УДК 621.321.266

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРЕМЕНИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ

В.Е. ЕМЕЛЬЯНОВ, Э.К. АВЕТИСЯН, В.А. ИВАНЕНКО

В работе предложен алгоритм определения параметров процесса восстановления радиоэлектронных систем, выполненных на современной элементной базе. Высказывается предположение, что рассматриваемый случайный процесс является винеровским.

Ключевые слова: время первого прохождения, несмещенная оценка, максимальное правдоподобие, функция восстановления, вероятность безотказной работы.

Подавляющее большинство современных отраслевых средств радиотехнического обеспечения полетов и электросвязи выполнены на основе цифровых и твердотельных элементов. Данное обстоятельство безусловно свидетельствует о снижении интенсивности отказов и облегчении процессов ремонта и восстановления радиоэлектронных систем (РЭС). Однако при этом актуализируется задача оценки показателей эксплуатационной надежности РЭС на начальном периоде жизненного цикла и организации мероприятий по профилактическому обслуживанию оборудования в случае использования стратегии технической эксплуатации по состоянию.

Внезапный характер отказов рассматриваемых РЭС позволяет предположить, что наблюдаемый случайный процесс $W(t)$ адекватен винеровскому процессу с положительным сдвигом ε и диффузионной константой α [1]. Считая, что восстановление (отказ) идентично распределению времени первого прохождения некоторого фиксированного уровня является броуновским движением, определим его.

Будем считать, что для достижения значения $\psi > 0$ первый раз (например, предельного состояния) требуется время *T*, являющееся случайной величиной, имеющей плотность распределения (ПРВ):

$$f(t) = \frac{\psi}{\alpha\sqrt{2\pi \cdot t^3}} \exp\left\{-\frac{(\psi - \varepsilon t)^2}{2\alpha^2 t}\right\}, \tag{1}$$

причем $W(0) = 0,\ t > 0,\ \varepsilon > 0.$

Обозначим среднее время первого прохождения через $\tau = \psi / \varepsilon > 0$ и параметр формы закона распределения $\nu = \psi / \alpha^2 > 0.$ Тогда несложно записать ПРВ случайной величины *T* с параметрами τ и ν в виде:

$$f(t,\tau,\nu) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{\nu}{2\pi \cdot t^3}} \exp\left\{\dfrac{-\nu(t-\tau)^2}{2\tau^2 t}\right\}, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}. \tag{2}$$

Это распределение ассиметрично, унимодально и является членом экспоненциального семейства (IV тип пирсоновских кривых) со средним значением $M[t] = \tau$ и дисперсией $D[t] = \tau^3 / \nu,$ а также значением моды $t_{\mathrm{mod}} = \tau\left\{\sqrt{1 + (3\tau / 2\nu)^2} - (3\tau / 2\nu)\right\}.$ Запишем его в виде:

$$\frac{d}{dt}\left(\tau_\beta < 1\right) = \frac{\beta}{\sqrt{2\pi \cdot t^3}} \exp\left\{\frac{-\beta^2}{2s}\right\}, \tag{3}$$

где β – текущее значение переменной.

В свою очередь, ФРВ среднего времени первого прохождения $F(t)$ можно выразить через табулированную функцию нормального распределения $\Phi(...)$ [2] следующим образом:

$$F(t) = \Phi\left\{\sqrt{\frac{\nu}{t}}\left(\frac{t}{\tau}-1\right)\right\} + \left\{\exp\left(\frac{2\nu}{\tau}\right)\Phi\left[-\sqrt{\frac{\nu}{t}}\left(1-\frac{t}{\tau}\right)\right]\right\} \tag{4}$$

Будем считать, что величины τ и ν независимы в статистическом смысле, оценки максимального правдоподобия для времени первого прохождения и параметра процесса запишем в виде:

$$\hat{\tau} = \overline{T} = m^{-1}\sum_{i=1}^{m} T_i, \tag{5}$$

$$\hat{\nu} = m^{-1}\sum_{i=1}^{m}\left\{T_i^{-1} - \overline{T}\right\} \tag{6}$$

Для дисперсии наблюдаемого процесса данная оценка может быть определена следующим образом:

$$\hat{\sigma}^2 = \hat{\tau}^3 / \nu = m^{-1}\left\{\sum_{i=1}^{m} \overline{T^3}\big/ T_i - m\overline{T}^2\right\}. \tag{7}$$

В [3] показано, что выражение вида $\left\{T_1\sum_{i=1}^{m}\left[T_i^{-1} - \overline{T}\right]\right\}$ является полной достаточной статистикой для оценки интересующих нас параметров. Из этого следует, что оценка типа (5) является равномерной несмещенной оценкой с минимальной дисперсией.

В [3] показано, что выражение вида $\left\{T_1\sum_{i=1}^{m}\left[T_i^{-1} - \overline{T}\right]\right\}$ является полной достаточной статистикой для оценки интересующих нас параметров. Из этого следует, что оценка типа (5) является равномерной несмещенной оценкой с минимальной дисперсией.

С учетом отмеченного и используя соотношения (2) и (4) найдем ПРВ времени первого прохождения, представляющую скорость процесса восстановления. Будем иметь:

$$f(t) = \frac{\sqrt{\dfrac{\nu}{2\pi \cdot t^3}}\exp\left\{\dfrac{-\nu(t-\tau)^2}{2\tau^2 t}\right\}}{\Phi\left\{\sqrt{\nu/t}\,(1-t/\tau)\right\} - \exp(2\nu/t)\Phi\left\{-\sqrt{\nu/t}\,(1+t/\tau)\right\}}. \tag{8}$$

Считая, что время t_k соответствует максимальному значению (8), запишем уравнение, позволяющее определить это значение:

$$f(t) = \frac{\nu}{2\tau^2} + 1{,}5t - \frac{\nu}{2t^2}. \tag{9}$$

Для описания надежностных параметров рассматриваемого процесса определим функцию надежности времени первого прохождения в виде:

$$R(\tau) = \Phi\left\{\sqrt{\nu/t}\,(1-t/\nu)\right\} - \exp(2\nu/\tau)\Phi\left\{-\sqrt{\nu/t}\,(1+t/\tau)\right\}. \tag{10}$$

Очевидно, что проверка предполагаемой модели требует определения массива статистических данных для конкретных образцов техники с целью установления возможности ее использования в качестве генеральной совокупности.

Окончательный результат может быть определен по критериям проверки гипотез о распределении случайной величины.

В Таблице 1 приведены данные, относящиеся к радиостанциям типа «Рода-Шварц/200», используемых в ряде территориальных подразделений ГА. Опуская промежуточные выкладки по обработке статистических данных, выполненных в соответствии с ГОСТ 11006-74, вычисляющие статистику Колмогорова, основанную на мере расстояния вида $\sup\left|F_1(x) - F_2(x)\right|$, где $F_1(*)$ и $F_2(*)$ – две любые ФРВ. Задаваясь доверительной вероятностью $\gamma = P\left\{x \le x_n{}^*\right\} = 0{,}95$ приведем выборочные значения экспериментальных данных (Таблица 1).

В таблице 1 приведены данные, относящиеся к радиостанциям типа «Рода-Шварц/200», используемых в ряде территориальных подразделений ГА. Опуская промежуточные выкладки по обработке статистических данных, выполненных в соответствии с ГОСТ 11006-74, вычисляющие статистику Колмогорова, основанную на мере расстояния вида $\sup\left|F_1(x) - F_2(x)\right|$, где $F_1(*)$ и $F_2(*)$ – две любые ФРВ. Задаваясь доверительной вероятностью $\gamma = P\left\{x \le x_n{}^*\right\} = 0{,}95$ приведем выборочные значения экспериментальных данных (Таблица 1).

В таблице 1 приведены данные, относящиеся к радиостанциям типа «Рода-Шварц/200», используемых в ряде территориальных подразделений ГА. Опуская промежуточные выкладки по обработке статистических данных, выполненных в соответствии с ГОСТ 11006-74, вычисляющие статистику Колмогорова, основанную на мере расстояния вида $\sup\left|F_1(x) - F_2(x)\right|$, где $F_1(*)$ и $F_2(*)$ – две любые ФРВ. Задаваясь доверительной вероятностью $\gamma = P\left\{x \le x_n{}^*\right\} = 0{,}95$ приведем выборочные значения экспериментальных данных (Таблица 1).

Выбранный критерий дает значение D=0,273, в то время как $D_{\max}$=0,280 и, следовательно, построенная модель может быть выбрана в качестве генеральной совокупности. Отсюда несмещенные оценки для τ, ν и среднеквадратического отношения σ будут: $\hat{\tau} = 1{,}298$; $\hat{\nu} = 10{,}949$; $\hat{\sigma}^2 = 0{,}2$.

Таблица 1

Оценка восстановления РСТ по критерию Колмогорова

№№ п/п	Восстановление	Наблюдаемая частота	Гипотетическое распределение
1	4	0,2018	0,0010
2	5	0,4489	0,1750
3	1	0,5001	0,2200
4	2	0,6020	0,5100
5	7	0,6500	0,7420
6	1	0,7000	0,8780
7	3	0,8490	0,9540
8	0	0,8490	0,9540
9	0	0,8500	0,9900
10	2	0,9500	0,9900
11	1	1,000	0,9999

Соответственно, оценки максимального правдоподобия (МП) функций восстановления и безотказной работы запишутся в виде

$$F(t) = \Phi\left\{\sqrt{\hat{\nu}/t}\left(t/\hat{\tau} - 1\right)\right\} - \exp\left(2\hat{\nu}/\hat{\tau}\right)\Phi\left\{-\sqrt{\hat{\nu}/t}\left(t/\hat{\tau} + 1\right)\right\}$$

$$R(t) = \Phi\left\{\sqrt{\hat{\nu}/t}\left(1 - t/\hat{\tau}\right)\right\} - \exp\left(2\hat{\nu}/\hat{\tau}\right)\Phi\left\{-\sqrt{\hat{\nu}/t}\left(t/\hat{\tau} + 1\right)\right\},$$

где Φ – нормированная функция нормального распределения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sherif Y.S., Allay L.R. Modeling the repairability function by the first passage time distribution of Brownian motion // Microelectr. Reliab., 1991, v.21, №2, p.257…258.
2. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука, 1979

3. Лепцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. – М.: Наука, 1974.

THE MODELING OF THE RECOVERY TIME FOR ELECTRONIC SYSTEMS

Emelyanov V.E., Avetisyan E.K., Ivanenko V.A.

The article considers the algorithm for defining parameters of the recovery process of some electronic systems which are built on a modern element base. It is assumed that the stochastic process is appeared to be 'Wiener'.

Key words: the first pass time, unbiased estimator, maximum likelihood, recovery function, the probability of failure.

REFERENCES

1. Sherif Y.S., Allay L.R. Modeling the repairability function by the first passage time distribution of Brownian motion // Microelectr. Reliab., 1991, v.21, №2, p.257…258.
2. Pugachev V.S. Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika. – M.: Nauka, 1979
3. Leptser R.SH., SHiryaev A.N. Statistika sluchaynyh protsessov. – M.: Nauka, 1974.

Сведения об авторах

Емельянов Владимир Евгеньевич, 1951 г.р., окончил КИИГА (1974), доцент, доктор технических наук, профессор МГТУ ГА, автор более 120 научных работ, область научных интересов – организация процессов технического обслуживания радиотехнических систем, функционирующих в сложной электронной обстановке.

Аветисян Эдуард Каренович, 1995 г.р., студент V-го курса МГТУ ГА, область научных интересов – оценка безопасности и достоверности информации в АС УВД.

Иваненко Владимир Андреевич, 1993 г.р., студент V-го курса МГТУ ГА, область научных интересов – оценка достоверности и надежности информации в информационных системах