УДК 336.274

ПОВЕДЕНИЕ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ ПРИ ДОСРОЧНОМ ПОГАШЕНИИ ДОЛГА В ОБОБЩЕННЫХ КРЕДИТНЫХ СДЕЛКАХ

Ю.Ф. КАСИМОВ[1], А.Н. КОЛЕСНИКОВ[1]

[1]Финансовый университет при Правительстве РФ, г. Москва, Россия

Работа посвящена анализу внутренних ставок обобщенных кредитных сделок при их досрочном погашении. При досрочном погашении долга заемщик выплачивает кредитору сумму денег, равную текущему балансу (состоянию ссудного счета). После этого контракт завершается. На практике, однако, заемщик выплачивает кредитору сумму всех оставшихся невыплаченных погасительных платежей, а кредитор в свою очередь возвращает заемщику часть этой суммы. Для расчета этой возвращаемой части (доли) часто применяется приближенное правило 78. Дополнительные денежные траты заемщика, связанные с применением правила 78, могут рассматриваться как дополнительные штрафные санкции при досрочном погашении долга. Однако величина этих штрафных санкций в денежном выражении достигает максимальных значений, когда срок до погашения находится между 57 и 66 процентами от общего срока кредита, что противоречит здравому смыслу.

Ситуация кардинально меняется, если на штрафные санкции смотреть с точки зрения внутренней процентной ставки, посредством которой также может определяться стоимость кредита. В этом случае, как было показано, процентная ставка может значительно превышать первоначально объявленную ставку. Величина этого превышения монотонно растет с ростом числа невыплаченных платежей при досрочном погашении долга. Из этого следует, что и штрафные санкции, связанные с применением правила 78, монотонно возрастают. Это хорошо согласуется с самой идеей штрафных санкций с точки зрения кредитора. А именно, эти санкции должны становиться тем меньше, чем меньший срок остается до первоначальной даты погашения кредита.

Ключевые слова: процентная ставка, обобщенные кредитные сделки, досрочное погашение долга, погасительный поток платежей, потребительский кредит, правило 78.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] были рассмотрены вопросы досрочного погашения долга для схем равномерной амортизации с различными правилами определения заключительного погасительного платежа, в частности, в соответствии с правилом 78.

Цель настоящей работы – рассмотреть вопросы, связанные с поведением процентной ставки при определении заключительного погасительного платежа по правилу 78 для схем равномерной амортизации. Основное внимание будет уделено зависимости внутренней ставки погасительного потока при досрочном погашении от срока досрочного погашения.

ОСНОВНАЯ МОДЕЛЬ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Схема с постоянными платежами предполагает, что единовременно выданная сумма кредита P погашается регулярными и постоянными по величине платежами $C_k = C$. Такая кредитная сделка может быть представлена потоком платежей

$$\boldsymbol{CF}_n = \left\{(0,-P),(1,C_1),(2,C_2),...,(n,C_n)\right\},$$

где h – постоянный погасительный период, n – общее число платежей, а срок сделки равен числу погасительных периодов или, что то же самое, общему числу платежей n.

Если должник полностью и в срок выплачивает погасительные платежи, то никаких вопросов не возникает. Последний платеж $C_n = C$ закрывает сделку. Если же после выплаты k платежей заемщик полностью погашает кредит (*досрочное погашение долга*), то поток платежей имеет вид

$$\boldsymbol{CF}_k = \{(0,-P),(1,C),(2,C),...,(k-1,C),(k,C+S_k)\}, \quad (1)$$

т.е. в момент k должник осуществляет последний платеж и выплачивает остаток долга.

В стандартных схемах равномерной амортизации погасительный платеж C рассчитывается по формуле [1]

$$C = P \cdot i_h \frac{a^n}{a^n - 1}, \quad (2)$$

где i_h – это ставка за период h, а множитель наращения (коэффициент роста) $a = 1 + i_h$.

Для остатка кредитного счета S_k в момент k имеет место [1] формула

$$S_k = -P \frac{a^n - a^k}{a^n - 1}. \quad (3)$$

Последняя формула позволяет найти точную сумму, которую должен выплатить заемщик при досрочном погашении долга.

Поскольку, с точки зрения кредитора, досрочное погашение долга – процедура нежелательная, то для заемщика она часто бывает связана с различными штрафными санкциями. Кроме штрафных санкций кредитор часто «наказывает» заемщика завышенным значением суммы S_k, в частности, по правилу 78. В работе [1] было показано, что использование правила 78 приводит к дополнительным штрафным санкциям E, которые в денежном выражении имеют вид

$$E = P \frac{m}{1 - a^{-n}} \left(i_h - \frac{1 - a^{-m}}{m} - \frac{m+1}{n(n+1)} (n \cdot i_h - 1 + a^{-n}) \right), \quad (4)$$

где $m = n - k$ – это число оставшихся невыплаченных платежей. Величина E достигает максимального значения, когда досрочное погашение долга осуществляется в момент, отстоящий от начала кредита приблизительно на 40–45 % [1].

Следует отметить, что в работе [1] стоимость кредита рассматривалась только в денежном выражении, т.е. бралась величина I_n – сумма всех процентных платежей или какая-то часть этой суммы. А именно:

$$I_n = n \cdot C - P.$$

Однако стоимость кредита может определяться и величиной процентной ставки. Во многих странах – в частности, в США и Великобритании – существуют законодательные акты, обязывающие кредитора указывать стоимость кредита в виде годовой процентной ставки (номинальной или эффективной). Цель дальнейшего изложения – оценить применимость правила 78 в терминах процентной ставки.

Если кредит досрочно погашается в момент k (после k платежей) и остаток счета рассчитывается по формуле (3), то поток платежей имеет вид (1). Разумеется, внутренняя ставка доходности, задаваемая потоком (1) будет совпадать с исходной процентной ставкой i_h. Если же при расчете используется правило 78, то заемщик в момент досрочного погашения k платит кредитору дополнительную сумму денег E, определяемую формулой (4). В этом случае поток платежей принимает вид

$$\boldsymbol{CF}_k = \{(0, -P), (1, C), (2, C), \ldots, (k-1, C), (k, C + S_k + E)\}. \tag{5}$$

Внутреннюю ставку доходности, задаваемую потоком (5), обозначим $i_h^{'}$. В общем случае она, конечно, отличается от ставки i_h. Если поток (5) привести к моменту k по ставке $i_h^{'}$, то из уравнения баланса

$$FV_k(CF_k^{'}) = 0$$

получим состояние счета в момент k при расчете по правилу 78:

$$S_k^{'} = -P \cdot a_1^k + C\frac{a_1^k - 1}{i_h^{'}}, \tag{6}$$

где $a_1 = 1 + i_h^{'}$ – коэффициент роста (множитель наращения), соответствующий ставке $i_h^{'}$.

Подставляя в (6) выражение для C из формулы (2), можно записать

$$S_k^{'} = -P \cdot a_1^k + P\frac{i_h}{1-a^{-n}}\frac{a_1^k - 1}{a_1 - 1}, \tag{7}$$

где i_h – исходная процентная ставка, а a – соответствующий ей коэффициента роста.

С другой стороны, состояние кредитного счета $S_k^{'}$ может быть получено с помощью формулы (3):

$$S_k^{'} = -P\frac{1-a^{-m}}{1-a^{-n}} - E, \tag{8}$$

где E берется из (4), а $m = n - k$. Заметим, что E берется с отрицательным знаком, так как расчет по правилу 78 увеличивает сумму долга для заемщика. Приравнивая (7) и (8), находим

$$a_1^k - \frac{i_h}{1-a^{-n}}\frac{a_1^k - 1}{a_1 - 1} = \frac{m}{1-a^{-n}}\left(i_h - \frac{m+1}{n(n+1)}(n \cdot i_h - 1 + a^{-n})\right). \tag{9}$$

Заменяя k на $n - m$, получаем уравнение для определения коэффициент роста a_1 и, соответственно, для нахождения процентной ставки $i_h^{'}$:

$$a_1^{n-m} - \frac{i_h}{1-a^{-n}}\frac{a_1^{n-m} - 1}{a_1 - 1} = \frac{m}{1-a^{-n}}\left(i_h - \frac{m+1}{n(n+1)}(n \cdot i_h - 1 + a^{-n})\right). \tag{10}$$

Уравнение (10) легко решается численно. По найденной процентной ставке за период $i_h^{'}$ можно определить эффективную или номинальную годовую ставку по стандартным формулам

$$i^{(f)} = \frac{i_h^{'}}{h} \text{ и } i_{ef} = \left(1 + i_h^{'}\right)^{\frac{1}{h}} - 1,$$

где f – кратность начисления

$$f = \frac{1}{h}.$$

***Пример* 1.** Заем P выдается на один или на четыре года и погашается ежемесячными одинаковыми по величине платежами. Годовая процентная ставка задана как номинальная ставка с ежемесячным начислением и равна 12 %. Найти зависимость внутренних месячных ставок $i_h^{'}$ для однолетнего и четырехлетнего кредита от срока k (в месяцах) досрочного погашения.

На рис. 1 приведен график зависимости внутренней месячной ставки $i_h^{'}$ для однолетнего, а на рис. 2 – четырехлетнего кредита с месячными выплатами при сроке k (в месяцах) досрочного погашения. Тривиальная возможность $k = 12$ для рис. 1 и $k = 48$ для рис. 2 соответствует погашению кредита в срок, поэтому процентная ставка не меняется и равна исходной i_h = 1 % или номинальной ставке $i^{(12)} = 12\,\%$ годовых. На рис. 1 и 2 для наглядности дискретные значения сглажены непрерывной кривой.

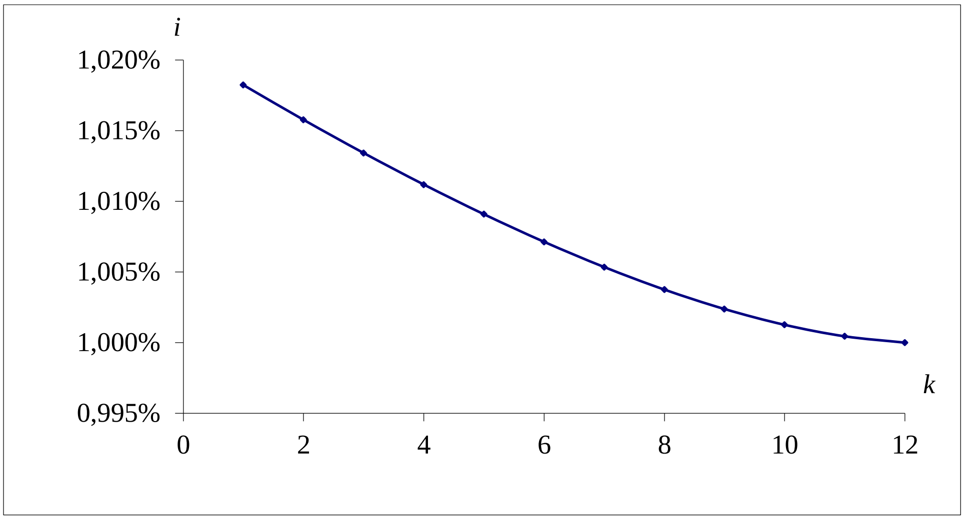

Рис. 1. График внутренней ставки погашения для n = 12, i_h = 1 %
Fig. 1. Graph of internal rate of return for n = 10, i_h = 1 %

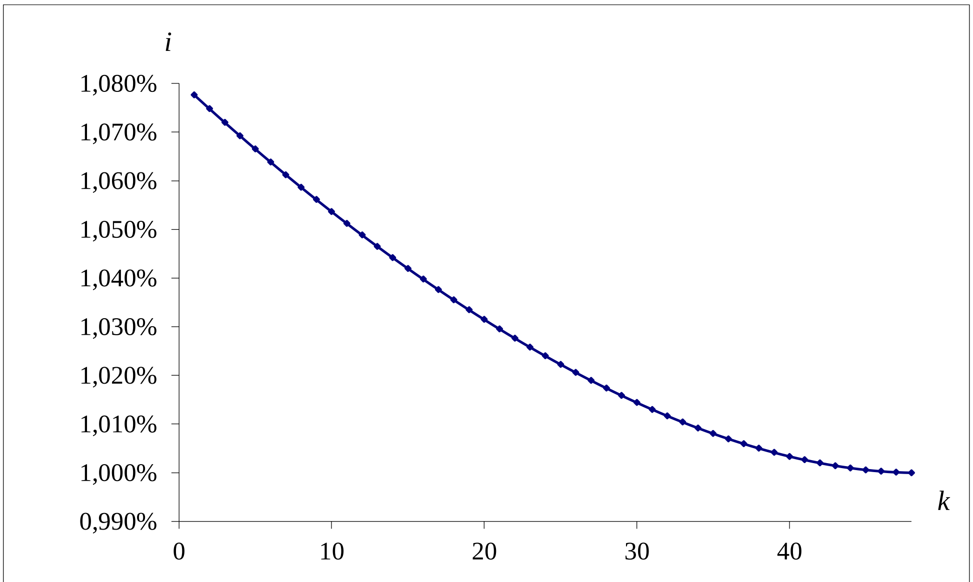

Рис. 2. График внутренней ставки погашения для n = 48, i_h = 1 %
Fig. 2. Graph of internal rate of return for n = 48, i_h = 1 %

Из рисунков видно, что стоимость досрочного погашения, выраженная через процентную ставку, монотонно убывает от значения $i^{(12)} = 12,22\,\%$ до $i^{(12)} = 12\,\%$ в случае однолетнего кредита. Соответственно, в случае четырехлетнего кредита внутренняя процентная ставка уменьшается от значения $i^{(12)} = 12,93\,\%$ до $i^{(12)} = 12\,\%$. Все ставки указаны как номинальные.

В табл. 1 приведены максимальные годовые номинальные ставки, соответствующие различным срокам до погашения кредита (в месяцах), и номинальной ставки по кредиту 12 % годовых.

Таблица 1
Table 1

Максимальные номинальные ставки для разных сроков погашения, соответствующие кредитной ставке $i^{(12)} = 12\,\%$

Maximal nominal internal rate for the different maturities of early repayment debt

n	12	24	48	120	180	240	300	360
Макс $i^{(12)}$	12,22 %	12,47 %	12,93 %	14,31 %	15,38 %	16,36 %	17,22 %	17,90 %

Пример 2. Заем в 1 000 000 руб. выдан на два года и погашается ежемесячными, одинаковыми по величине платежами. Годовая номинальная ставка с ежемесячным начислением равна 18%. Через десять месяцев заемщик досрочно погашает долг. Как меняется стоимость кредита (относительно процентной ставки), если расчет ведется с помощью правила 78?

Подставляя исходные значения $i_h = 0{,}015$, $n = 24$, $m = 21 - 10 = 14$ в уравнение (10) и решая его численно, находим $i_h^{'} = i_{1/12}^{'} = 1{,}0154$. Полученная ставка – это месячная процентная ставка. Соответствующая номинальная процентная ставка будет равна $i^{(12)} = 18,44\,\%$. С точки зрения заемщика это означает, что реальная стоимость кредита при досрочном погашении долга составляет не 18, а 18,44 %. Аналогично для $m = 1$, т. е. при погашении долга за один месяц до контрактного срока, находим $i_h^{'} = i_{1/12}^{'} = 1{,}0150$, что соответствует $i^{(12)} = 18,01\,\%$. Точно так же, если $m = 23$, т. е. при досрочном погашении долга сразу через месяц после заключения контракта имеем $i_h^{'} = i_{1/12}^{'} = 1{,}0158$, что соответствует номинальной годовой ставке 19,03 %. Таким образом, чем раньше заемщик досрочно погашает долг, тем дороже с точки зрения процентной ставки становится для него кредит.

Рассмотрим это свойство роста стоимости кредита (относительно процентной ставки) подробнее.

Разница между дополнительными штрафными санкциями, связанными с применением правила 78, когда они выражаются в денежных единицах или через процентную ставку, наглядно видна при сравнении рис. 2 и 3. На рис. 3 построен график зависимости величины E, определяемой формулой (4), от месяца k досрочного погашения для четырехлетнего кредита на сумму 1 млн руб. с ежемесячными погасительными платежами. Годовая процентная ставка задана как номинальная ставка с ежемесячным начислением и равна 12 %. Для удобства дискретные значения сглажены непрерывной кривой. Штрафные санкции достигают максимального значения $E = 6031{,}62$ руб. при $k = 17$.

Рассмотрим теперь схемы досрочного погашения долга с более общей точки зрения [3, 4]. А именно, будем считать, что полная сумма процентов за кредит I_n, подлежащих выплате, распределяется по отдельным процентным платежам $C_k^{пр}$ с некоторыми весами w_k так, чтобы сумма всех весов равнялась единице:

$$C_k^{пр} = w_k \cdot I_n \text{ и } w_1 + w_2 + ... + w_n = 1. \quad (11)$$

Выбирая разными способами веса $w_k, k = 1, 2, ..., n,$ можно получить различные схемы погашения долга. Тем самым процентные части всех погасительных платежей заданы.

Что же касается частей погашения основного долга, то на практике используются обычно две схемы: равномерная и дифференциальная.

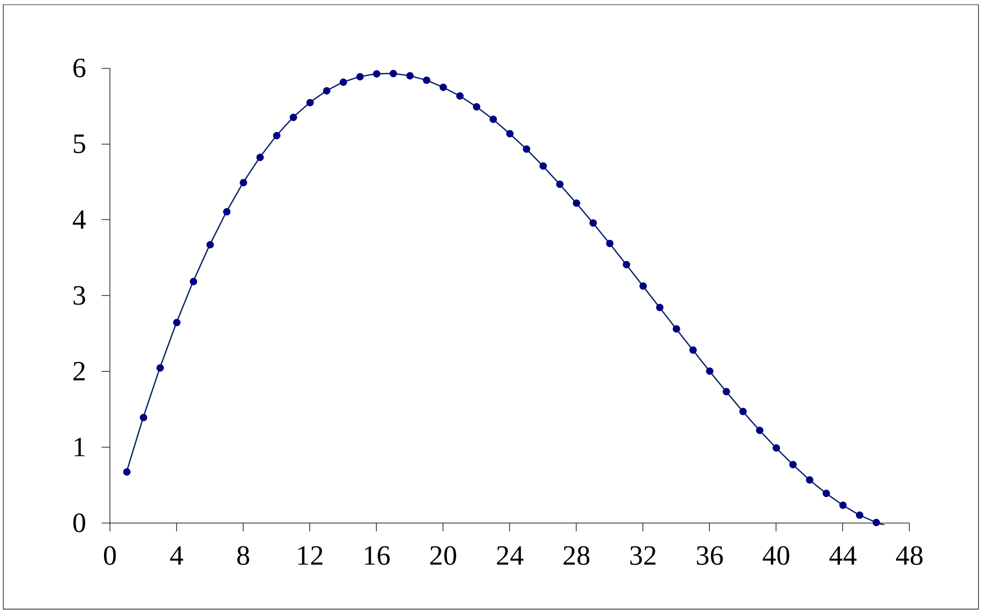

Рис. 3. График процентного излишка при досрочном погашении
Fig. 3. Graph of interest rate surplus for early debt repayment

В *ускоренной равномерной схеме* погасительные платежи одинаковы и определяются обычной формулой (2) в ипотечных схемах сложных процентов или просто делением полного долга на число платежей в схемах потребительского кредита. Ниже мы подробно рассмотрим этот случай. Процентная часть определяется (по ускоренной схеме) формулой (11).

Тогда основная часть *k*-го платежа $C_k^{осн}$ равна разности платежа и его процентной части

$$C_k^{осн} = C_k - C_k^{пр} = C - C_k^{пр}. \quad (12)$$

В *ускоренной дифференциальной* схеме процентные части определяются так же, как и в равномерной, а все основные части $C_k^{осн}$, напротив, одинаковы, так что

$$C_k^{осн} = \frac{P}{n}, \quad (13)$$

а полный платеж есть сумма процентной и основной части:

$$C_k = C_k^{пр} + C_k^{осн}. \quad (14)$$

В этом случае погасительные платежи различны и убывают. В простейших схемах потребительского кредита они представляют собой убывающую арифметическую прогрессию с разностью I_n / N, где $N = 1 + 2 + ... + n$. Проиллюстрируем это на примере потребительского кредита, который обычно предоставляется населению для покупки товаров личного потребления. Схема потребительского кредита описывается следующим образом [3]. Основная сумма долга P выдается на период времени T (срок кредита). Если процентная ставка по кредиту i, то полная стоимость кредита

$$S = P(1 + i \cdot T) \text{ и } I = S - P = P \cdot i \cdot T. \tag{15}$$

В *простой равномерной* схеме долг погашается n одинаковыми платежами C

$$C = \frac{P(1 + i \cdot T)}{n}, \tag{16}$$

т. е. временная стоимость денег не учитывается. При этом основной долг и проценты по нему выплачиваются равными долями. Это так называемая равномерная амортизация долга.

В потребительском кредите возможна и другая схема погашения – так называемый метод *ускоренной амортизации процентов* [3, 4]. В этом случае основной долг погашается одинаковыми платежами, а процентные платежи (соответственно веса w_k) представляют собой убывающую арифметическую прогрессию. Эти веса определяются на основе полной суммы номеров платежей:

$$N = 1 + 2 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Вес w_k определяется как отношение

$$w_k = \frac{n - k + 1}{N} = \frac{2(n - k + 1)}{n(n+1)}. \tag{17}$$

Например, если годовой кредит погашается двенадцатью ежемесячными платежами, то, очевидно, $n = 12$ и $N = \frac{12(12+1)}{2} = 78$. Последовательно получаем

$$w_1 = \frac{12}{78};\ w_2 = \frac{11}{78},\ w_3 = \frac{10}{78},\ \ldots,\ w_{12} = \frac{1}{78}.$$

Соответственно, для последовательности погасительных платежей имеем

$$C_1^{пр} = \frac{12}{78} I,\ C_2^{пр} = \frac{11}{78} I,\ C_3^{пр} = \frac{10}{78} I,\ \ldots,\ C_{12}^{пр} = \frac{1}{78} I,$$

т. е. мы снова получили амортизацию по правилу 78.

Заметим что в *равномерной ускоренной* схеме погашения потребительского кредита основная часть k-го платежа $C_k^{осн}$ [5–7].

$$C_k^{осн} = C - C_k^{пр} = C - \frac{n - k + 1}{N} \cdot I.$$

Сумма оставшихся платежей равна, очевидно, $(n-k)C$, а сумма оставшихся процентных платежей

$$I_{n-k} = I \cdot \sum_{j=k}^{n} \frac{n-j}{N} = I \cdot \sum_{j=1}^{n-k} \frac{j}{N} = \frac{(n-k)(n-k+1)}{2N} I . \qquad (18)$$

Эта сумма представляет как раз потери банка при досрочном погашении. Сумма невыплаченного основного долга после *k*-го платежа равна

$$P_k = (n-k)C - I_{n-k} = \frac{n-k}{n} \cdot S - \frac{(n-k)(n-k+1)}{n(n+1)} I ,$$

и, значит, сумма досрочного *k*-го платежа, погашающего полностью долг, равна

$$\begin{aligned} C_k^{полн} &= C + P_k = (n-k+1)C - I_{n-k} = \\ &= \frac{n-k+1}{n} \cdot S - \frac{(n-k)(n-k+1)}{n(n+1)} I = \frac{n-k+1}{n}\left(S - \frac{n-k}{n+1} I\right) \cdot \end{aligned} \qquad (19)$$

В *ускоренной дифференциальной схеме погашения* погасительный платеж равен

$$C_k = C_k^{осн} + C_k^{пр} = \frac{1}{n} \cdot P + \frac{n-k+1}{N} \cdot I, \qquad (20)$$

а невыплаченный остаток основного долга после *k*-го платежа

$$P_k = \left(1 - \frac{k}{n}\right) \cdot P .$$

Тогда полный погасительный *k*-ый платеж $C_k^{полн}$ равен

$$C_k^{полн} = C_k + P_k = \frac{1}{n} \cdot P + \frac{n-k+1}{N} \cdot I + \left(1 - \frac{k}{n}\right) P = \frac{n-k+1}{N} \cdot I + \left(1 - \frac{k-1}{n}\right) P . \qquad (21)$$

Пример 3. Пусть потребительский кредит на сумму P = 21000 руб., выданный на год, погашается 6-ю двухмесячными платежами. Ставка по кредиту равна 20 % годовых. Тогда полный долг равен S = 21000(1 + 0,2) = 25200 (руб.). Проценты по долгу составляют I = 25200 – 21000 = 4200 (руб.).

В *простой равномерной* схеме погашения все погасительные платежи, их процентные и основные части постоянные и равны соответственно

$$C = 25200/6 = 4200 \text{ (руб.)},\ C_1^{пр} = 4200/6 = 700 \text{ (руб.)},\ C_1^{осн} = 2100/6 = 3500 \text{ (руб.)}.$$

В *ускоренной равномерной схеме* все погасительные платежи одинаковы и равны $C = 4200$ (руб.), $C_k^{пр} = (7-k)200$ (руб.). График погашения долга приведен в табл. 2, последний столбец которой задает полный досрочный платеж для соответствующего периода *k*.

Таблица 2
Table 2

График равномерной схемы погашения коммерческого кредита
Uniform scheme commercial debt amortization graph
P = 2000, T = 1 год, i = 20 %, n = 6

k	C_k	$C_k^{осн}$	$C_k^{пр}$	I_k	P_k	$C_k^{полн}$
0					21000	
1	4200	3000	1200	1200	18000	22200
2	4200	3200	1000	2200	14800	19000
3	4200	3400	800	3000	11400	15600
4	4200	3600	600	3600	7800	12000
5	4200	3800	400	4000	8200	8200
6	4200	4000	200	4200	4200	4200

Таблица 3
Table 3

График дифференциальной схемы погашения коммерческого кредита
Differential scheme commercial debt amortization graph
P = 2000, T = 1 год, i = 20 %, n = 6

k	C_k	$C_k^{осн}$	$C_k^{пр}$	I_k	P_k	$C_k^{полн}$
0					21000	
1	4700	3500	1200	1200	18000	22200
2	4500	3500	1000	2200	14800	18500
3	4300	3500	800	3000	11400	14800
4	4100	3500	600	3600	7800	11100
5	3900	3500	400	4000	8200	7400
6	3700	3500	200	4200	4200	3700

В *ускоренной дифференциальной схеме* все основные платежи одинаковы и равны $C_k^{осн} = 2100/6 = 3500$ (руб.), процентные – такие же, как в равномерной ускоренной схеме: $C_k^{пр} = (7-k)200$ (руб.). График погашения долга приведен в табл. 3, последний столбец которой задает полный досрочный платеж для соответствующего периода k. При этом последний «досрочный» платеж совпадает, естественно, с предписанным последним погасительным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При досрочном погашении долга заемщик выплачивает кредитору сумму денег, равную текущему балансу (состоянию ссудного счета). После этого контракт завершается. На практике, однако, заемщик выплачивает кредитору сумму всех оставшихся невыплаченных погасительных платежей, а кредитор в свою очередь возвращает заемщику часть этой суммы. Для расчета этой возвращаемой части (доли) часто применяется приближенное правило 78. Дополнительные денежные траты заемщика, связанные с применением правила 78, могут рассматриваться как дополнительные штрафные санкции при досрочном погашении долга. Однако величина этих штрафных санкций в денежном выражении достигает максимальных значений, когда срок до погашения находится между 57 и 66 процентами от общего срока кредита, что противоречит здравому смыслу. Рис. 3 иллюстрирует сказанное.

Ситуация кардинально меняется, если на штрафные санкции смотреть с точки зрения внутренней процентной ставки, посредством которой также может определяться стоимость кредита. В этом случае, как было показано, процентная ставка может значительно превышать первоначально объявленную ставку. Величина этого превышения монотонно растет с ростом числа невыплаченных платежей при досрочном погашении долга. Из этого следует, что и штрафные санкции, связанные с применением правила 78, монотонно возрастают. Это хорошо согласуется с самой идеей штрафных санкций с точки зрения кредитора. А именно, эти санкции должны становиться тем меньше, чем меньший срок остается до первоначальной даты погашения кредита. В наглядном виде это представлено на рис. 1 и 2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Касимов Ю.Ф., Колесников А.Н. Анализ моделей досрочного погашения долга в обобщенных кредитных сделках // Научный Вестник МГТУ ГА. 2016. № 224, С. 115–125.

2. Касимов Ю.Ф. Финансовая математика. М: Юрайт, 2014. 460 с.

3. Biehler T.J. Mathematics of Money Math for Business and Personal Finance Decisions, McGraw-Hill, 2008, 690 pp.

4. Slater J. Practical Business Math Procedures. McGraw-Hill, 2012, 702 pp.

5. Morton D.D. The Math of Money, Springer, 2011. 198 pp.

6. Steiner R. Mastering Financial Calculations, FT-PH, 2013, 396 p.

7. Gerver R.K., Sgroi R.J. Financial Algebra. SW Cengage learning, 2011, 580 pp.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Касимов Юрий Федорович, доцент каф. прикладной математики Финансового университета при Правительстве РФ, y.f.kasimov@mail.ru.

Колесников Алексей Николаевич, ст. преп. каф. прикладной математики Финансового университета при Правительстве РФ, alex.kolesnikov02@gmail.com.

THE BEHAVIOR OF INTEREST RATE AT EARLY REPAYMENT OF DEBT IN THE GENERALIZED CREDIT TRANSACTIONS

Yury F. Kasimov[1], Alexey N. Kolesnikov[1]

[1]*Financial University under the Government of Russian Federation, Moscow, Russia*

ABSTRACT

The patterns of early repayment in multi-period credit transactions from internal rate of return view are analyzed in this article. At the early repayment of debt a borrower pays to a moneylender a sum of money equal to current balance (the status of credit account). After that the contracted is finished. However in reality the borrower pays to a moneylender a sum of all unpaid payment, and the moneylender in his turn gives back to the borrower a part of this sum. To calculate it the rule 78 is often used. The borrower's extra costs connected with the application of the rule 78 may be considered as extra punitive sanctions at the early repayment of debt. However the sanction value achieves its maximum when the maturity is between 57 and 66 percent of the total of the loan term what is contrary to good sense.

The situation changes drastically if the sanctions are watched from the point of view of the internal interest rate, which may also determine the cost of credit. In this case, as it was shown, the interest rate can greatly exceed the originally announced rate. The value of this exceedance monotonously increases with the increase in the number of outstanding payments in case of early repayment of the debt. From this it follows that the sanctions associated with the use of rule 78, monotonically increase too. This is consistent with the idea of sanctions from the lender's perspective. Namely, the sanctions must become the smaller, the less time remains prior to the initial date of repayment of the loan.

Key words: generalized credit transaction, early debt repayment, debt offsetting cash flow, rule 78.

REFERENCES

1. Kasimov Y.F., Kolesnikov A.N. *Analiz modeley dosrochnogo pogasheniya dolga v obobshennich kreditnih sdelkah* [Analysis of models of early repayment in the generalized credit transactions]. Civil aviation high technologies, 2016, no. 224, pp. 115–125. (in Russian)

2. Kasimov Y.F. *Finansovaya matematika* [Financial mathematics]. Moscow, Uraite, 2014, 460 p. (in Russian)

3. Biehler T.J. Mathematics of Money Math for Business and Personal Finance Decisions. McGraw-Hill, 2008, 690 p.

4. Slater J. Practical Business Math Procedures. McGraw-Hill, 2012, 702 p.

5. Morton D.D. The Math of Money, Springer, 2011, 198 p.

6. Steiner R. Mastering Financial Calculations, FT-PH, 2013, 396 p.

7. Gerver R.K., Sgroi R.J. Financial Algebra. SW Cengage learning, 2011, 580 p.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Yury F. Kasimov, Associate Professor of Chair of Data Analysis, Decision-Making Theory and Financial Technology, Financial University under the Government of the Russian Federation, y.f.kasimov@mail.ru.

Alexey N. Kolesnikov, Assistant Professor of Chair of Data Analysis, Decision-Making Theory and Financial Technology of Financial University under the Government of the Russian Federation, alex.kolesnikov02@gmail.com.