УДК 681.140
DOI: 10.26467/2079-0619-2018-21-2-71-82

ЭКСТРЕМАЛЬНОСТЬ ВЕСОВ В ИНДЕКСНЫХ ПОРТФЕЛЯХ В СТРАТЕГИЯХ ПОСТОЯННОЙ ПРОПОРЦИИ

Ю.Ф. КАСИМОВ[1], М.И. ТИМЕРБАЕВ[1]
[1]Финансовый университет при Правительстве РФ, г. Москва, Россия

Работа посвящена анализу оптимальных индексных портфелей в стратегиях постоянной пропорции. Такие, или как их еще часто называют пассивные стратегии, получают все большее распространение в России и за рубежом. Они существенно дешевле в реализации, чем активные стратегии. Кроме того, как показывает практика, в долгосрочной перспективе они оказываются более выгодными и менее рискованными. Основным моментом в этих стратегиях является выбор пропорции, в которой инвестор распределяет свой капитал между рисковыми и безрисковыми активами. При этом в стратегиях постоянной пропорции она остается постоянной в течение всего инвестиционного периода. Для этого инвестор с определенной частотой восстанавливает требуемое соотношение между рисковыми и безрисковыми активами. Каждый период, в начале которого происходит такое восстановление, называется периодом ребалансирования. В случае стратегий с индексными портфелями, рисковыми активами являются паи индексного фонда, а безрисковыми – депозит в надежном банке или государственные облигации. Для инвестора желателен оптимальный выбор пропорции, гарантирующий максимальный рост капитала портфеля за инвестиционный период. В работе на основе исторических данных (ex-post) определяются оптимальные веса фондов в индексных портфелях. Рассмотрены реализации индексных портфелей для пяти наиболее крупных российских индексных фондов. По данным о ежедневных стоимостях паев этих фондов и годовых процентных ставках за 11-летний период, с помощью специально разработанной программы, были найдены оптимальные веса индексных фондов в портфелях постоянной пропорции. Параметрами анализируемых портфелей являлись: длина инвестиционного периода (от года до 10 лет) и частота ребалансирования (месяц, квартал, год). Для каждого фонда определялась последовательность оптимальных весов с заданной частотой ребалансирования и соответствующие оптимальные доходности за последовательные инвестиционные периоды. Было обнаружено, что практически во всех случаях оптимальные веса фондов принимали экстремальные значения 0 или 1. При этом частоты этих значений в выбранной последовательности примерно одинаковы. Этот эмпирический факт можно условно назвать принципом экстремальности или принципом «все или ничего».

Ключевые слова: пассивное инвестирование, стратегии постоянной пропорции, индексы, индекс ММВБ, индексные портфели, оптимальные веса.

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, в практике инвестирования используются два основных вида стратегий: активные и пассивные. Активные стратегии предполагают постоянный анализ состояния рынка, прогнозирование цен (доходностей) активов и перестройку портфеля (покупку/продажу) активов. Такие стратегии весьма дорогие (комиссии, плата за получение, обработку и анализ информации и, собственно, за управление).

Пассивные (индексные) стратегии заключаются в копировании индекса [1–3]. Такие стратегии систематически реализуют так называемые индексные фонды, аккумулирующие средства инвесторов (вкладчиков фонда) и инвестирующие их в широко диверсифицированный рыночный портфель активов. Как правило, представителем рыночного портфеля является некоторый фондовый индекс. На Западе это такие индексы, как S&P500, Russel 1000 и др. В России это прежде всего индексы ММВБ и, в меньшей степени, РТС. Индексный портфель копирует какой-либо индекс в том смысле, что веса активов в индексном портфеле соответствуют весам этих активов в индексе. Для капитализированных индексов, таких как S&P500 и ММВБ, вес акции в индексе просто равен ее доли в общей рыночной капитализации [1].

Индексные фонды в последнее время получают все большее признание как частных, так и институциональных инвесторов. Это обусловлено рядом факторов: во-первых, их инвестиционные стратегии прозрачны и понятны практически любому инвестору, во-вторых, они существенно дешевле активных стратегий, поскольку отсутствуют расходы, связанные с активным управлением. Единственные затраты – комиссия и общие расходы фонда, реализующего такую стратегию (услуги депозитария, расходы на поддержку структуры портфеля и т. п.). В-третьих, и это самое главное, как показывают многочисленные многолетние исследования, в долгосрочной перспективе оказывается, эти стратегии являются более доходными и менее рискованными. Толчком к появлению и распространению таких стратегий было создание в 60–70-х годах XX века группой американских экономистов (Тобин, Шарп, Моссин и др.) так называемой Модели оценивая финансовых активов или CAPM в английской аббревиатуре (Capital Asset Price Model) [4, 6].

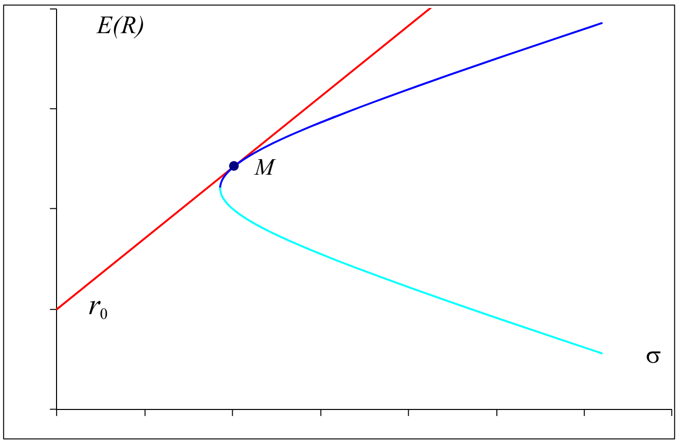

Рис. 1. Диаграмма CAPM. Касательная – эффективная граница Тобина – Шарпа (CML – Capital Market Line)
Fig. 1. Graph of CAPM. Tangent line – Tobin-Sharp efficient frontier

Первое уравнение CAPM (уравнение прямой CML) связывает доходность и риск (стандартное отклонение доходности) эффективных (т. е. неулучшаемых *одновременно* по критериям риска и доходности) портфелей.

$$E(R_\pi) = r_0 + \frac{E(R_M) - r_0}{\sigma_M}\sigma_\pi \quad (1)$$

Здесь r_0 – безрисковая доходность, $E(R_\pi)$ и $E(R_M)$ – *ожидаемые* доходности портфеля π и рыночного портфеля *M*.

Второе уравнение CAPM выполняется для любого портфеля (в том числе состоящего и из одного актива) и имеет вид

$$E(R_\pi) = r_0 + \beta_\pi (E(R_M) - r_0), \quad (2)$$

где β_π – так называемая бета портфеля (или актива) – мера систематического риска *любого* портфеля:

$$\beta_\pi = \frac{\mathrm{cov}(R_\pi, R_M)}{\sigma_M^2}. \quad (3)$$

В рамках модели CAPM Тобин доказал свою знаменитую теорему о двух фондах. Любой эффективный, и значит оптимальный по доходности или риску, портфель π есть комбинация безрискового актива с весом w_0 и рыночного портфеля M с весом w_M. При этом доходность такого портфеля будет равна [5]

$$r_\pi = w_0 r_0 + w_M r_M , \tag{4}$$

а риск

$$\sigma_\pi = w_M \sigma_M . \tag{5}$$

Теорема Тобина о двух фондах сыграла важную роль в инвестиционном бизнесе. Стало ясно, что если создать хорошо диверсифицированный фонд, размещающий капитал в широкий спектр активов, то проблема оптимального построения портфеля для любого инвестора сведется просто к выбору *оптимальной* для данного инвестора пропорции между его *безрисковой* и *рисковой* (рыночной) частью, т. е. к определению двух весов w_0 и w_M, связанных очевидным соотношением: $w_0 + w_M = 1$. На практике такими фондами и стали как раз индексные фонды.

Но остается проблема выбора этих весов. Исходя из предложенной Марковицем функции полезности [4, 7],

$$U(\pi) = E(R_\pi) - \frac{\theta}{2}\sigma^2(R_\pi), \tag{6}$$

где θ – так называемый *коэффициент неприятия риска*, Тобин доказал свою знаменитую формулу для веса фонда в портфеле максимальной полезностью [6]:

$$w_M = \frac{r_M - r_0}{\theta \sigma_M^2}. \tag{7}$$

Но неизвестно, как на практике инвестор может оценить свой коэффициент неприятия риска θ. Кроме того, формула Тобина (7) определяет оптимальный вес в *однопериодной* сделке. На практике, естественно, более распространены многопериодные сделки, когда инвестор меняет структуру портфеля, дополнительно вкладывает средства и т. п. Анализ многопериодных сделок существенно боле сложный, чем в однопериодном случае (см. [4, 9])

В широко распространенных стратегиях постоянной пропорции инвестор просто выбирает тот или иной уровень вложения в рисковые активы. Выбрав долю, вкладываемую в рыночный портфель (на практике это какой-либо индексный фонд), он поддерживает этот уровень *постоянным* в течение достаточно большого инвестиционного периода. Поскольку стоимость пая индексного фонда постоянно меняется, то меняется и пропорция вложенного в индексный фонд капитала. Для ее поддержания необходимо ребалансировать портфель, т. е. в случае роста доли фонда перевложить часть капитала, вложенного в фонд, в безрисковый актив, а в случае снижения, наоборот, за счет части капитала, вложенного в безрисковый актив (например депозит в надежном банке), купить дополнительные паи индексного фонда. Период, в начале которого осуществляется эта операция, называется периодом ребалансирования. Поскольку данные о стоимости паев индексных фондов, а следовательно и их доходности, известны, то можно смоделировать *ex post* стратегии вложения в фонды для разных значений пропорций на различных инвестиционных периодах и различных периодах ребалансирования.

Целью настоящей работы и было на реальных исторических данных для российских индексных фондов (на основе индекса ММВБ) определить распределение значений оптимальных весов этих фондов для широкого спектра инвестиционных горизонтов и различных периодов ребалансирования.

ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ СТРАТЕГИЙ ПОСТОЯННОЙ ПРОПОРЦИИ

Рассмотрим многопериодную сделку с n периодами [5, 9]. Будем считать, что инвестор реализует вложения в индексный портфель с постоянной пропорцией вложения в индексный фонд и безрисковый актив. Это значит, он в *начале* каждого периода ребалансирует портфель, т. е. восстанавливает заданную пропорцию вложения. Поскольку наша цель состоит в *нахождении* оптимальной доли вложения в фонд, то вес фонда (т. е. вес рисковых активов) в портфеле обозначим через x. Таким образом, в начале каждого периода ребалансирования

$$w_M = x\,,\ w_0 = 1 - x.$$

Пусть доходность фонда на k-м периоде равна r_f^k, а безрисковая ставка на этом периоде r_0^k. Тогда доходность портфеля на этом периоде будет равна

$$r_\pi^k = w_0 r_0^k + w_M r_f^k = (1-x) r_0^k + x r_f^k\,,$$

а коэффициент роста капитала за этот период

$$a_\pi^k = 1 + r_\pi^k = 1 + (1-x) r_0^k + x r_f^k = (1-x) a_0^k + x a_f^k\,, \tag{8}$$

где $a_0^k = 1 + r_0^k$ и $a_f^k = 1 + r_f^k$ – коэффициенты роста по безрисковому активу и фонду соответственно. Полный коэффициент роста по всем периодам (т. е. за весь инвестиционный горизонт) будет равен произведению коэффициентов роста за периоды ребалансировки:

$$a_\pi(x) = \prod_{k=1}^{n} a_\pi^k = \prod_{k=1}^{n} [a_0^k + x(a_f^k - a_0^k)] = \prod_{k=1}^{n} a_0^k (1 + x\delta_k), \tag{9}$$

где $\delta_k = (a_f^k - a_0^k) / a_0^k$ – относительное превышение доходности фонда над безрисковой доходностью. Таким образом, полный коэффициент роста есть полином n-й степени от веса фонда x. Будем также считать, что инвестор не может открывать короткие позиции ни по активам фонда, ни по безрисковым активам. Иными словами, будем считать, что $0 \le x \le 1$.

Рассмотрим также логарифм полного коэффициента роста. В силу строгой монотонности логарифма, точки максимума по x коэффициента роста и его логарифма одинаковы. Покажем, что логарифм коэффициента роста – вогнутая (т. е. выпуклая вверх) функция:

$$\ln a_\pi(x) = \ln\left(\prod_{k=1}^{n} a_\pi^k\right) = \sum_{k=1}^{n} \ln[a_0^k + x(a_f^k - a_0^k)]\,. \tag{10}$$

Первая производная по x имеет вид

$$\left(\ln a_{\pi}(x)\right)' = \sum_{k=1}^{n} \frac{a_f^k - a_0^k}{a_0^k + x(a_f^k - a_0^k)},$$

а вторая

$$\left(\ln a_{\pi}(x)\right)'' = \sum_{k=1}^{n} -\frac{(a_f^k - a_0^k)^2}{[a_0^k + x(a_f^k - a_0^k)]^2}.$$

С учетом того, что все слагаемые отрицательны, отсюда следует, что вторая производная всюду отрицательна, и, значит, логарифм полного коэффициента роста *строго вогнутая* функция. Строго вогнутая функция на отрезке либо возрастает, либо убывает, либо имеет единственную точку максимума, причем левее от нее она возрастает, а правее убывает. Поскольку экспонента – строго *возрастающая* функция, то этими же свойствами обладает и полный коэффициент роста:

$$a_{\pi}(x) = \exp(\ln(a_{\pi}(x))). \tag{11}$$

Следовательно, полный коэффициент роста либо строго возрастает, либо строго убывает, либо имеет единственную точку максимума внутри отрезка [0;1], и при этом он возрастает слева и убывает справа от этой точки. В общем случае, для нахождения точки максимума необходимо решать уравнение (n–1)-й степени $a_{\pi}'(x) = 0$ на отрезке [0;1], что можно сделать приближенным методом (например, «делением пополам»). В двумерном случае (для двух периодов) задачу нахождения максимума можно решить явным образом, поскольку она сводится к решению квадратного уравнения вида

$$a_{\pi}(x) = (a_0^1 + x(a_f^1 - a_0^1)(a_0^2 + x(a_f^2 - a_0^2) = a_0^1 a_0^2 (1+\delta_1 x)(1+\delta_2 x), \tag{12}$$

где

$$\delta_1 = (a_f^1 - a_0^1)/a_0^1 \text{ и } \delta_2 = (a_f^2 - a_0^2)/a_0^2$$

– относительные превышения коэффициентов фонда роста над безрисковыми в первый и второй периоды ребалансировки. Тогда точка максимума полного (двухпериодного) коэффициента роста есть точка максимума квадратичной функции

$$(1+\delta_1 x)(1+\delta_2 x) = 1 + (\delta_1 + \delta_2)x + \delta_1\delta_2 x^2. \tag{13}$$

Дифференцируя и приравнивая производную к нулю, получим

$$(\delta_1 + \delta_2) + 2\delta_1\delta_2 x = 0,$$

откуда

$$x = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2\delta_1\delta_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\delta_2}\right). \tag{14}$$

В качестве примера рассмотрим графики зависимости коэффициента роста на отрезке для следующих исходных данных:

1) $r_0^1 = r_0^2 = 4\%$; $r_f^1 = 25\ \%$; $r_f^2 = -13\ \%$. Коэффициент роста имеет максимум в точке x = 0,5454 = 54,54 %. Соответствующий график зависимости коэффициента роста от веса фонда в портфеле изображен на рис. 2;

2) $r_0^1 = r_0^2 = 4\%$; $r_f^1 = 25\ \%$; $r_f^2 = -9\ \%$. Коэффициент роста возрастает на отрезке [0; 1]. Соответствующий график зависимости коэффициента роста от веса фонда в портфеле изображен на рис. 3. Максимум достигается на правом конце отрезка [0; 1]: x = 1;

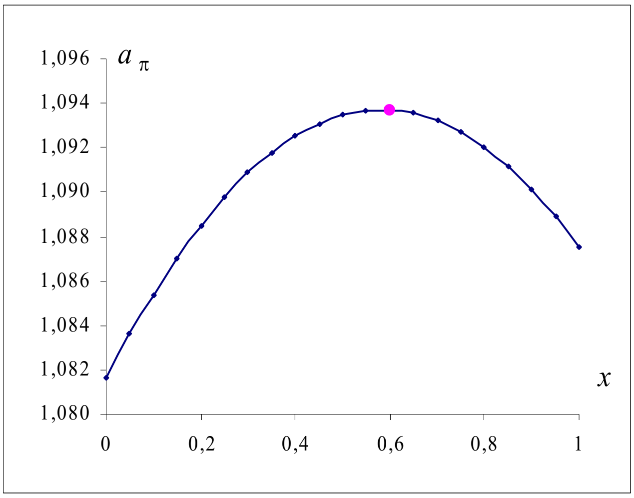

Рис. 2. График зависимости полного двухпериодного коэффициента роста от веса фонда *x*. Внутренняя точка максимума *x* = 0,58
Fig. 2. Graph of the dependence of full two-period growth coefficient on *x* fund weight. The interior maximum point x = 0.58

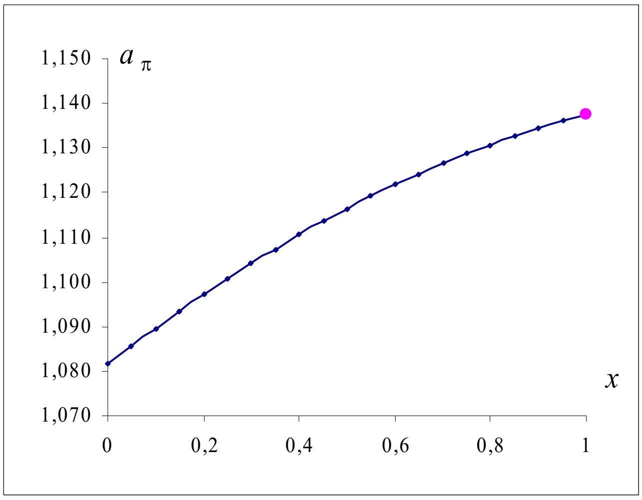

Рис. 3. График зависимости полного двухпериодного коэффициента роста от веса фонда *x*. Экстремальная точка максимума *x* = 1
Fig. 3. Graph of the dependence of full two-period growth coefficient on *x* fund weight. The extreme maximum point x = 1

3) $r_0^1 = r_0^2 = 4\%$; $r_f^1 = 25\ \%$; $r_f^2 = -18\ \%$. Коэффициент роста убывает на отрезке [0; 1]. Максимум достигается на *левом* конце отрезка: x = 0. Соответствующий график зависимости коэффициента роста от веса фонда в портфеле изображен на рис. 4.

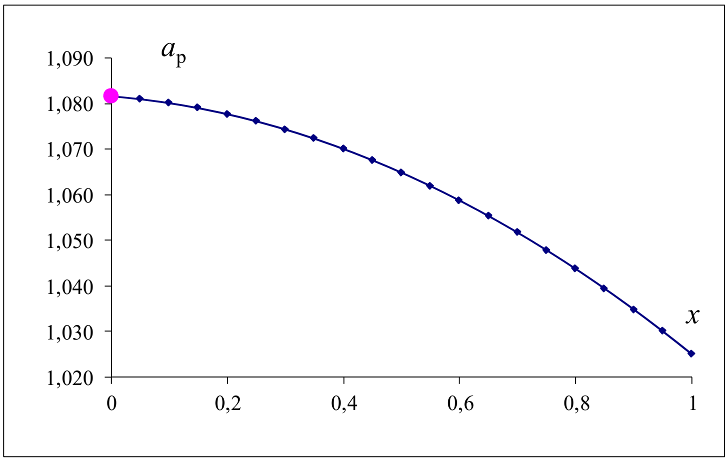

Рис. 4. График зависимости полного двухпериодного коэффициента роста от веса фонда *x*. Экстремальная точка максимума *x* = 0
Fig. 4. Graph of the dependence of full two-period growth coefficient on x fund weight. The extreme maximum point x = 0

СХЕМА ИССЛЕДОВАНИЯ

Как указывалось выше, целью работы являлась оценка и анализ оптимальных стратегий с индексными портфелями российских индексных фондов. В табл. 1 приведены основные характеристики некоторых наиболее известных индексных фондов.

Таблица 1
Table 1

Российские индексные фонды на индекс ММВБ
Russian Index funds on MICEX

	Год создания	СЧА на 23.10.2017	Рост	R^2	Бета	Комиссия, %
Индекс ММВБ	25.02.1997		3,18	1,00	1,00	
РГС	04.03.2008	14757,09	3,82	0,98	0,95	3,00
Открытие	21.08.2007	107927,94	3,47	0,97	0,94	0,99
БКС	21.02.2005	155055,98	4,39	0,98	0,96	5,40
Максвелл	29.05.2007	14890,66	4,03	0,97	0,95	2,90
Газпромбанк	29.10.2007	105883,70	4,04	0,98	0,95	4,10
Ингосстрах	21.04.2008	33421,10	3,92	0,97	0,94	2,50
ВТБ	14.05.2004	672495,16	3,72	0,98	0,96	4,10
АКБ БАРС	28.03.2005	21797,04	3,73	0,81	0,66	4,00
Райффайзен	10.10.2007	516660,27	3,81	0,98	0,95	2,90
Альфа капитал	27.12.2006	247789,89	2,56	0,89	0,79	2,80

Для исследования были отобраны четыре самых крупных по чистой стоимости активов, работающих на рынке не менее 10 лет и «хорошо отслеживающих» индекс ММВБ (с коэффициентом детерминации R^2 и бетой близкими к 1) индексных фонда: РГС, Открытие, ВТБ, Райффайзен, и один крупный фонд Альфа-капитал с довольно низкими коэффициентами детерминации (R^2) и бетой.

В табл. 2 приведены данные о *месячных* доходностях этих фондов за 11-летний период от 21.10.2008 по 21.10.2017.

По данным о ежедневных котировках стоимости паев этих фондов за указанный период была сформирована *база данных* месячных доходностей этих фондов. Кроме того, в эту базу данных были включены данные о безрисковых ставках (годовых, полугодовых, квартальных и месячных) за этот период. Была также разработана универсальная программа, *входными данными* которой являются:

1) массив месячных доходностей одного из выбранных фондов за полный 11-летний период;

2) период ребалансирования (месяц, квартал, полугодие, год);

3) последовательность инвестиционных периодов (кратных целому числу периодов ребалансирования) с началами каждой из 108 месячных дат (21.m.y) полного диапазона дат из базы данных;

4) вес фонда в индексном портфеле.

На выходе программа *для каждой последовательности инвестиционных периодов* выдает:

1) последовательность накопленных коэффициентов роста индексного портфеля (с заданным весом фонда) для каждого инвестиционного периода, с учетом ребалансирования;

2) последовательность *оптимальных весов фонда* в портфеле постоянной пропорции;

3) последовательность *максимальных коэффициентов роста*, соответствующих оптимальным весам фонда в индексном в портфеле.

Кроме того, программа выдает статистику (графически и таблично) оптимальных весов индексных портфелей выбранного фонда для произвольных последовательностей инвестиционных периодов и периодов ребалансирования.

Таблица 2
Table 2

Данные о месячных доходностях фондов за период с 21.10.2008 по 21.10.2017
The data on monthly yields of the funds for the period from 21.10.2008 at 21.10.2017

	ср.месяч. дох-ть, %	станд. откл., %	мин. дох-ть, %	макс. дох-ть, %	размах дох-ти, %
Индекс ММВБ	1,32	7,04	–20,78	25,39	46,17
РГС	1,62	6,94	–17,60	24,19	41,79
Открытие	1,45	7,15	–17,04	24,76	41,80
ВТБ	1,50	7,00	–17,66	25,43	43,10
Райффайзен	1,40	6,90	–15,69	25,11	40,80
Альфа-капитал	1,10	6,68	–19,00	21,17	40,17

ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Во *всех* рассмотренных фондах на *всех* инвестиционных периодах оптимальные веса индексных портфелей почти во всех случаях принимают *экстремальные значения*: 0 или 1! Промежуточные значения встречаются исключительно редко. Для всех фондов и инвестиционных периодов, графики полных коэффициентов роста практически всегда имеют вид показанный на рис. 3 и 4, т. е. они всегда монотонно зависят от веса фонда. Зависимость типа изображенной на рис. 1 с внутренней точкой максимума встречается очень редко. Ниже, на рис. 5, приведен график оптимальных весов индексных портфелей фонда ВТБ для 106 годовых периодов с ежеквартальным ребалансированием. На рисунке отчетливо видно существенное преобладание крайних (экстремальных) значений оптимальных весов фонда. Внутренним для отрезка [0; 1] точкам максимума соответствуют всего 8 значений из 106. При этом нулевому значению оптимального веса (полное вложение в безрисковый актив) соответствует полное вложение капитала портфеля в безрисковый актив, а единичное значение – полному вложению капитала портфеля в индексный фонд. Поэтому принцип оптимальности весов индексных портфелей можно назвать (условно) принципом «все или ничего».

Естественно, возникает вопрос, в какой степени этот результат зависит от реальной статистики доходностей фондов, а в какой от вида (математической формы) оптимизируемой функции. Разобранный выше двумерный случай говорит о том, что оба фактора вносят свой вклад в полученный результат. Проведенное авторами моделирование для различного вида последовательностей (коэффициентов δ_k) приводит к такому же результату. В общем случае корни производной функции полного роста очень чувствительны к изменению коэффициентов δ_k, что приводит к их значительному разбросу по вещественной оси, и лишь их малая доля попадает в единичный интервал (0; 1).

На рис. 6 приведен график годовых коэффициентов роста для оптимальных и равновзвешенных (50/50) индексных ВТБ-портфелей для 106 годовых периодов с ежеквартальным ребалансированием.

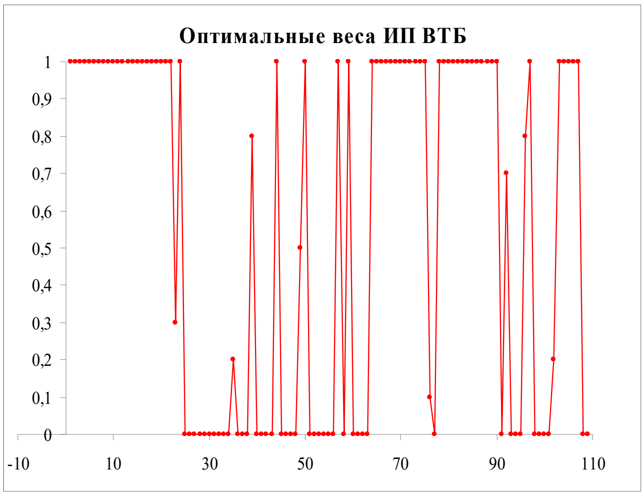

Рис. 5. График оптимальных весов фонда ВТБ в индексном портфеле для годовых периодов инвестирования с ежеквартальным ребалансированием
Fig. 5. Graph of the VTB-Fund optimal weights in the index portfolio for annual investing periods with quarterly rebalancing

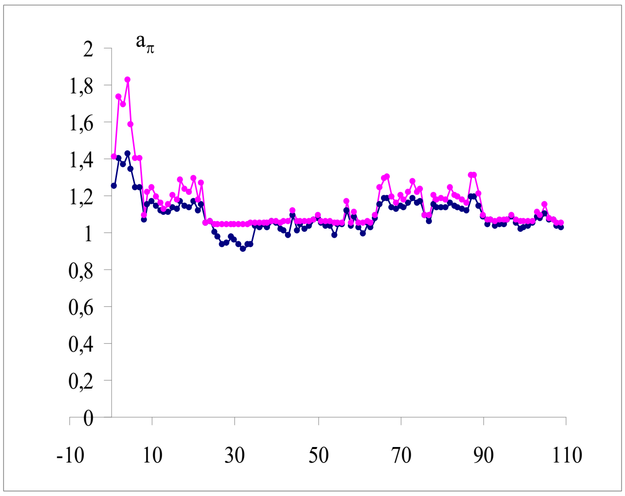

Рис. 6. График годовых коэффициентов роста оптимальных и равновзвешенных портфелей ВТБ для годовых периодов инвестирования с ежеквартальным ребалансированием
Fig. 6. Graph of annual growth rates of optimal and equally weighed VTB-portfolios for annual investment periods with quarterly rebalancing

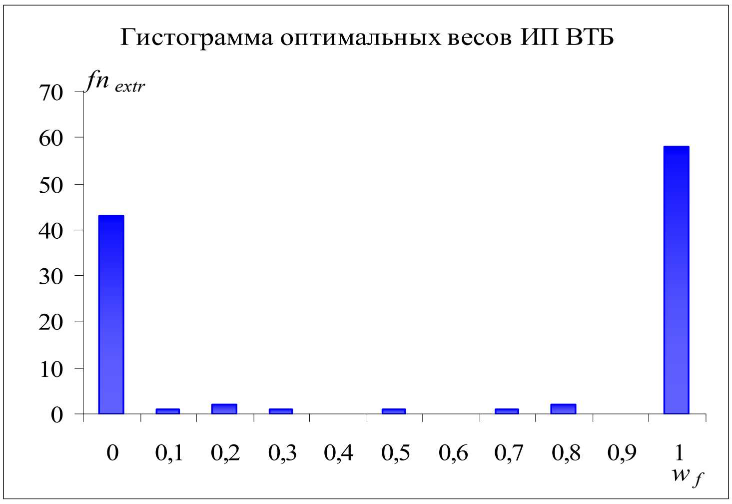

Рис. 7. Гистограмма оптимальных весов фонда ВТБ в индексном портфеле для годовых периодов инвестирования с ежеквартальным ребалансированием
Fig. 7. The histogram of the optimal weights of the VTB fund in the index portfolio for annual periods of investment with quarterly rebalancing

На графике рис. 6 видно, что оптимальный портфель практически нигде не дает отрицательных доходностей, т. к. при падении доходности индекса ниже процентной ставки оптимальным становится портфель с полным вложением в безрисковый актив. На рис. 7 изображена гистограмма оптимальных весов фонда в индексных портфелях фонда ВТБ для 106 годовых периодов с ежеквартальным ребалансированием 43 случая.

Аналогичные результаты получены для всех фондов и всех периодов инвестирования. Конечно, конкретные значения коэффициентов роста меняются от фонда к фонду и зависят от точности копирования индекса (близости коэффициентов R^2 и беты к единице), комиссии, взимаемой фондом, и др. Но общая картина *распределения оптимальных весов* во всех случаях одна и та же. Аналогична она и в случае «идеального» индексного портфеля, когда в качестве рыночной (рисковой) доходности берется непосредственно доходность индекса ММВБ.

В табл. 3. приведено частотное распределение оптимальных весов для индексных портфелей фондов ВТБ, Открытие, Райффайзен и РГС для годовых инвестиционных периодов с ежеквартальным ребалансированием. Значения и частоты экстремальных весов выделены жирным шрифтом.

Таблица 3
Table 3

Частотное распределение оптимальных весов индексных фондов
The frequency distribution of the optimal index funds weight

	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	**1**
РГС	**36**	1	0	2	2	2	0	1	1	0	**64**
Открытие	**38**	1	0	1	3	1	2	0	2	1	**60**
ВТБ	**43**	1	2	1	0	1	0	1	2	0	**58**
Райффайзен	**43**	1	2	1	0	1	0	1	2	0	**58**
Альфа-капитал	**46**	1	0	0	1	1	2	0	1	1	**56**

Этот результат показывает, что, строго говоря, стратегия постоянной пропорции с весом вложения в индекс отличным от 0 и 1 практически не бывает оптимальной. Но это не означает практическую нецелесообразность применения стратегии постоянной пропорции. Наше исследование основано на использовании прошлых (исторических) данных. При планировании структуры портфеля для будущих инвестиционных периодов заранее невозможно предсказать, каким будет оптимальное значение веса фонда в портфеле. И выбор веса фонда в соответствии с профилем риска инвестора на практике дает пусть и не оптимальное, но приемлемое значение доходности стратегии в целом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ оптимальных стратегий постоянной пропорции с российскими индексными фондами на индекс ММВБ выявил интересный эмпирический результат, который мы назвали свойством экстремальности оптимальных значений весов индексных фондов в портфелях, реализующих стратегию постоянной пропорции. Оказалось, что для всех исследованных фондов, для всех инвестиционных периодов и периодов ребалансирования оптимальными весами фондов в таких портфелях являются экстремальные значения 0 или 1. Частично это можно объяснить тем, что область допустимых весов фондов из-за запрета коротких позиций представляет собой отрезок [0;1], поэтому точки максимума полного коэффициента, не попадающие в этот отрезок, редуцируются к его крайним значениям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исаакман М. Как инвестировать в индексы. М.: Альпина, 2003. 365 с.

2. Богл Дж. Руководство разумного инвестора. М.: Вильямс, 2010. 182 с.

3. Wild R. Index Investing for Dummies. Wiley, 2009. 338 p.

4. Буренин А.Н. Управление портфелем ценных бумаг. М.: ВТО им. С.И. Вавилова, 2015. 452 с.

5. Касимов Ю.Ф., Аль-Натор М.С., Колесников А.Н. Основы финансовых вычислений. Основные схемы расчета финансовых сделок: учебник для вузов. М.: Кнорус, 2017. 327 с.

6. Касимов Ю.Ф., Аль-Натор М.С., Колесников А.Н. Основы финансовых вычислений. Портфели активов, оптимизация и хеджирование: учебник. М.: Кнорус, 2017. 356 с.

7. Боди З., Маркус А., Кейн А. Инвестиции. М.: Олимп – Бизнес, 2013. 994 с.

8. Bell S. Quantitative Finance For Dummies. Willey, 2016. 410 p.

9. Rasmussen M. Quantitative Portfolio Optimization. Palgrave, 2003. 442 p.

10. Michaud R.O. Efficient Asset Management A Practical Guide to Stock Portfolio Optimization and Asset Allocation. Oxford: University Press, 2008. 130 p.

СВДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Касимов Юрий Федорович, доцент кафедры прикладной математики Финансового университета при Правительстве РФ, y.f.kasimov@mail.ru.

Тимербаев Марсель Илдусович, студент 4-го курса Факультета международных экономических отношений Финансового университета при Правительстве РФ, timerbayevgroup@yandex.ru.

THE EXTREME WEIGHTS IN THE INDEX PORTFOLIO OF CONSTANT-PROPORTION STRATEGIES

Yury F. Kasimov[1], Marcel I. Timerbaev[1]

[1]*Financial University under The Government of Russian Federation, Moscow, Russia*

ABSTRACT

This paper analyzes the optimal of constant proportion index portfolio strategies. They are also called passive strategies which are becoming more common in Russia and abroad. They are significantly cheaper to implement than active strategies. In addition, as practice shows, in the long term they are more profitable and less risky. The main problem in these strategies is the choice of the proportions in which the investor allocates his capital between risky and risk-free assets. In constant proportion index portfolio the weight of risk asset remains constant throughout investment period. For this purpose, the investor with a certain frequency restores the desired balance between risky and risk-free assets. Each period at the beginning of which such recovery occurs is called the re-balancing period. In the case of strategies with index portfolios, risky assets are the shares of the index fund, and risk-free assets are the deposits in reliable bank or government bonds. According on the daily value of units of these funds and the annual interest rate for the 11-year period, using a specially developed program optimal weight index funds in the portfolios has been found. Parameters of the analyzed portfolios are: length of the investment period (from one year to 10 years) and the frequency of weight re-balancing (month, quarter, year). The sequence of optimal weights and the corresponding optimum yield for consecutive investment periods with a specified frequency of re-balancing were determined for each fund. It was found that in almost all cases, the optimal weights of fund equals the extreme values 0 or 1. Also, the frequencies of these values in the selected sequence is about the same for all funds. This empiric fact can be conventionally called the principle of extremeness or “all or nothing” principle.

Key words: passive investment strategy; constant proportion strategy, indices, index portfolios, the optimal index weights.

REFERENCES

1. Isaakman M. *Kak investirpovat’ v indeksy* [How to be an Index investor]. M.: Alpina, 2003, 365 p. (in Russian)

2. Bogle J.C. The little book of common sense investing. Williams Publ. house, 2010, 182 p. (in Russian)

3. Wild R. Index Investing for Dummies. Wiley, 2009, 338 p.

4. Burenin A.N. *Upravlenie portfelem tsennih bumag* [Investment portfolio management]. M.: Vavilov Scientific and Technical society, 2015, 452 p. (in Russian)

5. Kasimov Yu.F., Al-Nator M.S., Kolesnikov A.N. *Osnovy finansovyh vychisleniy. Osnovniye shemy rascheta finansovyh sdelok: uchebnik dla vuzov* [Fundamentals of financial calculations. The basic schemes of financial transactions calculation. A text-book for Higher School]. M.: Knorus, 2017, 327 p. (in Russian)

6. Kasimov Yu.F., Al-Nator M.S., Kolesnikov A.N. *Osnovy finansovyh vychysleniy. Portfeli aktivov, optimizatsiya i hedzhirovanie* [Fundamentals of financial calculations. Portfolios of assets. Portfolio optimization, bonds and hedging. A text-book]. M.: Knorus, 2017, 356 p. (in Russian).

7. Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. *Investitsii* [Investments]. M.: Olymp.-Business, 2013, 994 p.

8. Bell S. Quantitative Finance For Dummies. Willey, 2016, 410 p.

9. Rasmussen M. Quantitative Portfolio Optimization. Palgrave, 2003, 442 p.

10. Michaud R.O. Efficient Asset Management A Practical Guide to Stock Portfolio Optimization and Asset Allocation. Oxford: University Press, 2008, 130 p.

INFORMAITION ABOUT THE AUTHORS

Yury F. Kasimov, Associated Professor of Applied Mathematics Chair of Financial University under the Government of Russian Federation, y.f.kasimov@mail.ru.

Marcel I. Timerbaev, Student of International Relations Faculty of Financial University under The Government of Russian Federation, timerbayevgroup@yandex.ru.

Поступила в редакцию	14.09.2017	Received	14.09.2017
Принята в печать	14.03.2018	Accepted for publication	14.03.2018