априорном интервале положений сигнала (рис.1) с последующим когерентным накоплением квадратурных составляющих сигнала и их детектировании (взятие квадрата модуля). От всех выходных сигналов M каналов задержки вычисляется *exp* функция, результаты которого суммируются и сравниваются с порогом обнаружения.

Учитывая, что при больших отношениях сигнал/шум ($q=\alpha D_A/N_0$) *exp* функция изменяется достаточно быстро, при суммировании по всем отсчетам каналов задержки, можно ограничиться одним (максимальным) членом, т.е. сравнивать с логарифмом порога обнаружения только максимальное значение из всех M возможных значений, т.е.

$$\sum_{m=1}^{M}\exp\left(\frac{2D_A X\left(m\tau_и\right)}{N_0\left(\alpha D_A + N_0\right)}\right) \approx \max_m\left(\exp\left(\frac{2D_A X\left(m\tau_и\right)}{N_0\left(\alpha D_A + N_0\right)}\right)\right). \tag{2}$$

Нетрудно заметить, что при вычислении апостериорной плотности $P_{PS}(\xi/\tau)$ выполняется операция типа свертки $X(\tau)=\int_0^T \xi(t)F(t-\tau)dt$, которая может быть выполнена путем перемножения преобразований Фурье принимаемого сигнала и опорной функции и обратного преобразования Фурье полученного произведения [2]. Применительно к цифровой обработке преобразование Фурье всегда основывается на алгоритме быстрого преобразования Фурье - БПФ (алгоритм быстрой свертки) [2]. При обнаружении сигнала на фоне коррелированной помехи оптимальный обнаружитель предусматривает предварительную операцию «выбеливание» [3] и согласованную обработку с «выбеленным » полезным сигналом.

В случае неравномерного априорного распределения временного положения сигнала суммирование в (1) выполняется с весами, которые определяются значениями априорного распределения в точках $m\tau_u$.

Таким образом, при обнаружении импульсного сигнала с неизвестным временным положением необходимо выполнить алгоритм быстрой свертки, найти максимальное значение из всех спектральных отсчетов обратного БПФ и сравнить его с порогом обнаружения.

Обнаружение сигнала с неизвестной частотой

Обнаружение сигнала с неизвестной частотой является наиболее характерной задачей радиолокации при обнаружении движущихся объектов. Существующие алгоритмы обнаружения сигналов с неизвестной частотой заключаются в многоканальной доплеровской фильтрации принимаемой реализации, вычислении модуля сигнала в каждом доплеровском канале и сравнении модулей с порогом обнаружения. Такие алгоритмы одновременно с задачей обнаружения решают задачу измерения частоты или скорости сближения. Однако в некоторых ситуациях скорость сближения может быть неинформационным параметром и по ней можно произвести усреднение.

Для обнаружения полезного сигнала $As\left(t-\tau,\varphi_0\right)$ на фоне широкополосной помехи $n\left(t\right)$ необходимо по принятой реализации $\xi(t)=As(t-\tau,\varphi_0)+n(t)$ определить отлична ли величина A от нуля в том случае, когда на интервале наблюдения $[0,T]$ неизвестна частота сигнала, а также и неизвестны амплитуда A и начальная фаза сигнала $\varphi_0 : \lambda^T = \left|A,\varphi_0, f\right|$. В дальнейшем ограничимся гармоническим сигналом, с комплексной огибающей $F(t)$ и несущей неизвестной частотой f: $s(t)=AF(t)\cos(2\pi ft+\varphi_0)$.

В соответствие с теорией оптимального приема [1] на основе принятой реализации $\xi(t)$ вычисляется отношение правдоподобия для полностью известного сигнала $P\xi/A,\varphi_0,\tau,)$, которое усредняется по всем неизвестным параметрам в соответствие с их априорным распределением: $P_{PS}(\xi/\tau)=\int\limits_{\lambda}P(\xi/A,\varphi_0,\tau)P_{pr}(A)P_{pr}(\varphi_0)P_{pr}(\tau)dAd\varphi_0 d\tau$. В случае, когда начальная фаза и амплитуда распределены соответственно равномерно от 0 до 2π и по релеевскому закону с параметром D_A, усреднение по ним приводит к апостериорн6ой плотности вида [1]: $P_{PS}(\xi/f)=constP_{pr}(\tau)\exp\left[\dfrac{2D_A X^2(f)}{N_0(\alpha D_A+N_0)}\right]$,

где $X^2(f)=X_c^2+X_s^2$; $X_c(f)=\int\limits_0^T\xi(t)F(t)\cos(\omega_0 t)dt$ и $X_s(f)=\int\limits_0^T\xi(t)F(t)\sin(\omega_0 t)dt$ - квадратурные составляющие принятого сигнала; N_0- спектральная плотность помехи; $\alpha=1/T$.

При усреднении по неизвестной частоте предположим, что априорно она распределена равномерно на интервале от минимального F_{min} до максимального F_{max} значения частот или любом другом интервале, т.е. $P(f)=1/F_{max}-F_{min}$. В общем случае выходной эффект должен быть сформирован для всех значений частоты сигнала. Практически достаточно сформировать значения для дискретной совокупности частот, отстоящих друг от друга на интервал ортогональности (ширину области высокой корреляции [4]) $\Delta F=1/T$. При этом усреднение по f приводит к формуле:

$P_{PS}(\xi)\approx const\dfrac{1}{F_{\max}}\sum\limits_{m=1}^{M}\exp(\dfrac{2D_A X(mf)}{N_0(\alpha D_A+N_0)})$, где $M=(F_{\max}-F_{\min})/\Delta F$ – число интервалов дискретизации частоты.

В соответствие с полученным выражением алгоритм обработки принимаемой реализации заключается в когерентным накоплением квадратурных составляющих сигнала и их детектировании (взятие квадрата модуля). От всех выходных сигналов M каналов когерентной обработки вычисляется *exp* функция, результаты которого суммируются и сравниваются с порогом обнаружения. В случае неравномерного априорного распределения частоты, суммирование *exp* функций выполняется с весами, которые определяются значениями априорной плотности на каждой дискретной частоте.

Учитывая, что при больших отношениях сигнал/шум $q=\alpha D_A/N_0$ exp функция изменяется достаточно быстро и, при суммировании по всем отсчетам каналов задержки, можно ограничиться одним (максимальным) членом, т.е. сравнивать с логарифмом порога обнаружения только максимальное значение из всех M возможных значений.

Применительно к цифровой обработке когерентное накопление всегда основывается на алгоритме быстрого преобразования Фурье (БПФ) [2].

Таким образом, при обнаружении сигнала с неизвестной частотой необходимо выполнить алгоритм БПФ, найти максимальное значение из всех спектральных отсчетов и сравнить его с порогом обнаружения.

Статистические законы распределения выборок максимальных значений.

Эффективность обнаружения определяется вероятностями ложной тревоги и правильного обнаружения. Для оценки эффективности необходимо найти закон распределения случайных величин на выходе обнаружителя при наличии и отсутствии полезного сигнала. Для получения законов распределения случайных величин было проведено статистическое моделирование оптимального обнаружителя (1) и обнаружителя по максимальному значению выборки. Моделирование обнаружителей выполнялось по следующей методике. При отсутствии полезного сигнала на выходе схемы квадратурной обработки сигналов моделировалась выборка случайных величин, распределенных по закону Релея с параметром σ=1. Размер выборки 1000 отсчетов, количество реализаций составляло 10^5. При этом гистограмма закона распределения случайных величин на выходе обнаружителя, вычисленный по точной формуле (1) имеет вид, изображенный на рис.1, а по приближенной, т.е. распределение максимальных значений выборки релеевских величин – на рис.2.

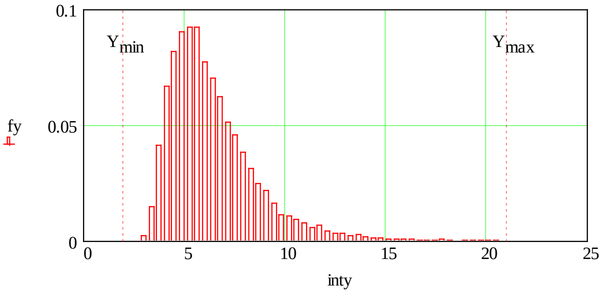

Рис. 1.
Гистограмма закона распределения случайных величин на выходе обнаружителя

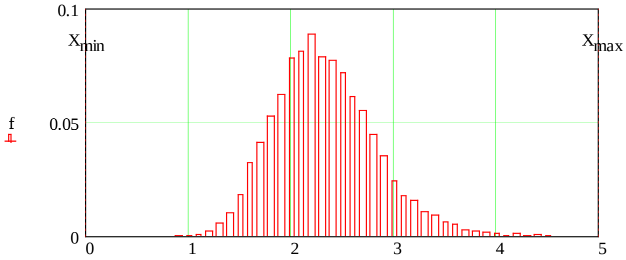

Рис. 2.
Гистограмма закона распределения максимальных значений выборки

Для фиксации ложной тревоги $P_{ЛТ}=10^{-4}$ порог обнаружения по точной формуле равнялся $h=e^{23}$, а для обнаружителя по максимальному значению выборки – h=4,8. Полезный сигнал моделировался одним отсчетом выборки, распределенной по закону Релея с параметром $σ_ц$, т.е. моделировалось отношение сигнал/шум $q=σ_ц$-$σ_ц/σ$.

Вывод

В результате статистического моделирования вероятности правильного обнаружения ($P_{ПО}$) оптимального алгоритма и алгоритма по максимальной выборке практически одинаковые (отличия наблюдались только в третьем знаке после запятой). В частности, при наличии только одного полезного сигнала $P_{ПО}$=0,28 (q=2) и $P_{ПО}$=0,64 (q=4). При наличии второй такой же цели вероятность правильного обнаружения увеличивается до 0,48 и 0,86 соответственно.

Результаты работы получены в рамках проекта №1543, выполняемого в МГТУ им. Н.Э. Баумана по государственному заданию на оказание услуг (выполнение работ) Минобрнауки России

ЛИТЕРАТУРА

1. **Шахтарин Б.И.** *Обнаружение сигналов: Учеб. пособие*. – М.: Гелиос АРВ, 2006. – 488 с.
2. **Сидоркина Ю.А., Никифоров А.А., Шахтарин Б.И.** *Алгоритм оценки параметров широкополосного сигнала на ограниченном интервале наблюдения* // Научный вестник МГТУ ГА. 2014. №210. С. 76-82.
3. **Шахтарин Б.И., Сидоркина Ю.А., Никифоров А.А.** *Оценка фазы псевдослучайной последовательности в системах передачи информации с расширенным спектром*// Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2015. № 92-103.
4. *Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны*/ **В.Н. Антипов, В.Т. Горяинов, А.Н. Кулик и др.** - М.: Радио и связь, 1988.
5. **Фалькович С.Е.** *Оценка параметров сигнала*. – М.: Сов.радио, 1970.

SIGNAL DETECTION WITH UNKNOWN PARAMETERS

Sidorkina Y.A., Antipov V.V.

The likelihood ratio of the pulse signal with unknown time position while detecting and detecting the signal with unknown frequency, are considered. Is shown that an FFT algorithm should be performed while detecting the signal with unknown frequency, the maximum value of all spectral samples should be found and compared to the detection threshold. Upon detection of a pulse signal with unknown time position a fast convolution algorithm should be performed, the maximum value of all the spectral inverse FFT samples should be found and compared to the detection threshold. The effectiveness of this algorithm is determined by the sampling distribution of the maximum values of random variables distributed according to Rayleigh.

Keywords: unknown parameters, likelihood ratio.

REFERENCES

1. Shahtarin B.I. Obnaruzhenie signalov: Ucheb. posobie. – M.: Gelios ARV, 2006. – 488 s.

2. Sidorkina YU.A., Nikiforov A.A., SHahtarin B.I. Algoritm ocenki parametrov shirokopolosnogo signala na ogranichennom intervale nablyudeniya // Nauchnyj vestnik MGTU GA. 2014. №210. S. 76-82.

3. Shahtarin B.I., Sidorkina YU.A., Nikiforov A.A. Ocenka fazy psevdosluchajnoj posledovatel'nosti v sistemah peredachi informacii s rasshirennym spektrom// Vestnik MGTU im. N.EH. Baumana. Ser. Priborostroenie. 2015. № 92-103.

4. Radiolokacionnye stancii s cifrovym sintezirovaniem apertury antenny/ V.N. Antipov, V.T. Goryainov, A.N. Kulik i dr. - M.: Radio i svyaz', 1988.

5. Fal'kovich S.E. Ocenka parametrov signala. – M.: Sov.radio, 1970.

Сведения об авторах

Сидоркина Юлия Анатольевна, 1969 г.р., окончила МАИ (1991), к.т.н., доцент, доцент кафедры «Автономные информационные и управляющие системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана, автор более 30 публикаций, в области статистического анализа и синтеза цифровых систем.

Антипов Виктор Владимирович, 1980 г.р., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана (2003), инженер-программист ЗАО «Перекресток», область научных интересов: алгоритмы и методы детектирования, обнаружения и синхронизации цифровых систем.