

УДК 629.735.072.1: 656.71.003

МЕТОД РЕШЕНИЯ ОТКРЫТЫХ ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧ

С.В. ПЕТРУНИН, Г.В. КРЕНЕВА

Рассматриваются транспортные задачи линейного программирования, в которых на некоторые переменные положено ограничение больше или меньше. Если первое ограничение не создает дополнительных трудностей при решении задачи, то ограничения сверху на переменные требуют особого подхода. Показано, что такие задачи достаточно хорошо решаются с помощью предложенного автором ПС-метода.

Ключевые слова: линейное программирование, транспортная задача, ограничения на переменные снизу и сверху, ПС-метод.

Открытые транспортные задачи можно представить в следующем виде:

$$\sum_j x_{ij} \leq a_i; \quad (1)$$

$$\sum_i x_{ij} \geq b_j; \quad (2)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad (3)$$

где x_{ij} - объем ресурса, перевозимого из i -го пункта в j -й пункт; a_i - объем ресурса в пункте i ; b_j - потребности в ресурсе в пункте j .

Как правило, в таких задачах следует найти экстремум некоторой линейной функции ресурса, перевозимого в сети

$$C = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}. \quad (4)$$

В настоящей работе предпринята попытка решения открытых транспортных задач с различными типами ограничений. Эта инициатива вызвана тем, что многие типы таких задач достаточно хорошо решаются с помощью предложенного в работе [1] ПС-метода. Варианты рассматриваемых задач приведены на рис. 1. В силу того, что ограничения (1) и (2) имеют схожую структуру, рассмотрим подход к решению таких задач только для столбцов. Приведенные здесь рассуждения полностью годятся и для строк.

1. Ограничения – неравенства “меньше”

Открытую транспортную задачу с ограничениями типа неравенств “меньше” можно сформулировать так:

$$\sum_j x_{ij} = a_i; \quad \sum_i x_{ij} \leq b_j; \quad x_{ij} \geq 0;$$

$$C = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min.$$

Решения таких задач достаточно хорошо известны [2]. Следует ввести дополнительные неотрицательные переменные $x_{n+1,j}$. Тогда неравенства станут равенствами. Для переменных $x_{n+1,j}$ добавится новая $n+1$ -я строка.

$$\sum_i^{n+1} x_{ij} = b_j; \quad \sum_j x_{ij} = a_i; \quad \sum_j x_{n+1,j} = \sum_j b_j - \sum_i a_i; \quad x_{ij} \geq 0.$$

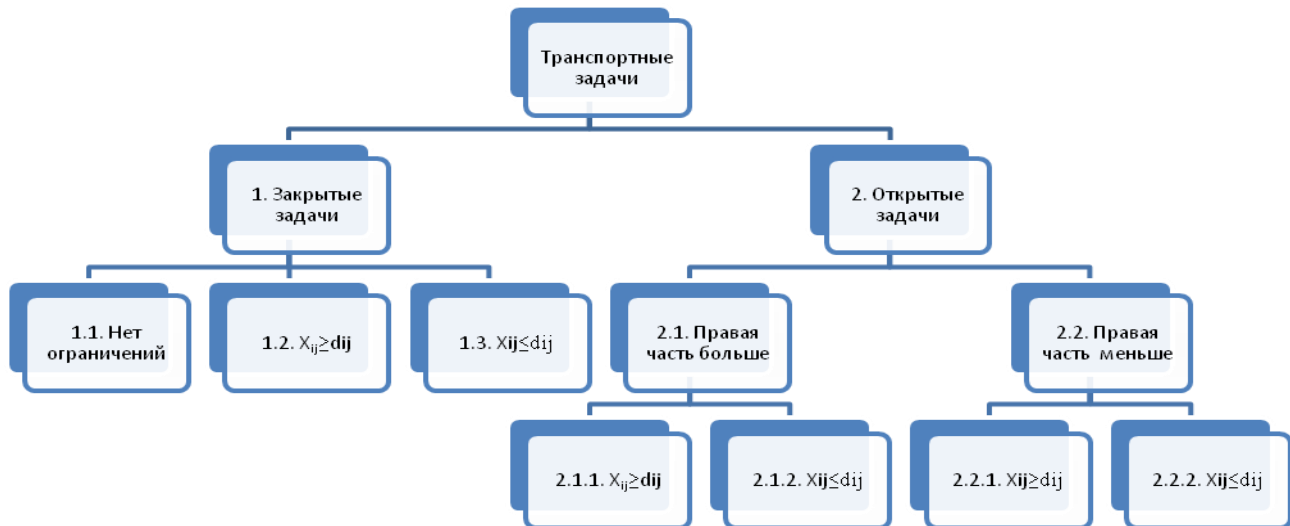


Рис. 1. Структура транспортных задач

С вводом новых переменных $x_{n+1,j}$ задача превратилась из открытой в закрытую, метод решения которой приведен в [3].

2. Ограничения – неравенства “больше”

Задача имеет следующий вид:

$$\sum_j x_{ij} = a_i; \sum_i x_{ij} \geq b_j; x_{ij} \geq 0;$$

$$C = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min.$$

Для её решения рассмотрим более общую задачу, а именно:

$$\sum_j x_{ij} = a_i; b_j \leq \sum_i x_{ij} \leq r_j; x_{ij} \geq 0,$$

где r_j ограничения на j -й столбец сверху. С помощью ввода неотрицательных переменных x_j^* и x_j^{**} заменим неравенства равенствами:

$$b_j + x_j^* = \sum_i x_{ij} = r_j - x_j^{**}; \sum_j x_{ij} = a_i; x_{ij} \geq 0.$$

Из первого выражения следует

$$x_j^* = r_j - b_j - x_j^{**} \text{ или } x_j^{**} \leq r_j - b_j.$$

Тогда задача может быть представлена так:

$$\sum_j x_{ij} = a_i; \sum_i x_{ij} + x_j^{**} = r_j; x_j^{**} \leq r_j - b_j; x_{ij} \geq 0.$$

К этим ограничениям следует добавить условие разрешимости транспортной задачи

$$\sum_j x_j^{**} = \sum_j r_j - \sum_i a_i.$$

По существу, задача сведена к задаче с переменными, ограниченными сверху. Более того, эти ограничения применяются только в последней строке. Поэтому эту строку не стоит исполь-

зовать в качестве базовой. Здесь рассмотрен метод решения открытой задачи с двухсторонними ограничениями [4].

Для того чтобы перейти к математической модели с ограничением “только больше”, следует сделать ограничения сверху несущественными, т.е. r_i сделать достаточно большими.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петрунин С.В. Использование метода последовательной сепарации для решения задач транспортного типа // Научный Вестник МГТУ ГА, серия Общество, экономика, образование. - 2004. - № 78(5). - С. 55 – 60.
2. Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б. Задачи линейного программирования транспортного типа. - М.: Изд-во «Наука», 1969.
3. Петрунин С.В. Решение транспортных задач ПС-методом при ограничениях на переменные // Статья в данном Вестнике.
4. Петрунин С.В., Большедворская Л.Г. Математическая модель организации курсов повышения квалификации // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2012. - № 178. - С. 153 – 157.

SOLUTION OF OPEN TRANSPORTATION PROBLEMS

Petrinin S.V., Kreneva G.V.

The article examines open transportation problems proposing to apply a modernized PC-method for their solution. Some of transportation problems could be reduced to those with bounded-variables solution for which is also given by the authors.

Key words: linear programming, transportation problem, lower and upper bounded variables, PC-method.

Сведения об авторах

Петрунин Станислав Владимирович, 1936 г.р., окончил ЛПИ (1959), доктор технических наук, профессор кафедры организации перевозок на воздушном транспорте МГТУ ГА, автор более 40 научных работ, область научных интересов - исследование операций, логистика.

Кренева Галина Валериевна, окончила МИИГА (1986), кандидат экономических наук, доцент кафедры организации перевозок на воздушном транспорте МГТУ ГА, автор более 20 научных работ, область научных интересов – транспортная логистика, финансовый менеджмент, оптимизация и снижение эксплуатационных расходов авиакомпаний.