

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
05.02.22 – Организация производства

УДК 621.852.2

DOI: 10.26467/2079-0619-2019-22-3-79-91

**К РАСЧЕТУ КОНЦЕНТРАЦИИ КОНТАКТНОЙ НАГРУЗКИ
В СОЕДИНЕНИЯХ С НАТЯГОМ ТОНКОСТЕННЫХ ДЕТАЛЕЙ**

С.В. ШИШКИН¹

*¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
г. Москва, Россия*

Целый ряд узлов авиационной техники представляет собой соединения с натягом тонкостенных деталей типа вал-втулка, выносливость которых в условиях циклического и динамического нагружения связана с концентрацией контактной нагрузки от посадки. Поэтому в статье рассмотрено численное решение данной контактной задачи. Его особенность состоит во введении в расчет условного граничного слоя, смещение которого эквивалентно деформации шероховатости посадочных поверхностей. Математическая модель напряженного соединения строится на принципе разделения деформаций на общие (осесимметричный изгиб деталей) и местные (обжатие микронеровностей) при их независимом определении. Для упрощения решения зависимость контактного сближения поверхностей от давления подвергается линеаризации в виде модели жестко-пластического тела с линейным упрочнением. Величина сближения в сечении определяется только давлением в этом же сечении и не зависит от деформативности соседних участков шероховатого межповерхностного пространства. Для вычисления радиальных смещений деталей используется метод функций влияния (функций Грина), а решение описывается интегральным уравнением Фредгольма. При дискретизации контакта оно сводится к конечной системе линейных алгебраических уравнений. Такой подход обеспечивает устойчивость решения за счет усиления главной диагонали разрешающей системы, а точность определения значения коэффициента концентрации зависит от величины шага разбиения. Установлено, что для подобной модели соединения раскрытие стыка под торцами охватываемого тела практически невозможно. Универсальный подход позволяет обобщить решение для конструктивно-ортотропных и ступенчатых оболочек, а также для деталей с конструктивными особенностями и разной жесткостью участков, близко расположенных от места посадки. Отклонения формы контактных поверхностей от прямолинейности учитываются с помощью соответствующей функции натяга. Из анализа полученных результатов следует, что величина коэффициента концентрации заметно падает с ростом контактной податливости граничного слоя. Отклонения формы посадочных поверхностей в виде конусности и вогнутости увеличивают концентрацию контактной нагрузки, а ее выпуклость приводит к обратному эффекту. Для управления качеством поверхности вала с целью увеличения деформативности стыка или создания ее искусственной бочкообразности заданной величины рекомендуется использовать такие методы отделочно-упрочняющей обработки, как нанесение регулярного микрорельефа в виде винтовой канавки с определенным шагом с постоянным или переменным усилием на алмазный индентор или вибровыглаживание. Применение подобных технологий позволяет скомпенсировать концентрацию контактной нагрузки и, наряду с фактором упрочнения, увеличить усталостную прочность таких узлов.

Ключевые слова: оболочка, осесимметричный изгиб, контактная податливость, натяг, соединение, шероховатость, концентрация напряжений, поверхность, давление.

ВВЕДЕНИЕ

В авиационной технике нередко используют посадки с натягом цилиндрических деталей типа тонкостенный вал-втулка. Например, известно применение напряженных соединений дисков первых ступеней компрессора с тонкостенным валом в сочетании с другими элементами крепления в некоторых конструкциях газотурбинных двигателей [1]. По посадке с натягом устанавливают внутренние кольца подшипников качения, полумуфты и ступицы зубчатых колес на полых валах [2]. Сюда же можно отнести прецизионные сопряжения втулок подшипников скольжения с корпусами агрегатов. К подобным конструкциям относятся прессовые и термомеханические [3] соединения трубопроводов, а также ниппельные соединения с развальцованным штуцером, получившие широкое распространение при монтаже авиационных магистралей и т. п.

Посадка с натягом является источником значительной концентрации давления под торцами охватываемой детали. Это служит одной из причин снижения выносливости напряженных соединений, поскольку в полете они, как правило, подвергаются циклическому и динамическому нагружению. Поэтому разработка методики расчета распределения контактной нагрузки для соединений с натягом типа тонкостенный вал-втулка с целью оценки ее концентрации ввиду широкого распространения таких узлов в авиационных механизмах является настоятельной практической необходимостью.

Наиболее характерные точные решения контактной задачи для оболочечной модели соединения рассмотрены в работах [4–10], где доказывается невозможность получения безотрывного контакта по всей длине напряженной посадки. Особенность расчета состоит в том, что заранее неизвестна протяженность участков раскрытия стыка; причем разрешающая функция имеет специальную структуру в виде сосредоточенных кольцевых сил и непрерывного давления. Поэтому такой подход не позволяет определить реальную величину коэффициента концентрации и даже не исключает двойственности решения, то есть образования многоточечного контакта по всей длине соединения.

МЕТОДОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ

Очевидно, что применение численных методов открывает более широкие возможности решения этой проблемы, так как позволяет учесть конструктивные особенности деталей, деформативность шероховатости посадочных поверхностей и их отклонения формы от прямолинейности. Хотя величина контактного сближения и невелика по сравнению с упругими деформациями оболочек, она все же значительно больше рассчитанных зазоров, то есть реально раскрытие стыка невозможно. В соединениях с натягом шероховатость в стыке работает как мягкое демпфирующее покрытие, которое значительно снижает концентрацию контактной нагрузки.

Рассмотрим соединение с натягом тонкостенных, цилиндрических оболочек разной длины. Будем считать, что на границе контакта имеется условный промежуточный слой, радиальное смещение которого эквивалентно деформации шероховатости посадочных поверхностей. Отсюда условие контакта взаимно сопряженных точек деталей имеет вид

$$W_1(x) - W_2(x) + \delta(x) = \Delta(x), \quad (1)$$

где $W_i(x)$ – радиальное смещение наружной ($i = 1$) и внутренней ($i = 2$) детали в результате их осесимметричного изгиба; $\delta(x)$ – контактное смещение граничного слоя; $\Delta(x)$ – функция радиального натяга соединения, которая позволяет описать отклонения формы посадочных поверхностей от прямолинейности (при этом полагаем, что их величина ниже предельных значений, то есть контакт является сплошным).

Для упрощения решения разделим деформации элементов расчетной модели на общие (осесимметричный изгиб оболочек) и местные (обжатие микронеровностей) при их рассмотрении независимо друг от друга. Также считаем, что контактное сближение посадочных поверхностей в любом сечении определяется только давлением в этом же сечении и не зависит от деформативности соседних участков. Отметим, что подобные допущения использовались при решении целого ряда технических задач [11].

Для получения решения необходимо связать радиальные смещения тел и граничного слоя с неизвестной контактной нагрузкой. Зависимость контактного сближения в стыке от величины давления имеет нелинейный характер [12, 13]. Однако в соответствии с работой [11] ее удобно представить в квазилинейной форме

$$\delta(x) = \delta_0 + \lambda q(x), \quad (2)$$

где $q(x)$ – величина контактной нагрузки в сечении x ; δ_0, λ – коэффициенты линейной аппроксимации, причем параметр λ связан с контактной податливостью граничного слоя. Отметим, что термины «давление» и «контактная нагрузка» являются идентичными.

Для определения связи радиального смещения деталей с контактным давлением от напряженной посадки воспользуемся соответствующими функциями влияния [14]

$$W_i(x) = \int_a^b K_i(x, \xi) q(\xi) d\xi, \quad (3)$$

где $K_i(x, \xi)$ – функция влияния (функция Грина) от давления $q(\xi)$, которая показывает радиальное смещение втулки ($i = 1$) или вала ($i = 2$) в сечении x от единичной кольцевой сосредоточенной силы, приложенной в точке ξ ; a, b – начальное и конечное сечение контакта соответственно.

При подстановке интегралов (3) с учетом выражения (2) в условие совместности (1) получаем следующее интегральное уравнение для вычисления неизвестной контактной нагрузки:

$$\lambda q(x) + \int_a^b J(x, \xi) q(\xi) d\xi = \Delta(x) - \delta_0.$$

Это выражение представляет собой интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода с интегральным ядром

$$J(x, \xi) = K_1(x, \xi) - K_2(x, \xi).$$

Для получения численного решения [14] разобьем площадку контакта на n участков с равномерным шагом $\Delta\xi = (b - a) / n$. При подобной дискретизации контакта непрерывная искомая функция давления заменяется некоторым столбчатым распределением с удовлетворением условия совместности перемещений только в центре этих участков.

Отсюда приходим к конечной системе линейных алгебраических уравнений, которая в матричном виде запишется так

$$[[J] + \lambda^* [E]] \{q\} = \frac{1}{\Delta\xi} \{\Delta - \delta_0\},$$

где $[J]$ – квадратная матрица коэффициентов влияния оболочек; $[E]$ – единичная диагональная матрица n -го порядка; $\{\Delta - \delta_0\}$ – матрица-столбец натяга соединения с учетом его ослабления за счет коэффициента δ_0 граничного слоя; $\lambda^* = \lambda / \Delta\xi = Const$.

Так как давление находят в центре участков разбиения, то его величину на границах контакта определяют параболической интерполяцией. Очевидно, что чем мельче шаг разбиения, тем точнее полученное решение. Отметим, что усиление главной диагонали разрешающей системы уравнений за счет коэффициента λ обеспечивает гладкость функции распределения контактной нагрузки [15].

При отсутствии волнистости величину контактного сближения в точке x можно найти по приближенным формулам И.В. Крагельского [12]. Если контактные поверхности вала и втулки имеют соизмеримые параметры шероховатости, то

$$\delta(x) = 3,4(Ra_1 + Ra_2) K_{mp} \sqrt[3]{q(x) / HB},$$

где HB – твердость более мягкой поверхности по Бринеллю; Ra_i – параметр микрорельефа i -й детали соединения; K_{mp} – коэффициент, учитывающий увеличение контактного сближения в стыке при механической запрессовке (для поперечной сборки $K_{mp} = 1$).

$$K_{mp} = (2\sqrt{1 + f_{mp}^2})^{1/(v_1 + v_2)},$$

где f_{mp} – коэффициент трения при механической запрессовке; v_i – показатель степени кривой опорной поверхности втулки ($i = 1$) и вала ($i = 2$) соответственно.

Для контакта гладкой и шероховатой поверхности

$$\delta(x) = 4,1 Ra K_{mp} \sqrt{q(x) / HB}.$$

Линейную аппроксимацию зависимости контактного сближения от давления q реализуют методом наименьших квадратов в интервале значений $q_{cp} - q_{max}$.

Радиальное смещение цилиндрической изотропной оболочки в точке x в результате ее осесимметричного изгиба от единичной кольцевой силы, приложенной в сечении ξ , определяется выражением [16, 17]

$$\begin{aligned} W(x) = W(0)y_0(\beta x) + \frac{1}{\beta} \frac{dW(0)}{dx} y_1(\beta x) + \frac{1}{\beta^2} \frac{d^2W(0)}{dx^2} y_2(\beta x) + \\ + \frac{1}{\beta^3} \frac{d^3W(0)}{dx^3} y_3(\beta x) + \frac{S(x, \xi)}{\beta^3 D} y_3[\beta(x - \xi)], \end{aligned} \quad (4)$$

где β , D – параметр и цилиндрическая жесткость оболочки, равные

$$4\beta^4 = \frac{Eh}{Dr^2} = \frac{12(1 - \mu^2)}{h^2 r^2}; \quad D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)},$$

h , r , E , μ – толщина стенки, радиус нейтральной поверхности, модуль упругости и коэффициент Пуассона материала детали;

$y_s(\beta x)$ – функции А.Н. Крылова ($s = 0, 1, 2, 3$)

$$\begin{aligned} y_0(\beta x) = ch\beta x \cos\beta x, \quad y_1(\beta x) = 0,5(ch\beta x \sin\beta x + sh\beta x \cos\beta x), \\ y_2(\beta x) = 0,5sh\beta x \sin\beta x, \quad y_3(\beta x) = 0,25(ch\beta x \sin\beta x - sh\beta x \cos\beta x), \end{aligned}$$

$W^{(s)}(0)$ – постоянные интегрирования, определяемые из краевых условий на торцах детали; $S(x, \xi)$ – единичная разрывная функция, равная 1, при $x > \xi$ и 0, при $x < \xi$.

Для свободных торцов оболочки можно принять следующие граничные условия:

$$\frac{d^2W(0)}{dx^2} = \frac{d^3W(0)}{dx^3} = 0, \quad \frac{d^2W(b)}{dx^2} = \frac{d^3W(b)}{dx^3} = 0. \quad (5)$$

При подстановке первой пары краевых условий (5) в уравнение (4) выражение для функции влияния запишется в следующем виде:

$$W(x) = K(x, \xi) = W(0)y_0(\beta x) + \frac{1}{\beta} \frac{dW(0)}{dx} y_1(\beta x) + \frac{S(x, \xi)}{\beta^3 D} y_3[\beta(x - \xi)].$$

Дифференцируя это равенство по x три раза и приравнявая его вторую и третью производные второй паре условий (5), получаем

$$W(0) = \frac{1}{4\beta^3 D} \frac{y_1[\beta(b-\xi)]y_2(\beta b) - y_0[\beta(b-\xi)]y_3(\beta b)}{y_2^2(\beta b) - y_1(\beta b)y_3(\beta b)};$$

$$\frac{dW(0)}{\beta dx} = \frac{1}{4\beta^3 D} \frac{y_0[\beta(b-\xi)]y_3(\beta b) - y_1[\beta(b-\xi)]y_1(\beta b)}{y_2^2(\beta b) - y_1(\beta b)y_3(\beta b)}.$$

Если длина свободного конца вала больше π/β , то при вычислении функций влияния его можно считать бесконечной оболочкой. Отсюда

$$K(x) = \frac{e^{-\beta x}}{2\beta^3 D} \cos \beta x,$$

где x – расстояние от точки приложения единичной, перерезывающей силы до сечения, в котором определяется прогиб вала.

Подобный подход применим и к соединению с натягом тонкостенных, цилиндрических оболочек, где на внутренней поверхности вала выполнены шлицы или резьба. Общее дифференциальное уравнение осесимметричного изгиба такой оболочки, которая является конструктивно-ортотропной, имеет следующий вид [17]:

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} + p_2 \frac{d^2 W(x)}{dx^2} + p_4 W(x) = \frac{q(x)}{D}, \quad (6)$$

где $p_2 = -\frac{2f_4}{rD}$; $p_4 = \frac{1}{r^2 D} (f_{1\theta} - \frac{f_2^2}{f_{1x}})$.

Функции f_{1x} , f_{2x} , f_2 , f_4 являются известными функциями x и играют роль упруго-геометрических характеристик сечения.

$$f_{1x} = \int_{-\delta_1}^{\delta_2} \frac{EK_x dz}{1 - K_x K_\theta \mu^2}; \quad f_{1\theta} = \int_{-\delta_1}^{\delta_2} \frac{EK_\theta dz}{1 - K_x K_\theta \mu^2};$$

$$f_2 = \int_{-\delta_1}^{\delta_2} \frac{\mu EK_x K_\theta}{1 - K_x K_\theta \mu^2} dz; \quad f_4 = \int_{-\delta_1}^{\delta_2} \frac{\mu EK_x K_\theta z}{1 - K_x K_\theta \mu^2} dz; \quad D = \int_{-\delta_1}^{\delta_2} \frac{EK_x z^2}{1 - K_x K_\theta \mu^2} dz,$$

где K_θ , K_x – коэффициенты заполнения в осевом и окружном направлении; z – текущая координата, отсчитываемая от нейтральной поверхности $z = 0$ в радиальном направлении; D – цилиндрическая жесткость конструктивно-ортотропной оболочки, которая является более общим случаем цилиндрической; δ_1 , δ_2 – координаты внутренней и наружной поверхности вала относительно нейтральной поверхности, радиус которой определяется из соотношения

$$r = r_1 + \left(\int_{-h_{12}}^{h_{22}} \frac{EK_x z dz}{1 - K_x K_\theta \mu^2} \right) \left(\int_{-h_{12}}^{h_{22}} \frac{EK_x dz}{1 - K_x K_\theta \mu^2} \right)^{-1},$$

где r_1 – произвольный радиус; h_{12} – толщина основной оболочки; h_{22} – толщина вала со шлицами. Для основной оболочки и детали из биметалла $K_x = K_\theta = 1$. Для вала со шлицами $K_\theta = 0$, соответственно для внутренней резьбы $K_x = 0$.

Решение дифференциального уравнения (6) при нагружении вала перерезывающей единичной силой имеет вид

$$W(x) = W(0)Y_0(x) + \frac{dW(0)}{dx}Y_1(x) + \frac{d^2W(0)}{dx^2}Y_2(x) + \frac{d^3W(0)}{dx^3}Y_3(x) + \frac{S(x,\xi)}{D}Y_3(x-\xi), \quad (7)$$

где $Y_s(x)$ – нормальные фундаментальные функции при $s = 0, 1, 2, 3$, которые выражаются следующими соотношениями при условии $p_2^2 < 4p_4$, что и бывает в действительности:

$$Y_0(x) = \frac{1}{2\beta\gamma} [2\beta\gamma ch\beta x \cos\gamma x - (\beta^2 - \gamma^2) sh\beta x \sin\gamma x];$$

$$Y_1(x) = \frac{1}{2\beta\gamma(\beta^2 + \gamma^2)} [\beta(3\gamma^2 - \beta^2) ch\beta x \sin\gamma x - \gamma(\gamma^2 - 3\beta^2) sh\beta x \cos\gamma x];$$

$$Y_2(x) = \frac{1}{2\beta\gamma} sh\beta x \sin\gamma x; \quad Y_3(x) = \frac{1}{2\beta\gamma(\beta^2 + \gamma^2)} [\beta ch\beta x \sin\gamma x - \gamma sh\beta x \cos\gamma x],$$

где $\beta = \sqrt{\sqrt{p_4/4} - p_2/4}$; $\gamma = \sqrt{\sqrt{p_4/4} + p_2/4}$.

При $\beta = \gamma$ эти функции совпадают с функциями А.Н. Крылова.

Для свободных концов вала, незагруженных перерезывающими силами и изгибающими моментами, краевые условия можно записать так:

$$\frac{d^2W(0)}{dx^2} = -\frac{f_4}{rD}W(0); \quad \frac{d^3W(0)}{dx^3} = -\frac{f_4}{rD}\frac{dW(0)}{dx}; \quad (8)$$

$$\frac{d^2W(b)}{dx^2} = -\frac{f_4}{rD}W(b); \quad \frac{d^3W(b)}{dx^3} = -\frac{f_4}{rD}\frac{dW(b)}{dx}.$$

Подставляя первую пару граничных условий (8) при $x = 0$ в выражение (7), получаем формулу для определения функции влияния

$$W(x) = K(x,\xi) = W(0)[Y_0(x) - \frac{f_4}{rD}Y_2(x)] + \frac{dW(0)}{dx}[Y_1(x) - \frac{f_4}{rD}Y_3(x)] + \frac{S(x,\xi)}{D}Y_3(x-\xi).$$

Дифференцируя это равенство по x три раза и приравнявая при $x = b$ крайевым условиям (8) вторую и третью производные, находим постоянные интегрирования

$$W(0) = \frac{1}{\Psi} \{Y_2(b)[Y_1(b-\xi) + \frac{3f_4}{rD}Y_3(b-\xi)] - Y_3(b)[Y_0(b-\xi) + \frac{3f_4}{rD}Y_2(b-\xi)]\};$$

$$\frac{dW(0)}{dx} = \frac{1}{\Psi} \{Y_2(b)[Y_0(b-\xi) + \frac{3f_4}{rD}Y_2(b-\xi)] - [Y_1(b) + \frac{2f_4}{rD}Y_3(b)][Y_1(b-\xi) + \frac{3f_4}{rD}Y_3(b-\xi)]\},$$

где $\Psi = D[(\beta^2 + \gamma^2)^2 + (\frac{3f_4}{rD})^2] \{Y_2^2(b) - Y_3(b)[Y_1(b) + \frac{2f_4}{rD}Y_3(b)]\}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Распределение контактной нагрузки в симметричном соединении с натягом $\Delta = 40$ мкм изотропных цилиндрических оболочек, изготовленных из стали 45, с механическими характеристиками $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,3$, $HB = 1970$ Мпа, показано на рис. 1. Радиус наружной поверхности вала длиной $b_2 = 100$ мм и толщиной стенки $h_2 = 2$ мм составляет $R = 50$ мм. Длина втулки с толщиной стенки $h_1 = 5$ мм равна $b_1 = 30$ мм. Сборка соединения осуществлялась механическим путем при $f_{mp} = 0,25$. Для упрощения вычисления контактной деформации граничного слоя принималась одинаковая высота и форма неровностей посадочных поверхностей $Ra = 2,5$ мкм, $\nu = 1,5$. Кривую контактного сближения определяли для первой сборки соединения, а ее линейризацию проводили в интервале изменения давления 4–14 МПа.

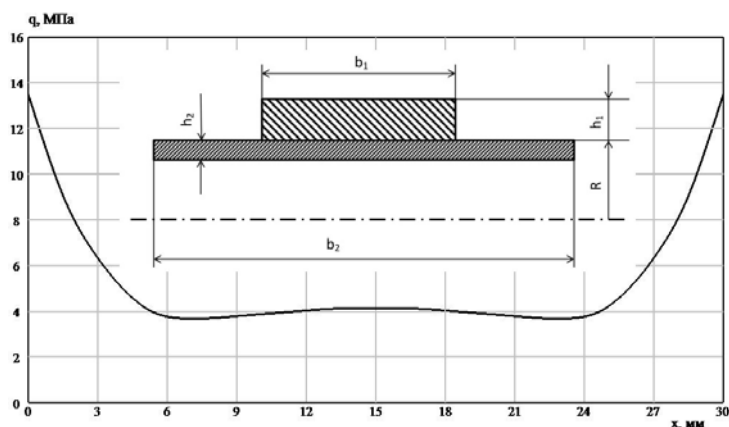


Рис. 1. Распределение контактной нагрузки в соединении с натягом тонкостенных цилиндрических оболочек
Fig. 1. Contact load distribution across pressure couplings of thin-wall cylindrical shells

На рис. 2 показано распределение контактного давления в этом же соединении для различных методов финишной обработки вала, а на рис. 3 – эпюры давления для конической, вогнутой и выпуклой контактной поверхности вала при сохранении безотрывного контакта при условии, что величина данных отклонений формы от прямолинейности ниже предельных значений.

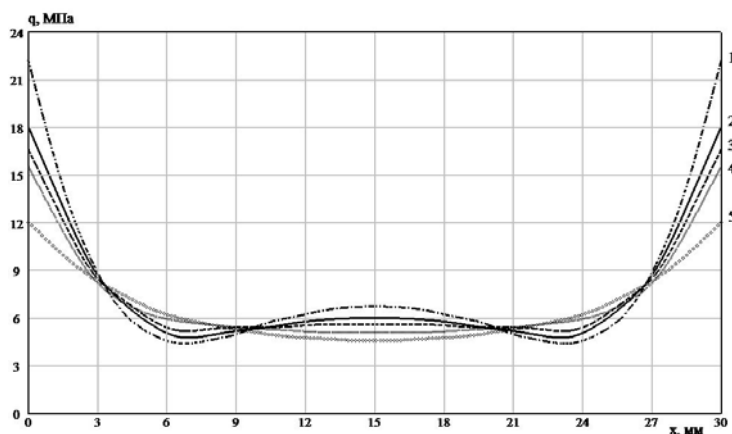


Рис. 2. Влияние чистоты обработки наружной поверхности вала (значения λ) на распределение контактного давления в соединении с натягом*:

1 – алмазное выглаживание; 2 – полирование; 3 – шлифование; 4 – точение; 5 – регулярный микрорельеф.

* Поверхность отверстия во втулке получена растачиванием и шлифованием

Fig. 2. The influence of the finish of the outer surface of the shaft (the value λ) on the distribution of the contact pressure across a pressure coupling*: 1 – diamond-tip smoothing; 2 – smooth finish; 3 – grinding; 4 – lathing; 5 – regular microterrain.

* The sleeve bore surface was finished by reaming and grinding

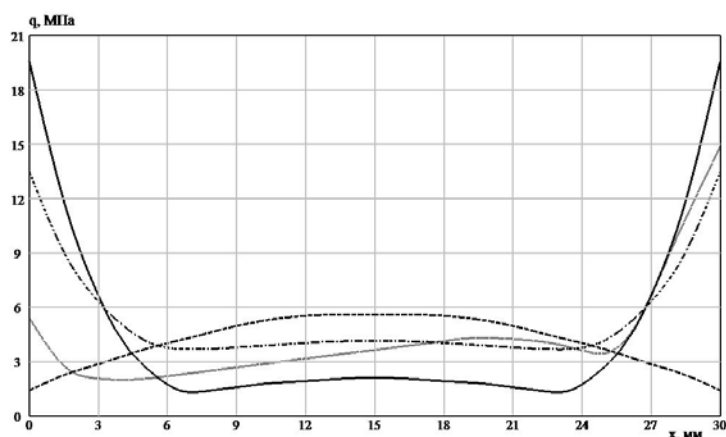


Рис. 3. Распределение давления по длине контакта при наибольшем отклонении формы посадочной поверхности вала от прямолинейности 20 мкм:

1 – вогнутость; 2 – конусность; 3 – цилиндрическая поверхность; 4 – выпуклость

Fig. 3. Pressure distribution along the contact in case of the biggest deviation of the shaft surface fitting shape from the straightness 20 μm : 1 – concavity; 2 – coning; 3 – cylindrical surface; 4 – convexity

Распределение контактной нагрузки по длине посадки с натягом $\Delta = 35$ мкм внутреннего кольца шарикоподшипника № 220 из стали ШХ-15 с полым шлицевым валом из стали 30ХГСА представлено на рис. 4. Механические характеристики деталей: $E_{1,2} = 2,15 \cdot 10^5$ МПа, $\mu_{1,2} = 0,3$, твердость стали 30ХГСА $HV = 2000$ МПа.

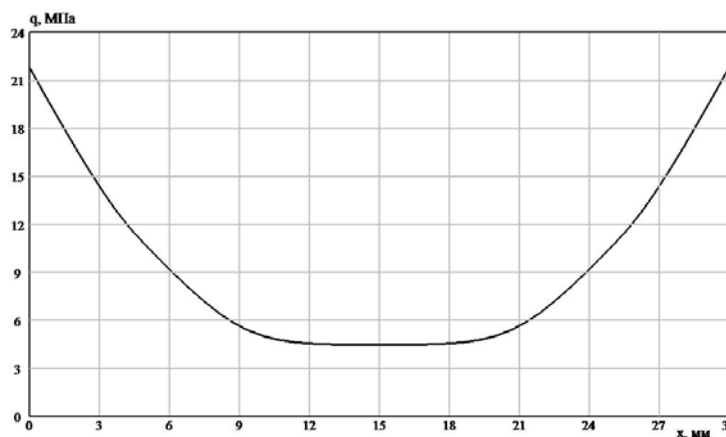


Рис. 4. Распределение контактной нагрузки по длине соединения с натягом внутреннего кольца подшипника с полым шлицевым валом

Fig. 4. Contact load distribution along the pressure coupling of the bearing inner ring with a hollow spline shaft

Если не учитывать снижение жесткости кольца подшипника за счет беговой дорожки, то приближенно его можно считать цилиндрической оболочкой длиной $b_1 = 34$ мм, с толщиной стенки $h_1 = 12,5$ мм и радиусом отверстия $R = 50$ мм. На внутренней поверхности вала по всей его длине $b_2 = 104$ мм выполнены эвольвентные шлицы. Толщина вала со шлицами $h_{22} = 8$ мм при толщине стенки основной оболочки $h_{12} = 3$ мм. Таким образом, вал моделируется в виде конструктивно-ортотропной оболочки с упруго-геометрическими характеристиками сечения $K_{12x} = K_{12\theta} = 1$, $K_{22x} = K_{22\theta} = 0,305$: $f_{1\theta} = 6,6593 \cdot 10^5$ Н/мм, $f_{1x} = 9,7398 \cdot 10^5$ Н/мм, $f_2 = 1,9978 \cdot 10^5$ Н/мм, $f_4 = -2,9967 \cdot 10^5$ Н/мм, $D = 45,6489 \cdot 10^5$ Н/мм, $p_2 = 0,002807$ мм⁻², $p_4 = 0,626 \cdot 10^{-4}$ мм⁻⁴ и $r = 46,765$ мм. Опора занимает симметричное расположение на валу при

механической сборке соединения с $f_{mp} = 0,20$. Высотные параметры шероховатости и форма неровностей приняты одинаковыми для обеих посадочных поверхностей $Ra = 2,5$ мкм, $v = 1,5$, $K_{mp} = 1,27$.

Коэффициенты линеаризации кривой контактного сближения от давления для первой сборки соединения равны: $\delta_0 = 2,48 \cdot 10^{-3}$ мм, $\lambda = 1,015 \cdot 10^{-4}$ мм³/Н. Распределение давления получено при разбиении длины соединения на $n = 48$ элементарных участков с равномерным шагом $\Delta\xi = 0,70833$ мм.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для оценки достоверности полученных результатов средний уровень контактной нагрузки сравнивали с тестовым решением задачи Ляме для соединения с натягом двух цилиндров одинаковой длины с учетом деформации шероховатости стыка, что дает хорошее совпадение данных. Величину коэффициента концентрации оценивали по насыщению функции распределения контактной нагрузки с наперед заданной точностью при постепенном уменьшении шага разбиения зоны контакта методом удвоения, который широко используется при численном решении контактных задач.

Предложенное решение справедливо для любого сочетания радиальных податливостей контактирующих тел, в том числе и для случая, когда охватываемая деталь является абсолютно жесткой. Оно легко обобщается на ступенчатые детали, а также на детали, имеющие слабую конусность типа конических колец роликовых подшипников.

Функция натяга позволяет учесть реальную форму посадочных поверхностей, а также получить решение при неопределенной границе контакта, то есть для случая раскрытия стыка при дополнении расчета статическими и кинематическими условиями контакта. Введение различных краевых условий дает возможность определить распределение контактной нагрузки с учетом взаимного влияния соседних участков деталей с конструктивными особенностями в виде шлицов, резьбы, отверстий, жестких фланцев и других.

Для вычисления коэффициентов влияния можно использовать конечно-элементную модель соединения, что позволяет описать реальную конструкцию деталей. Однако для получения адекватного решения необходима адаптация рабочей программы, а также оптимизация сетки разбиения при достаточно малых размерах элементов в зоне контакта, и особенно на участке концентрации. В нашем случае для формирования функции влияния используются апробированные формулы теории оболочек в замкнутом виде, что определяет практическую ценность работы.

В отличие от известных методов [4–10], при численной реализации предложенной математической модели определяют реальное значение коэффициента концентрации давления от посадки. В этом случае легко уточнить величину запаса усталостной прочности напряженного соединения с учетом его конструктивных и технологических особенностей. В частности, установлено, что при увеличении чистоты обработки (снижении деформативности граничного слоя) величина коэффициента концентрации контактной нагрузки увеличивается. Конусность и вогнутость поверхности также заметно увеличивают величину коэффициента концентрации, тогда как выпуклость создает обратный эффект.

В этой связи весьма привлекательны методы отделочно-упрочняющей обработки алмазным выглаживанием. Так, нанесение регулярного микрорельефа алмазным индентором в виде винтовой канавки на незакаленную стальную поверхность обеспечивает его высоту 6–10 мкм в зависимости от режимов обработки. С этой же целью применяется и технология алмазного вибровыглаживания. В результате существенно увеличивается контактная податливость стыка и

снижается величина коэффициента концентрации. Нанесение винтовой канавки с переменным усилием на индентор формирует искусственную выпуклость поверхности необходимого размера. Поэтому внедрение этих технологий, наряду с упрочнением вала, повышает усталостную прочность напряженных соединений [18].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предложенная методика расчета распределения контактной нагрузки в соединениях с натягом типа тонкостенный вал-втулка с учетом их конструктивных особенностей может быть внедрена без каких-либо изменений в практику КБ, занимающихся вопросами проектирования авиационных механизмов. Полученные результаты открывают широкие перспективы применения прогрессивных методов отделочно-упрочняющей обработки с целью повышения безопасности полета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Скубачевский Г.С.** Авиационные газотурбинные двигатели. Конструкция и расчет деталей: учебник. 4-е изд. М.: Машиностроение, 1974. 520 с.
2. **Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б.** Расчет на прочность деталей машин: справочник. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1979. 702 с.
3. **Шишкин С.В., Махутов Н.А.** Расчет и проектирование силовых конструкций на сплавах с эффектом памяти формы: учебное пособие. М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007. 412 с.
4. **Абрамян Б.Л., Александров А.Я.** Осесимметричные задачи теории упругости // Механика твердого тела: труды II Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике (29 января – 5 февраля 1964 г.). 1966. Вып. 3. С. 7–37.
5. **Блох М.В., Цукров С.Я.** Об осесимметричном контакте тонких цилиндрических оболочек // Прикладная механика. 1973. Т. IX, № 11. С. 23–28.
6. **Блох М.В., Цукров С.Я.** О влиянии изменения толщины стенки на осесимметричный контакт тонких цилиндрических оболочек // Прикладная механика. 1974. Т. X, № 4. С. 31–33.
7. **Детинко Ф.М., Фастовский В.М.** Посадка короткой втулки на цилиндрическую оболочку // Вестник машиностроения. 1967. № 7. С. 42–45.
8. **Детинко Ф.М., Фастовский В.М.** Контактная задача о посадке с натягом двух цилиндрических оболочек различной длины // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1974. № 3. С. 118–121.
9. **Детинко Ф.М., Фастовский В.М.** О посадке банджа на цилиндрическую оболочку // Прикладная механика. 1975. Т. XI, № 2. С. 124–126.
10. **Абрамян Б.Л.** Контактные (смешанные) задачи теории упругости // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1969. № 4. С. 181–197.
11. **Иосилевич Г.Б.** Концентрация напряжений и деформаций в деталях машин. М.: Машиностроение, 1981. 224 с.
12. Трение, изнашивание и смазка: справочник. В 2-х кн. Кн. 1 / под ред. И.В. Крагельского, В.В. Алисина. М.: Машиностроение, 1978. 400 с.
13. **Демкин Н.Б.** Контактное шероховатых поверхностей. М.: Наука, 1970. 226 с.
14. **Михлин С.Г.** Приложения интегральных уравнений к некоторым проблемам механики, математической физики и техники. М.; Л.: Гос. изд-во технико-теоретической лит., 1947. 302 с.
15. **Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.** Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 239 с.

16. Биргер И.А. Некоторые математические методы решения инженерных задач. М.: Оборонгиз, 1956. 150 с.

17. Биргер И.А. Круглые пластинки и оболочки вращения. М.: Оборонгиз, 1961. 368 с.

18. Хворостухин Л.А. Повышение несущей способности деталей машин поверхностным упрочнением / С.В. Шишкин, А.П. Ковалев, Р.А. Ишмаков. М.: Машиностроение, 1988. 144 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Шишкин Сергей Виленович, доктор технических наук, профессор, Московский авиационный институт (национальный технический университет), ssshisha@yandex.ru.

ANALYSIS OF CONTACT LOADS CONCENTRATION IN PRESSURE COUPLINGS OF THIN-WALL COMPONENTS

Sergey V. Shishkin¹

¹*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*

A number of aviation assemblies are made as pressure couplings of thin-wall components, e.g., shafts and hubs, durability of which is related to fitting contact load concentrations under cyclic and dynamic loadings. This article discusses a numeric solution to the contact problem. The solution is introducing into the calculations a conventional boundary layer, any shift of which is equivalent to a roughness deformation of fitting surfaces. The mathematical model of a pressure coupling is founded on a division of deformations into general (axisymmetric bending of components) and local deformations (microroughness compression) that are determined independently. To simplify the solution, the dependence of the contact convergence of the surfaces on the pressure is subjected to linearization in the form of a model of a rigid plastic body with linear strengthening. Convergence values in section are only determined by the pressure and do not depend on the stress-and-strain behaviors of areas adjacent to the rough interfacial space. The Green's functions method is used to find radial shifts of components, while the solution is expressed by the Fredholm integral equation. That is reduced to a finite system of linear algebraic equations when the contact is made discrete. This approach provides solution stability through strengthening of the main diagonal of the resolving system, while the evaluation accuracy of the concentration coefficient depends on the subinterval value. It has been found that any disclosure of a coupling beneath the faces of an enveloping body is practically impossible for that model. The comprehensive approach provides a generalized solution for orthotropic and stepwise shells, as well as for components with specific design features and various strengths of areas adjacent to fitting sites. Deviations of the shape of the contact surfaces from the straightness are taken into account by its respective pressure coupling function. The analysis of the findings suggests that the concentration coefficient value slumps as the contact compliance coefficient of the borderline layer increases. Any shape deviations of the fitting surfaces, including their coning and concavity, increase the contact load concentration, while their convexity causes a reverse effect. We recommend using strengthening treatment methods, e.g., application of regular micropattern in the shape of helical flute at a certain pitch while applying a constant or a variable force on the diamond indenter, or vibration smoothing in order to control the shaft surface finishing to improve the stress-and-strain behavior of the seam and to impart an artificial barrel shape of a preset value to the shaft. These technologies compensate contact load concentrations, and, together with the strengthening factor, enhance the fatigue limit of such assemblies.

Key words: shell, axisymmetric bend, contact compliance, pressure coupling roughness, concentration of stresses, surface, pressure.

REFERENCES

1. Skubachevsky, G.S. (1974). *Aviatsionnyye gazoturbinnyye dvigateli. Konstruktsiya i raschet detaley* [Aviation Gas Turbine Engines: Design and Analysis of Components]. *Uchebnik* [Textbook]. 4th ed. Moscow: Mashinostroyeniye, 520 p. (in Russian)

2. Birger, I.A., Shorr, B.F. and Ioselevich, G.B. (1979). *Raschet na prochnost detaley mashin* [Machine Components: Analysis of Strength]. *Spravochnik* [Referencebook]. 3rd ed. Moscow: Mashinostroyeniye, 702 p. (in Russian)

3. **Shishkin, S.V. and Makhutov, N.A.** (2007). *Raschet i proektirovaniye silovykh konstruktсий na splavakh s effektivom pamyati formy* [Analysis and Design of Load-Carrying Structures Based on Shape-Memory Alloys]. *Uchebnoye posobiye* [Training manual]. Moscow: NIC «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika», 412 p. (in Russian)
4. **Abramyan, B.L. and Aleksandrov, A.Y.** (1966). *Osesimmetrichnyye zadachi teorii uprugosti* [Axisymmetric Problems of the Elasticity Theory]. *Mekhanika tvordogo tela* [Mechanics of Rigid Bodies]. *Trudy II Vsesoyuznogo sezda po teoreticheskoy i prikladnoy mekhanike* [Proceedings of the II All-Soviet Union Congress on Theoretical and Applied Mechanics], iss. 3, pp. 7–37. (in Russian)
5. **Blokh, M.V. and Tsukrov, S.Y.** (1973). *Ob osesimmetrichnom kontakte tonkikh tsilindricheskikh obolochek* [Axisymmetric Contact between Thin Cylindrical Shells]. *International Applied Mechanics*, vol. IX, no. 11, pp. 23–28. (in Russian)
6. **Blokh, M.V. and Tsukrov, S.Y.** (1974). *O vliyaniy izmeneniya tolshchiny stenki na osesimmetrichnyy kontakt tonkikh tsilindricheskikh obolochek* [The Influence of Changes in Wall Thicknesses on Axisymmetric Contact between Thin Cylindrical Shells]. *International Applied Mechanics*, vol. X, no. 4, pp. 31–33. (in Russian)
7. **Detinko, F.M. and Fastovsky, V.M.** (1967). *Posadka korotkoy vtulki na tsilindricheskuyu obolochku* [Fitting of a Collar around a Cylindrical Shell]. *Vestnik mashinostroeniya* [Russian engineering research], no. 7, pp. 42–45. (in Russian)
8. **Detinko, F.M. and Fastovsky, V.M.** (1974). *Kontaktная задача о посадке с натягом двух tsilindricheskikh obolochek razlichnoy dliny* [A Contact Problem of Pressure Fitting of Two Cylindrical Shells of Dissimilar Lengths]. *Izv. AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of Rigid Bodies], no. 3, pp. 118–121. (in Russian)
9. **Detinko, F.M. and Fastovsky, V.M.** (1975). *O posadke bandazha na tsilindricheskuyu obolochku* [Fitting of a Bandage around a Cylindrical Shell]. *International Applied Mechanics*, vol. XI, no. 2, pp. 124–126. (in Russian)
10. **Abramyan, B.L.** (1969). *Kontaktnye (smeshannye) zadachi teorii uprugosti* [Contact (Mixed) Problems of the Elasticity Theory]. *Izv. AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of Rigid Bodies], no. 4, pp. 181–197. (in Russian)
11. **Ioselevich, G.B.** (1981). *Kontsentratsiya napryazheniy i deformatsiy v detalyakh mashin* [Stresses and Deformations Concentration in Machine Components]. Moscow: Mashinostroyeniye, 224 p. (in Russian)
12. *Treniye, iznashivaniye i smazka* [Friction, Wear, and Lubrication] (1978). *Spravochnik* [A Handbook]. *V 2-hk kn. Kn. 1* [Book 1]. Ed. I.V. Kragelsky and V.V. Alisin. Moscow: Mashinostroyeniye, 400 p. (in Russian)
13. **Dyomkin, N.B.** (1970). *Kontaktirovaniye sherokhovatykh poverkhnostey* [Contacting of Rough Surfaces]. Moscow: Nauka, 226 p. (in Russian)
14. **Mikhlin, S.G.** (1947). *Prilozheniya integralnykh uravneniy k nekotorym problemam mekhaniki, matematicheskoy fiziki i tekhniki* [Applications of integral equations to some problems of mechanics, mathematical physics and engineering]. Moscow; Leningrad: Gos. izd-vo tekhniko-teoreticheskoy lit. [State Publishing House of Technical-Academic literature], 302 p. (in Russian)
15. **Tikhonov, A.N. and Arsenin, V.Y.** (1974). *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for the Solution of Ill-Posed Problems]. Moscow: Nauka, 239 p. (in Russian)
16. **Birger, I.A.** (1956). *Nekotorye matematicheskiye metody resheniya inzhenernykh zadach* [Some of the Mathematical Methods of Solving Engineering Problems]. Moscow: Oborongiz, 150 p. (in Russian)
17. **Birger, I.A.** (1961). *Kruglye plastinki i obolochki vrashcheniya* [Round Plates and Rotational Shells]. Moscow: Oborongiz, 368 p. (in Russian)

18. Khvorostukhin, L.A., Shishkin, S.V., Kovalyov, A.P. and Ishmakov, R.A. (1988). *Povysheniye nesushchey sposobnosti detaley mashin poverkhnostnym uprochneniyem* [The Enhancement of the Load Bearing Capacity of Machine Components by Surface Strengthening]. Moscow: Mashinostroyeniye, 144 p. (in Russian)

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Sergey V. Shishkin, Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Aviation Institute, (National Research University), Moscow, Russia, ssshisha@yandex.ru.

Поступила в редакцию 21.02.2019
Принята в печать 21.05.2019

Received 21.02.2019
Accepted for publication 21.05.2019