

УДК 551.501.8

DOI: 10.26467/2079-0619-2018-21-5-130-136

## ПРИМЕНИМОСТЬ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

А.Г. ГОРЕЛИК<sup>1</sup>, С.Ф. КОЛОМИЕЦ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Россия

<sup>2</sup>Фрязинский филиал института радиотехники и электроники

им. В.А. Котельникова РАН, г. Фрязино, Россия

В статье рассматривается возможность оценки скорости движения хаотических сред с использованием информации из «узких» спектральных интервалов стационарных случайных сигналов, генерируемых движением таких сред на датчиках, расположенных в двух точках вдоль направления движения среды. Вопрос о физическом смысле минимального спектрального интервала, необходимого для таких измерений с заданной точностью, обсуждается на основе соотношений, приводимых в статье и сформулированных с использованием теории однородной изотропной турбулентности. Показано, что в рамках предложенных соотношений процесс фильтрации может быть описан с использованием турбулентного члена. Поэтому результаты фильтрации можно рассматривать как виртуальную турбулентную диссипацию. Последнее позволило полуколичественно описать результаты численных расчетов, представленных в статье, и сформулировать пути дальнейшего развития предложенного подхода, который после соответствующих усовершенствований можно было бы назвать «полным корреляционным анализом с фильтрацией» (FFCA). В качестве направлений такого развития обсуждается метод измерения скорости турбулентной диссипации посредством использования двух (или более) фильтров с различными полосами пропускания, применяемых к сигналам в двух точках измерений взаимной корреляции, а также оценка оптимального числа фурье-гармоник в представлении сигнала, прошедшего фильтр, и оценка формы спектра турбулентности. Помимо этого, с использованием соотношений, приведенных в статье, известный факт о том, что доплеровские измерения не применимы к дистанционному зондированию с использованием широкополосных сигналов в качестве носителя информации, а также причина, по которой такие измерения применимы в случае сигналов с узкими спектрами, получают более ясное физическое объяснение. Последнее позволяет с точки зрения кросс-корреляционного анализа определить монохроматического сигнала как такового.

**Ключевые слова:** теория однородной изотропной турбулентности, измерения в хаотических средах, спектр случайного стационарного процесса.

### ВВЕДЕНИЕ

Спустя десятилетия после известного замечания Р. Фейнмана турбулентность все так же остается «величайшей из нерешенных проблем классической физики». Мы не в состоянии прогнозировать простейшие турбулентные потоки, не обращаясь к экспериментальным данным о самом потоке.

Одна из наиболее распространенных на сегодняшний день феноменологических моделей турбулентного движения – это «гипотеза К-41». Она представляет поток состоящим из отдельных, больших и малых объемов согласованно движущихся частиц материи – вихрей или порывов. Считается, что последние случайно возникают на левой границе инерционного интервала, в результате гидродинамической неустойчивости основного течения, затем самостоятельно хаотически движутся некоторое время и, в конце концов, диссипируют, давая внутри инерционного интервала начало новым вихрям, или преобразуются в тепло вблизи масштаба Колмогорова. В соответствии с этой гипотезой частоты в спектре мощности турбулентных пульсаций могут быть сопоставлены с пространственной частотой турбулентных вихрей (порывов) и, соответственно, с их пространственным масштабом и скоростью перемещения в пространстве.

Но К-41 не является единственной. Хинце определяет турбулентное движение как «состояние потока, при котором характеризующие его величины испытывают случайные измерения во времени и в пространстве, такие, что можно найти их статистические типичные сред-

ние» [1]. Хргиан, ссылаясь на [2], указывает на более общее представление турбулентности как непрерывного спектра периодических движений со случайно распределенными фазами [3].

Несмотря на то, что имеющиеся представления о турбулентности подразумевают возможность изучения ее динамики с использованием абстракции отдельных вихрей (порывов), подавляющее большинство прикладных задач решается в рамках математического аппарата случайных процессов с независимыми приращениями и корреляционной теории. Описание вихревой структуры потока подобными средствами невозможно. В настоящее время параметры вихрей, иногда возникающие в приложениях, обычно представляются усредненными по всему потоку (рабочему объему измерительного инструмента) в целом и не имеют прямых способов измерения [4].

Очередной рост интереса к вихревому представлению турбулентного движения поддерживается интенсивным развитием вычислительной гидродинамики, которая требует соответствующих средств и экспериментального изучения потоков [5, 6]. Таким образом, экспериментальное изучение и дальнейшее уточнение вихревых абстракций турбулентного движения имеет не только теоретическое, но и прикладное значение.

### ФАЗОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ, ПОРОЖДАЕМЫХ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

В интерферометрах оценка абсолютной разницы фаз позволяет измерять перемещения в пределах  $\lambda$ . Доплеровские измерения скорости требуют производной той же величины по времени. Но при оценке скорости турбулентного потока, порождающего на датчиках сигналы с широким спектром, доплеровская обработка не применяется, хотя в отношении гармоник фурье-спектра она математически допустима. Вместо нее используются дисперсионные методы (ДМ) или оценки группового времени задержки (ГВЗ). Последние, таким образом, могут рассматриваться как широкополосные аналоги доплеровской обработки [7, 8]. Но с их использованием поток описывается лишь в терминах одного скалярного параметра, что является большим недостатком при наличии развитой динамической структуры. Подобное снижение измерительных возможностей рассматривается как следствие использования широкополосных сигналов. Помимо этого, точность кросс-корреляционных оценок сильно зависит от уровня шума, а его фильтрация искажает сами оценки. На малых временах запаздывания относительная ошибка может составлять десятки процентов, что аналогично проблеме доплеровских измерений в области нуля.

В общем случае характер усреднения зависит от конкретной структуры потока и интенсивности взаимодействия отдельных ее составляющих с зондирующим излучением. Поэтому представляется очевидным, что даже в рамках двухкомпонентной модели «перемежающихся» потоков аналитическая ценность информации, получаемой с использованием ГВЗ или ДМ, невысока и важность разработки методов более тонкой оценки структуры среды не вызывает сомнений.

Классическую методику оценки ГВЗ можно усовершенствовать, добавив полосовую фильтрацию с оценкой времени задержки в пределах полос. В этом случае поток можно охарактеризовать более чем одним скалярным параметром, подобно доплеровскому спектру скоростей. Теоретически с ростом количества фильтров такая обработка сводится к оценке разности фаз соответствующих гармонических составляющих двух спектров флуктуаций, то есть к доплеровской обработке. Последняя, как уже было отмечено, не применяется, хотя математически допустима. Практически увеличение количества фильтров поднимает вопросы о минимально допустимой ширине полосы фильтрации и влиянии динамики самой среды на формируемые оценки.

Зависимости, приведенные на рис. 1, были получены в результате численного моделирования прямой задачи с использованием белого и окрашенных (коррелированных) шумов. В качестве модели сигнала в первой точке рассчитывалась реализация белого шума, в которой затем нужное значение корреляции достигалось с использованием алгоритма скользящего среднего. Ее копия, сдвинутая на некоторое количество дискретных отсчетов, использовалась в качестве сигнала во второй точке. После идентичной для обоих сигналов частотной фильтрации восстанавливалось временное представ-

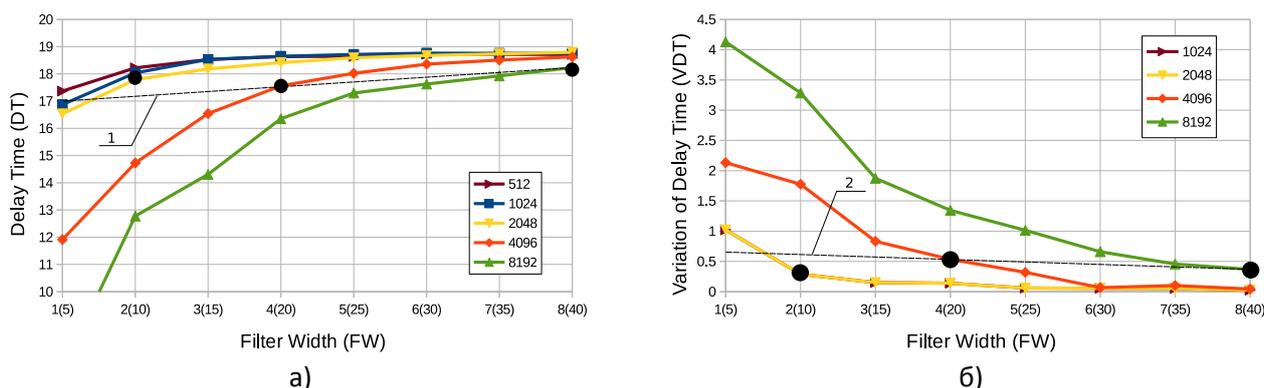


Рис. 1. Оценки ГВЗ по узкополосным выборкам из широкополосных сигналов: *a* – смещение; *б* – дисперсия; 1, 2 – линии фильтров равной ширины, но с разным количеством гармоник в полосе пропускания.

В скобках по оси ОХ после порядкового номера указана ширина фильтра в частотных отсчетах

Fig. 1. Group delay time calculated after a narrow filtration of a wide band signal: *a* – bias; *б* – dispersion; 1, 2 – lines stand for filters of equal width but different Fourier expansion terms in the passband.

Numbers in parentheses under OX axis stand for a filter width in discrete counts corresponding to DFFT sample size

ление сигналов внутри полос фильтрации, которое использовалось затем для расчета ГВЗ. Для простоты во временной и спектральной области использовались прямоугольные окна.

Из рис. 1, *a* видно, что оценки априорно задаваемого времени задержки, полученные по узким спектральным выборкам, имеют статистический разброс и смещены к нулю. Смещение и его дисперсия растут при уменьшении полосы фильтрации. Данные на рисунке соответствуют сигналу, который был получен расчетом скользящего среднего с окном 40 отсчетов с последующим сдвигом на 19 отсчетов. Аналогичные зависимости наблюдаются на разных периодах корреляции, включая белый шум, и при разных величинах смещений.

Несмотря на то, что анализ смещения максимума кросс-корреляция является достаточно общим методом оценки динамики хаотических сред, сдвиги времени задержки, вызванные особенностями самих сред, получили детальное рассмотрение относительно недавно [9–11]. Для объяснения полученных результатов представим нормированную автокорреляционную функцию сигнала  $c_{11}(\tau)$ , которую априорно будем считать гауссовой. Предполагая затем, что турбулентные пульсации имеют гауссов спектр с дисперсией  $2\sigma_t^2$  и одинаково сказываются на всех частотах исходного сигнала, можно полагать, что спектр после воздействия турбулентности представляется сверткой спектров сигнала и турбулентности. Последняя соответствует умножению корреляционных функций. Имеем

$$|c_{11}^T(\tau)| = K_0 \exp\left[-(v_o \tau)^2 - 2(\sigma_t \tau)^2\right], \quad (1)$$

соответствующий спектр мощности будет

$$P_{11}^T(\omega) = M_0 \exp\left[-\frac{\omega^2}{2(v_o^2 + 2\sigma_t^2)}\right].$$

Так же должен выглядеть взаимный энергетический спектр, который является произведением комплексно-сопряженных спектров Фурье. Можно принять, что последние отличаются лишь на множитель сдвига при условии, что сдвиг составляет малую часть временного интервала спектрального оценивания:

$$E_{12}(\omega) = F_1(\omega)F_2^*(\omega)e^{-i\omega\theta}.$$

В этом случае кросс-корреляционная функция по определению будет

$$C_{12}^T(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{\omega^2}{2(v_o^2 + 2\sigma_t^2)}\right] e^{i\omega(\tau-t_o)} d\omega,$$

и

$$|C_{12}^T(\tau)| = K_1 \exp\left[-\frac{1}{2}(v_o^2 + 2\sigma_t^2)(\tau - t_o)^2\right]. \quad (2)$$

Аналогично спектр и кросс-корреляции без учета турбулентности будут

$$P_{11}(\omega) = M_1 \exp\left[-\frac{\omega^2}{2v_o^2}\right], \quad |C_{12}(\tau)| = K_2 \exp\left[-v_o^2(\tau - t_o)^2\right].$$

Если учитывать воздействие турбулентности не сразу, а после сдвига исходного сигнала, то

$$|c_{12}(\tau)| = \exp\left[-(v_o\tau - v_o t_o)^2 - 2(\sigma_t\tau)^2\right], \quad (3)$$

где  $t_o$  – априорный (фактический) сдвиг для процесса без относительного изменения между точками расчета кросс-корреляции,  $\sigma_t$  – среднеквадратичное отклонение спектра турбулентных пульсаций,  $v_o$  – удвоенное среднеквадратичное отклонение спектра исходного сигнала.

Выражение (3) отличается от (2), что указывает на необходимость в общем случае учитывать пространственный характер структурной функции турбулентности. Выражение (3) подразумевает некоррелированные турбулентные пульсации. Учет пространственных корреляций турбулентности, требуемый для придания физического смысла (2), выходит далеко за рамки настоящей статьи. Дополняя в (3) показатель до полного квадрата разности, после соответствующей группировки можно получить

$$|c_{12}(\tau)| = \exp\left[-\eta - \frac{(\tau - \tau_p)^2}{2\tau_c^2}\right], \quad (4)$$

где  $\eta = \frac{2v_o^2\sigma_t^2}{v_o^2 + 2\sigma_t^2} t_o^2$  – декорреляционный параметр, уменьшающий пик кросс-корреляции,

$\tau_c = \frac{1}{\sqrt{2(v_o^2 + 2\sigma_t^2)}}$  – среднеквадратичное отклонение (ширина) кросс-корреляции,

$\tau_p = \frac{v_o^2}{(v_o^2 + 2\sigma_t^2)} t_o \sim \frac{v_o^2}{(v_o^2 + k\varepsilon^{2/3})} t_o$  – наблюдаемая задержка,  $k$  – некоторый коэффициент.

Из приведенных соотношений видно, что наличие турбулентности смещает пик кросс-корреляционной функции к нулю. В рассматриваемых результатах моделирование турбулентности не проводилось, но за счет частотной фильтрации пик кросс-корреляции также смещался к нулю. Учитывая связь  $\tau_p$  и скорости диссипации турбулентной энергии  $\varepsilon$ , приведенную выше, можно заключить в общем случае, что статистическое смещение оценок определяется уменьшением энергии связи сигналов, независимо от того, каким именно образом это уменьшение

происходит. В частности, фильтрация действует аналогично турбулентной диссипации, сдвигая максимум кросс-корреляции к нулю.

В случае простого запаздывания сигнала без его относительного изменения дисперсия определяется статистическими свойствами сигнала, режимом дискретизации и временем его наблюдения  $T_0$ , а дополнительных смещений не возникает. Простое запаздывание является идеальным случаем и основой сравнительных оценок. Относительное изменение сигнала в точках регистрации означает наличие турбулентной составляющей в исходном сигнале, которую необходимо учитывать до проведения фильтрации. В этом случае сдвиги времени запаздывания, которые могут быть экспериментально получены с использованием двух (и более) фильтров разной ширины, открывают возможность оценки самой турбулентной составляющей в дополнение к известным подходам [12].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена математическая модель смещений статистических оценок ГВЗ по узкополосным выборкам широкополосных сигналов, формируемых турбулентностью. С ее использованием появляется возможность увязать  $T_0$  – время наблюдения процесса с некоторой шириной спектра на заданном пространственном масштабе  $x$  (аналог среднего времени задержки  $t_0$ ) и минимальную ширину фильтра  $\Delta f$ , вносящего заданное статистическое смещение, не превосходящее некоторой величины (например, не более  $0,5t_0$ ), и обеспечивающего заданную дисперсию оценок. Подобное соотношение является условием наблюдаемости турбулентного вихря, задаваемого  $\Delta f$ , на пространственно-временных масштабах  $T_0, x$ .

Интересно отметить, что сигналы с малым  $\nu_0$  в рамках рассматриваемой модели характеризуются предельно большими смещениями задержки, в пределе – возможность ее оценки пропадает. В отношении таких сигналов вместо ГВЗ, которое теряет физический смысл, используется разница фаз монохроматического колебания. Иными словами, при наличии априорной информации о спектре исходного сигнала и только в рамках некоторой модели процесса фазовые измерения приобретают физический смысл. В случае фильтрации широкополосного сигнала растет турбулентная составляющая  $\sigma_t$ . Ее выражение через диссипацию позволяет предполагать, что для предельно больших значений  $\sigma_t$  связь между сигналами в точках пропадает, что является качественным объяснением причины неинформативности доплеровских измерений с использованием гармоник фурье-разложения широкополосного сигнала, несмотря на их допустимость в математическом смысле. Экспериментальная и численная проверка этого положения представляет большой интерес, так как оно представляет возможность физически ясного рассмотрения вопроса об оптимальном количестве гармоник фурье-разложения сигнала в полосе пропускания фильтра, который логически следует из неинформативности доплеровских измерений в широкополосных сигналах.

Обращает на себя внимание то, что линии фильтров равной ширины на рис. 1 имеют ненулевой наклон, в то время как рассматриваемая модель с гауссовыми спектрами и корреляциями такого наклона не содержит. Это указывает на неравные значения энергии связи при учете различного количества гармоник фурье-разложения сигнала в неизменной полосе пропускания и может быть связано с негауссовостью спектра флуктуаций, формируемого операцией скользящего среднего.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хинце И. Турбулентность, ее механизм и теория. М.: Физматгиз, 1963. 680 с.
2. Хргиан А.Г. Физика атмосферы. Т. 2. Л.: Гидрометеиздат, 1978. 307 с.
3. Ламли Д.Л., Пановски Г.А. Структура атмосферной турбулентности. М.: Мир, 1966. 264 с.

4. **Doviak R.J., Lataitis R. J., Holloway C.L.** Cross-correlation and cross-spectra for spaced-antenna wind profilers. Part I: Theoretical Analysis // *Radio Science*. 31(1). Pp. 157–180.
5. **Zhiyin Y.** Large-eddy simulation: Past, present and the future // *Chinese Journal of Aeronautics*. 2015. Vol. 28, № 1. Pp. 11–24.
6. **Lesieur M., Metais O.** New trends in large eddy simulations of turbulence // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1996. Vol. 28(1). Pp. 45–82.
7. **Olyak M.R.** The dispersion analysis of drift velocity in the study of solar wind flows // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 2013. Vol. 102. Pp. 185–191.
8. **Farley D.T., Ierkeic H.M., Fejer B.G.** Radar interferometry: A new technique for studying plasma turbulence in the ionosphere // *Journal of Geophysical Research*. 1981. Vol. 86, № A3. Pp. 1467–1472.
9. **Holdsworth D.A., Reid I.M.** An investigation of biases in the full correlation analysis technique // *Advances in Space Research*. 1997. Vol. 20, № 6. Pp. 1269–1272.
10. **Holdsworth D.A.** An investigation of biases in the full spectral analysis technique // *Radio Science*. 1997. Vol. 32, № 2. Pp. 769–782.
11. **Olden J.D., Neff B.D.** Cross-correlation bias in lag analysis of aquatic time series // *Marine Biology*. 2001. Vol. 138, № 5. Pp. 1063–1070.
12. **Holloway C.L.** Cross correlations and cross spectra for spaced antenna wind profilers 2. Algorithms to estimate wind and turbulence // *Radio Science*. 1997. Vol. 32, № 3. Pp. 967–982.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Горелик Андрей Габриэлович**, доктор физико-математических наук, профессор Московского физико-технического института, radiometeo@mail.ru.

**Коломиец Сергей Федорович**, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, radiometeo@mail.ru.

## A VALIDITY OF PHENOMENOLOGICAL MODELS OF TURBULENCE IN EXPERIMENTAL STUDIES

**Andrey G. Gorelik<sup>1</sup>, Sergey F. Kolomiets<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> *Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, Russia*

<sup>2</sup> *Kotelnikov Institute of Radio-engineering and Electronics,  
Russian Academy of Sciences, Fryazino, Russia*

#### ABSTRACT

Estimates of the velocity of the chaotic medium motion using information of "narrow" spectral intervals of stationary random signals generated by the motion of such media on the sensors located at two points along the direction of medium motion are considered. The question about the physical meaning of the minimum spectral interval required for such measurements with a given accuracy is posed and discussed based on the main relations given in the article and formulated using the theory of homogeneous isotropic turbulence. It is shown, that within suggested relations the process of filtration may be described using a turbulent term and so the results of the filtration could be seen as a virtual turbulent dissipation. The latter allowed semi-quantitatively describing the results of the numeric calculations presented in the article and forming the ways of the further development of the approach suggested which after appropriate updating might be called a "full filtered correlation analysis" (FFCA). In particular, a method of turbulent dissipation rate measurement by means of two (or more) filters with different band-passes applied to signals in two points of cross-correlation measurements and an approach to the physically clear description of the optimal number of Fourier-terms in the representation of the signal passed the filter are outlined as well as the approach to a

turbulence spectral shape evaluation. Apart from that, with the relations given in the article, the well-known fact that Doppler measurements are not applicable to the remote sensing with use of wideband signals as an information carrier as well as the reason why such measurements are applicable in the case of signals with narrow spectra receive its clear physical explanation. The latter allows forming the definition of a monochromatic signal as it is from the point of view of a cross-correlation analysis.

**Key words:** homogeneous isotropic turbulence theory, measurements in chaotic media, spectrum of stationary random process.

## REFERENCES

1. **Khince, I.** (1963). *Turbulentnost, ee mekhanizm i teoriya* [Turbulence, its mechanism and theory]. Moscow: Fizmatgiz, 680 p. (in Russian)
2. **Khrgian, A.G.** (1978). *Fizika atmosfery* [Physics of the Atmosphere], vol. 2. Leningrad: Gidrometeoizdat, 307 p. (in Russian)
3. **Lamli, Dg.L. and Panovski, G.A.** (1966). *Struktura atmosfernooy turbulentnosti* [Structure of atmospheric turbulence]. Moscow: Mir, 264 p. (in Russian)
4. **Doviak, R.J., Lataitis, R.J. and Holloway, C.L.** (1996). *Cross-correlation and cross-spectra for spaced-antenna wind profilers*. Part I: Theoretical Analysis. *Radio Science*, 31(1), pp. 157–180.
5. **Zhiyin, Y.** (2015). *Large-eddy simulation: Past, present and the future*. *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 28, no. 1, pp. 11–24.
6. **Lesieur, M. and Metais, O.** (1996). *New trends in large eddy simulations of turbulence*. *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 28(1), pp. 45–82.
7. **Olyak, M.R.** (2013). *The dispersion analysis of drift velocity in the study of solar wind flows*. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, vol. 102, pp. 185–191.
8. **Farley, D.T., Ierkic, H.M. and Fejer, B.G.** (1981). *Radar interferometry: A new technique for studying plasma turbulence in the ionosphere*. *Journal of Geophysical Research*, vol. 86, no. A3, pp. 1467–1472.
9. **Holdsworth, D.A. and Reid, I.M.** (1997). *An investigation of biases in the full correlation analysis technique*. *Advances in Space Research*, vol. 20, no. 6, pp. 1269–1272.
10. **Holdsworth, D.A.** (1997). *An investigation of biases in the full spectral analysis technique*. *Radio Science*, vol. 32, no. 2, pp. 769–782.
11. **Olden, J.D. and Neff B.D.** (2001). *Cross-correlation bias in lag analysis of aquatic time series*. *Marine Biology*, vol. 138, no. 5, pp. 1063–1070.
12. **Holloway, C.L.** (1997). *Cross correlations and cross spectra for spaced antenna wind profilers 2. Algorithms to estimate wind and turbulence*. *Radio Science*, vol. 32, no. 3, pp. 967–982.

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Andrey G. Gorelik**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Moscow Institute of Physics and Technology, radiometeo@mail.ru.

**Sergey F. Kolomiets**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher of Kotelnikov Institute of Radio-engineering and Electronics, radiometeo@mail.ru.

Поступила в редакцию 12.07.2018  
Принята в печать 18.09.2018

Received 12.07.2018  
Accepted for publication 18.09.2018