

УДК 629.7.058

АППРОКСИМАЦИЯ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ОШИБОК АЗН-В НА ОСНОВЕ КУМУЛЯНТНОГО АНАЛИЗА НЕВЯЗОК ДАННЫХ СИСТЕМЫ АЗН-В-ВОРЛ

В.Л. КУЗНЕЦОВ¹, А.А. ТАРАКАНОВ²

¹Московский государственный технический университет гражданской авиации,
г. Москва, Россия

²Филиал «НИИ Аэронавигации» ФГУП ГосНИИ ГА, г. Москва, Россия

В работе предлагается новый метод аппроксимации распределения ошибок измерительной системы повышенной точности на основе анализа невязок ее данных с данными более грубой системы. Метод рассматривается на примере сопоставления автоматического зависимого наблюдения в режиме радиовещания (АЗН-В) и используемой в настоящее время радиолокационной системы наблюдений за воздушным движением. Особенность рассматриваемой задачи заключается в том, что значение измеряемого параметра – отклонения воздушного судна от плановой траектории полета, может в масштабе ошибок обеих измерительных систем существенно меняться на периоде измерений. Поэтому уточнение положения воздушного судна за счет многократного измерения его положения с помощью радиолокационной системы невозможно. Доступным оказывается лишь сравнение данных одномоментных измерений двух систем, которые мы будем называть невязками. В работе полагается, что распределение плотности вероятности ошибок грубой измерительной системы (долгое время эксплуатировавшейся) известно, задана гистограмма невязок и требуется получить асимптотическую оценку для распределения вероятности ошибок новой, более точной измерительной системы.

В основу предлагаемого подхода положен кумулянтный анализ функций распределения ошибок измерительных систем, позволяющий корректно провести процедуру усечения соответствующих бесконечных рядов. Показано, что вследствие независимости измерительных систем кумулянтный анализ распределений их ошибок связаны простым соотношением, что позволяет просто вычислить искомые величины. Для восстановления вида искомого распределения предлагается воспользоваться асимптотическим рядом Эджворта, где в качестве k -й базисной функции используется k -я производная нормального распределения. Последняя пропорциональна полиному Эрмита, в силу чего этот ряд можно рассматривать как ортогональное разложение.

В работе приводятся результаты расчетов распределения составляющей координатной ошибки, измеряемой по направлению нормали к траектории движения воздушного судна, с использованием экспериментальных данных по статистике невязок, полученных в филиале «НИИ Аэронавигации» ФГУП ГосНИИ ГА.

Ключевые слова: распределения ошибок измерений, характеристические функции, кумулянтные разложения, АЗН-В.

ВВЕДЕНИЕ

Система автоматического зависимого наблюдения в режиме радиовещания (АЗН-В) как перспективная система, предназначенная для нового подхода в обслуживании воздушного движения (ОВД), привлекает последнее время достаточно пристальное внимание [1–4]. Основное требование, предъявляемое к системе АЗН-В, заключается в том, что достоверность и точность данных о состоянии воздушного движения (ВД), получаемых при использовании этой системы, должна быть не хуже, чем достигнутая при принятом сейчас радиолокационном обслуживании УВД.

В частности, представляет интерес информация об ошибках системы АЗН-В при определении координат воздушных судов (ВС), находящихся в зоне ответственности авиадиспетчера, – оценка параметров и вида распределения собственных позиционных ошибок АЗН-В. Следует отметить, что прямые эксперименты, к сожалению, не позволяют получить информацию о виде функции распределения этих ошибок, поскольку истинное положение ВС в процессе полета, как правило, неизвестно. Положение ВС можно определить, например, с помощью системы вторичных обзорных радиолокаторов (ВОРЛ), используемых для этой цели в настоящее время, однако таким измерениям также присущи случайные ошибки.

Напомним, что под ошибкой (погрешностью) измерений понимается разность между результатом измерения и действительным значением измеряемой величины, под которым подразумевается ее значение, найденное экспериментально с помощью другого, более точного измерительного прибора. В нашем случае это условие не выполняется, поскольку пространственное положение движущегося ВС непредсказуемо (в масштабах ошибок измерительных приборов) меняется во времени, а набор статистических данных о положении лоцируемого объекта не позволяет получить уточненную оценку измеряемой величины ввиду непрерывного движения ВС. Поэтому данные ВОРЛ о положении ВС не могут рассматриваться как эталонные при определении ошибок АЗН-В. В силу этого классическое определение погрешности и стандартная методика ее оценки в данном случае использоваться быть не могут. Необходим новый подход, позволяющий оценивать ошибки более точной измерительной системы, основываясь на данных измерений более грубой системы в случае, когда координаты наблюдаемого объекта существенно меняются на периоде измерений. Доступными для измерений и достоверными мы будем полагать лишь данные о разности одновременных показаний двух измерительных систем – т. н. невязки измерений.

В работе [5] был предложен подход, позволяющий по гистограммам данных АЗН-В и ВОРЛ, а также их невязкам определить характеристические функции для распределений собственных ошибок измерительных систем и ошибок пилотирования. Однако при построении этой модели была использована гипотеза о независимости ошибок пилотирования от ошибок показаний АЗН-В, которая требует дополнительных исследований, т. к. практически все ВС оборудованы приемниками спутниковой навигации (составная часть АЗН-В), данные которых используются при коррекции пилотирования. Детализация этой модели [6], основанная на гипотезе о возможности представления случайного процесса изменения во времени ошибок АЗН-В и пилотирования в виде суперпозиции «быстрого» и «медленного» процессов, позволила оценить вероятности сбоя в работе спутниковой навигационной системы. Однако по-прежнему, актуальным остается вопрос о дальнейшей детализации вида распределения собственных ошибок АЗН-В.

В этой работе, не выдвигая предварительной гипотезы о виде искомого распределения, т. е. не сводя задачу к параметрическому оцениванию, мы перейдем от моментного представления случайной величины ошибок АЗН-В к ее кумулянтному описанию. Это связано с тем, что конечному набору кумулянтов (а при использовании конечных экспериментальных выборок другое неприемлемо) всегда соответствует некоторая «хорошая» вещественная функция, аппроксимирующая вероятностное распределение, тогда как несингулярной функции, все высшие моменты которой равны нулю, не существует [7].

Здесь следует отметить также, что продолжительный опыт эксплуатации радиолокационных наблюдений позволил получить обширную информацию о точностных характеристиках ВОРЛ, и соответствующие вероятностные распределения ошибок при определении координатной информации о положении ВС можно считать известными.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ ГИПОТЕЗЫ МОДЕЛИ

Решаемую в данной работе задачу можно сформулировать следующим образом.

Полагая известными виды распределений плотности вероятности ошибок в показаниях ВОРЛ – $f_1(z - y)$ и невязок – $W(\Delta)$ ($\Delta = y - x$ – разность в показаниях ВОРЛ и АЗН-В, соответственно), необходимо восстановить вид распределения $f_2^*(z - x)$ собственных ошибок АЗН-В – разности в показаниях, регистрируемых измерительной системой – X , и неизвестного истинного положения ВС – z .

В этой работе мы будем рассматривать одномерный вариант задачи, соответствующий анализу координатных ошибок положения ВС в направлении, перпендикулярном его траекто-

рии. В этом случае полагаем, что ошибками, связанными с неодномоментностью измерений АЗН-В и ВОРЛ, можно пренебречь.

Будем полагать, что статистика ошибок радиолокационной системы наблюдения известна и аппроксимируется гауссовым или двухсторонним экспоненциальным (лапласовским) распределениями.

ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОШИБОК АЗН-В

Поскольку измерительные системы АЗН-В и ВОРЛ, реализуют измерения независимо, то и случайные величины $\eta = (y - z)$ и $\xi = (x - z)$ – ошибки измерений ВОРЛ и АЗН-В являются независимыми. Поэтому

$$w(\eta, \xi) = f_1(\eta) \cdot f_2(\xi). \quad (1)$$

Переходя к новым переменным $\eta = (y - z)$ и $\Delta = (\xi - \eta) = (x - y)$ в (1), находим

$$w(\eta, \xi) d\eta d\xi = f_1(\eta) \cdot f_2(\xi[\eta, \Delta]) \left| \frac{D(\eta, \xi)}{D(\eta, \Delta)} \right| d\eta d\Delta = w_1(\eta, \Delta) d\eta d\Delta. \quad (2)$$

Здесь случайная ошибка АЗН-В представлена в виде $\xi[\eta, \Delta] = \eta + \Delta$.

Поскольку якобиан этого преобразования равен единице –

$$\left| \frac{D(\eta, \xi(\eta, \Delta))}{D(\eta, \Delta)} \right| = 1,$$

то связь между распределением невязок и распределениями собственных ошибок АЗН-В и ВОРЛ после интегрирования соотношения (2) по η приобретает в свертки

$$W(\Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \cdot f_1(\eta) f_2(\eta + \Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} du \cdot f_1(u - \Delta) f_2(u). \quad (3)$$

Здесь $W(\Delta)$ – известная, экспериментально измеряемая плотность распределения невязки.

Проводя в (3) преобразование Фурье, находим связь характеристических функций для АЗН-В, ВОРЛ и невязки их данных

$$\widehat{W}(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} W(x) \exp\{-i\kappa x\} dx = \widehat{f}_2(\kappa) \cdot \widehat{f}_1^*(\kappa). \quad (4)$$

Символ $(*)$ в (4) обозначает комплексное сопряжение.

Отсюда характеристическая функция (Фурье-образ) искомого распределения приобретает вид

$$\widehat{f}_2(\kappa) = \widehat{W}(\kappa) / \widehat{f}_1^*(\kappa). \quad (5)$$

Далее целесообразно перейти к кумулянтному разложению для функций распределения:

$$\Theta(\kappa) = \ln \hat{f}(\kappa) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_n}{n!} (i\kappa)^n. \quad (6)$$

Здесь $K_n = \left. \frac{d}{d\kappa} \ln \Theta(\kappa) \right|_{\kappa=0}$ – кумулянт n -го порядка.

Из соотношений (5) и (6) следует, что кумулянты распределения ошибок АЗН-В $K_n^{(2)}$ связаны с кумулянтами распределения ошибок ВОРЛ $K_n^{(1)}$ и распределения невязок $K_n^{(\Delta)}$ простым соотношением:

$$K_n^{(2)} = (K_n^{(\Delta)} - (-1)^n K_n^{(1)}). \quad (7)$$

Соотношение (7) записано в предположении четности распределения ошибок ВОРЛ.

Чисто технически в нашем случае при заданной экспериментальной гистограмме невязок и известной аналитической зависимости распределения ошибок ВОРЛ удобно сначала вычислить моменты распределений, а затем по известным формулам [8] вычислить и значения кумулянтов:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \alpha_1 = m; \\ \kappa_2 &= \alpha_2 - \alpha_1^2 = D = \mu_2 = \sigma^2; \\ \kappa_3 &= \alpha_3 - 3\alpha_1\alpha_2 + 2\alpha_1^3 = \mu_3; \\ \kappa_4 &= \alpha_4 - 3\alpha_2^2 - 4\alpha_1\alpha_3 + 12\alpha_1^2\alpha_2 - 6\alpha_1^4 = \mu_4 - 3\mu_2^2; \\ \kappa_5 &= \alpha_5 - 5\alpha_1\alpha_4 - 10\alpha_2\alpha_3 + 20\alpha_1^2\alpha_3 + 30\alpha_1\alpha_2^2 - 60\alpha_1^3\alpha_2 + 24\alpha_1^5 = \\ &= \mu_5 - 10\mu_2\mu_3; \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь α_n – обычные, а μ_n – центральные моменты n -го порядка.

Если аппроксимировать распределение плотности вероятности ошибок ВОРЛ гауссовой зависимостью, то с учетом ее четности отличным от нуля будет лишь второй кумулянт $\kappa_2 = \sigma^2$. При использовании для аппроксимации двухстороннего экспоненциального распределения Лапласа $f_2(x) = (\lambda/2)\exp\{-\lambda|x|\}$ центральные моменты определяются по формуле

$$\mu_n = \begin{cases} n!/\lambda^n, & \text{при } n = 2m; \\ 0, & \text{при } n = 2m+1. \end{cases}$$

Из (7) и (8), в частности, сразу следует, что стандартное отклонение для распределения ошибок АЗН-В выражается через дисперсии распределений невязок и ошибок ВОРЛ следующим образом:

$$\sigma_{\text{АЗН-В}} = \sqrt{(\sigma_{\text{невязки}}^2 - \sigma_{\text{ВОРЛ}}^2)}. \quad (9)$$

Однако для оценки точностных характеристик работы АЗН-В важны вероятности больших по сравнению со стандартным отклонением ошибок. Т. е. интересно, насколько искомое

распределение $f_2^*(z-x)$ отличается от нормального закона, как ведут себя крылья распределений.

АПРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОШИБОК АЗН-В

Кумулянтное разложение (6) с коэффициентами, определенными в (7), позволяет представить характеристическую функцию плотности распределения ошибок АЗН-В в виде степенного ряда

$$\widehat{f}_2(\kappa) = \sum_n c_n \cdot (\kappa - \alpha)^{\beta_n}, \quad (10)$$

в котором $\alpha = 0$, $\beta_n = n$.

Известно, что для ряда (10) справедлива теорема [9], согласно которой оригинал $f_2(\xi)$ при больших значениях ξ может быть представлен в виде асимптотического разложения

$$f_2(\xi) \approx e^{\alpha\xi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n}{\Gamma(-\beta_n)} t^{-\beta_n-1}. \quad (11)$$

В рассматриваемом нами случае ($\alpha = 0$, $\beta_n = n$) выражение $1/\Gamma(-\beta_n)$ следует положить равным нулю, что означает, что крылья распределения $f_2(\xi)$ убывают быстрее, чем величина $(1/\xi)$ в любой степени.

С этим, согласуются следствия из гипотезы элементарных ошибок, согласно которой суммарная ошибка сложного физического измерения может рассматриваться как суперпозиция большого числа факторов, влекущих за собой появление взаимно независимых элементарных ошибок. Действительно, если результирующая ошибка δ зависит от n различных факторов, порождающих собственные ошибки $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, то, полагая их малыми, можно записать

$$\delta(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) \approx \delta(m_1, m_2, \dots, m_n) + \sum_{k=1}^n \left[\frac{\partial}{\partial \xi_k} \delta \right] \cdot (\xi_k - m_k). \quad (12)$$

Согласно центральной предельной теореме такая сумма распределена по нормальному закону с математическим ожиданием, равным первому члену в (12), т. е. суммарная ошибка должна быть распределена приблизительно нормально.

Нас далее будут интересовать поправки к нормальному закону, которые, безусловно, будут иметь место в связи с нарушением гипотезы независимости и приближенностью соотношения (12). Полагая n достаточно большим, можно воспользоваться асимптотическим рядом Эджворта [9], выписав его с учетом членов, убывающих с ростом n не быстрее, чем $1/n$:

$$\begin{aligned} f_2(x) &\approx w(x) - \frac{\kappa_3}{3!} w^{(3)}(x) + \frac{\kappa_4}{4!} w^{(4)}(x) + \frac{10(\kappa_3)^2}{6!} w^{(6)}(x) = \\ &= \left[1 + \frac{\kappa_3}{3!} H_3(x) + \frac{\kappa_4}{4!} H_4(x) + \frac{10(\kappa_3)^2}{6!} H_6(x) \right] \cdot w(x). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $w(x)$ – нормальный закон распределения для центрированной случайной величины $x = \frac{(\xi - m_\xi)}{\sigma_\xi}$ со стандартным отклонением $\sigma_x = 1$, а $w^{(m)}(x)$ – m -я производная этого распределения

$$w^{(m)}(x) = (-1)^m H_m(x) \cdot w(x). \quad (14)$$

Здесь $H_m(x)$ – полином Эрмита степени m :

$$H_m(x) = (-1)^m e^{x^2} \frac{d^m}{dx^m} e^{-x^2}. \quad (15)$$

С учетом (14) соотношение (13) может быть переписано в виде

$$f_2(x) = \left[1 + \frac{\kappa'_3}{3!} H_3(x) + \frac{\kappa'_4}{4!} H_4(x) + \frac{10(\kappa'_3)^2}{6!} H_6(x) \right] \cdot w(x). \quad (16)$$

Три последних члена, стоящих в скобках в выражении (16), характеризуют отклонение искомой функции распределения ошибок АЗН-В от нормального распределения. Информация о совместных ошибках АЗН-В и ВОРЛ, заключенная в гистограмме невязок, о которой будет сказано ниже, отображена в соответствии с (7) в кумулянтах κ'_3 и κ'_4 , определяющих асимметрию и эксцесс искомого распределения $f_2(x)$ соответственно.

Отметим, что при поиске вида распределения ошибок АЗН-В безразмерная величина x получается при нормировании ошибки на ее стандартное отклонение, определяемое по формуле (9), где $\sigma_{\text{невязки}}^2$ определяется по гистограмме (см. следующий раздел), а $\sigma_{\text{ВОРЛ}}^2$ – в зависимости от выбранного аппроксимирующего распределения (см. предыдущий раздел). Фактически это означает, что «нормированные» значения кумулянтов κ'_n , фигурирующие в (16), определяются по формуле

$$\kappa'_n = \kappa_n / (\sigma_{\text{АЗН-В}})^n, \quad (17)$$

где $\sigma_{\text{АЗН-В}}$ задается соотношением (9).

ВОССТАНОВЛЕННЫЙ ВИД ЗАВИСИМОСТИ ВЕРОЯТНОСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОШИБОК АЗН-В

В этом разделе мы проиллюстрируем разработанную выше методику на примере конкретных экспериментальных измерений.

В период с 2014 по 2015 год филиал «НИИ Аэронавигации» ФГУП ГосНИИ ГА (далее Филиал) проводил ряд исследований, направленных на изучение информации наблюдения, формируемой радиолокационными источниками и источниками АЗН-В. Эти исследования выполнялись в рамках НИР по теме: «Проведение исследований и разработка методов обеспечения целостности функции наблюдения для различных приложений и технологий реализации АЗН-В». Одним из выполненных исследований был анализ невязок между радиолокационными отметками и отметками АЗН-В.

В процессе исследования были подвержены анализу радиолокационные данные и данные АЗН-В, собранные на базе Филиала и хранящиеся в специально разработанной базе данных.

Радиолокационные данные представляют собой радиолокационную информацию, прошедшую третичную обработку. Третичная обработка была осуществлена в КСА УВД «Альфа-5» («Синтез-АР4») на основании информации наблюдения, полученной с радиолокационных позиций Зименки, Дзержинск, Таловая, Бежецк, Шереметьево, Домодедово, Кромы, Сафоново, Рязск, Чулково. Данные собраны в формате ASTERIX категории 62 с выхода КСА УВД «Альфа-5» («Синтез-АР4»), установленного в МЦ АУВД (Московский УЦ).

Данные АЗН-В представляют собой информацию наблюдения, полученную с выхода наземной станции АЗН-В технологии 1090ES НПС «Сонар» в формате ASTERIX 21. Наземная станция АЗН-В НПС «Сонар» установлена в здании Филиала.

Следует заметить, что в базе данных радиолокационная информация и информация АЗН-В была разбита по группам по критерию принадлежности к одному полету ВС, наблюдаемому радиолокационной системой и наземной станцией АЗН-В.

Анализ проводился на выборке, собранной в период с 6 по 9 июня 2014 года. Исследования были проведены в географических координатах воздушного пространства Московского узлового диспетчерского района (МУДР). Специально разработанное программное обеспечение позволило осуществить предварительную фильтрацию собранных данных АЗН-В по качеству. Были отфильтрованы:

- донесения АЗН-В, сформированные на основании сообщений АЗН-В от бортовых транспондеров АЗН-В MOPS версии 0, со значениями NUCr меньше 7;
- донесения АЗН-В, сформированные на основании сообщений АЗН-В от бортовых транспондеров АЗН-В MOPS версии 1, со значениями NIC меньше 8;
- донесения АЗН-В, сформированные на основании сообщений АЗН-В от бортовых транспондеров АЗН-В MOPS версии 2, со значениями NIC меньше 8.

Таким образом, после осуществления фильтрации принималось, что отфильтрованные данные АЗН-В гарантируют заранее известный высокий уровень качества информации наблюдения.

С каждой радиолокационной отметкой ассоциировалась наиболее близкая по времени отметка АЗН-В. Ассоциированные отметки АЗН-В экстраполировались ко времени радиолокационных отметок. Затем производился расчет невязок по траектории, по нормали к траектории и по расстоянию.

На рис. 1 представлена гистограмма невязок в показаниях АЗН-В и ВОРЛ по нормали к траектории.

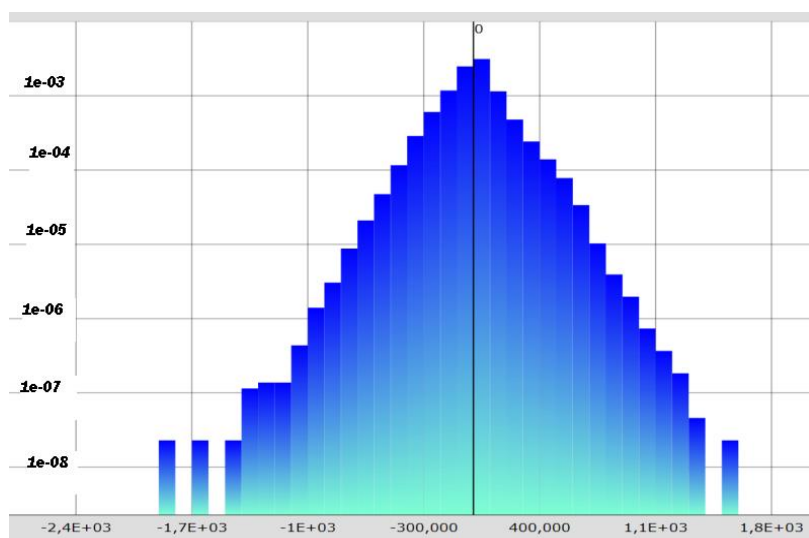


Рис. 1. Гистограмма невязок в показаниях АЗН-В и ВОРЛ по нормали к траектории
Fig. 1. The bar chart of ADS-B and Radar date discrepancy on a normal to a trajectory

В таблице 1 приведены значения четырех первых ненормированных центральных моментов гистограммы невязок и соответствующие моменты распределения Лапласа для ВОРЛ со стандартным отклонением 165 м.

Таблица 1
Table 1

	Центральные моменты распределений, $[\mu_n] = m^n$		
	μ_2	μ_3	μ_4
Гистограмма невязок	$3,3 \cdot 10^4$	$7,0 \cdot 10^5$	$6,2 \cdot 10^9$
Распределение ошибок ВОРЛ	$2,7 \cdot 10^4$	0	$4,4 \cdot 10^9$

На рис. 2 изображен график восстановленного распределения плотности вероятности ошибок АЗН-В для нормированной на стандартное отклонение величины $x = (\xi - m_\xi) / \sigma_\xi$ в направлении, перпендикулярном траектории движения ВС.

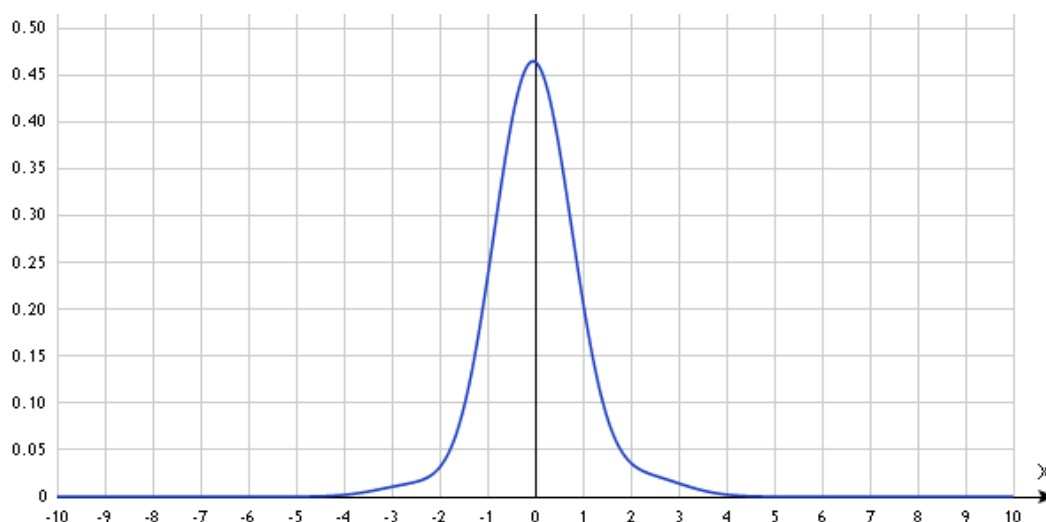


Рис. 2. Восстановленный вид зависимости распределения ошибок АЗН-В
Fig. 2. Determined view of ADS-B error distribution law

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен новый подход к восстановлению асимптотического вида распределения плотности вероятности ошибок «точного» измерительного устройства по известному распределению ошибок «грубой» измерительной системы и экспериментально полученной гистограмме невязок данных измерений сопоставляемых систем. Метод применим для случая, когда параметры измеряемого объекта могут существенно (на масштабах стандартных отклонений измерительных систем) меняться за временной интервал между измерениями.

Предложенный метод проиллюстрирован на примере получения асимптотической оценки вероятностного распределения ошибок системы наблюдения за воздушным движением АЗН-В, вводимой с 2020 года в Европе, США, РФ и ряде других регионов мира.

В основу метода положен кумулянтный подход к описанию вероятностных распределений и асимптотические разложения (в частности, ряд Эджворта). Кумулянтный подход, в отличие от моментного, позволяет достаточно корректно ограничиться конечным числом членов разложения, что очень важно при асимптотических оценках вероятностных распределений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Csáki Róbert, Labun Ján.** The Position of Automatic Dependent Surveillance Aircraft – ADS-B, *Acta Avionica*. 2013, vol. XV, no. 27, pp. 1–6.
2. **Yang Haomiao, Huang Rongshun, Wang Xiaofen, Deng Jiang, Chen Ruidong.** EBAA: An efficient broadcast authentication scheme for ADS-B communication based on IBS-MR. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, vol. 17, no. 3, pp. 688–696.
3. **Taehwan Cho, Inseong Song, Eunmee Jang, Wanoh Yoon, Sangbang Choi.** The Improvement of Aircraft Position Information with the Unscented Kalman Filter. *International Journal of Database Theory and Application*, vol. 5, no. 2, June, 2012, pp. 75–81.
4. **Agarwal Vivek, Thakare Saket, Jaiswal Akshay.** Instant aircraft recovery during disaster using ADS-B technology. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, vol. 6, Issue 8, August, 2015, pp. 1769–1772.
5. **Кузнецов В.Л.** Метод Фурье-сепарации в задаче оценки распределений ошибок пилотирования, АЗН-В и РЛС-наблюдений // *Научный Вестник МГТУ ГА*. 2012. № 180. С. 106–109.
6. **Кузнецов В.Л., Горяченкова Е.С.** Об оценках статистики ошибок пилотирования и вероятности сбоя спутниковой навигационной системы // *Научный Вестник МГТУ ГА*. 2014. № 207. С. 138–143.
7. **Стратонович Р.Л.** Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Советское радио, 1961. 560 с.
8. **Малахов А.Н.** Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. М.: Советское радио, 1978. 376 с.
9. **Кендал М.Дж., Стьюарт А.** Теория распределений. М.: Наука, 1966. 588 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Кузнецов Валерий Леонидович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики Московского государственного технического университета гражданской авиации, v.kuznetsov@mstuca.aero.

Тараканов Андрей Александрович, старший научный сотрудник отдела перспективных средств ЕС ОрВД № 30 филиал «НИИ Аэронавигации» ФГУП ГосНИИ ГА, tarakanov@atminst.ru.

LAW DISTRIBUTION APPROXIMATION ON EIGENSTATE ERRORS OF ADS-B BASED ON CUMULANT ANALYSIS OF ADS-B-RAD SYSTEM DATA DISPARITY

Valeriy L. Kuznetsov¹, Andrey A. Tarakanov²

¹*Moscow State Technical University of Civil Aviation, Moscow, Russia*

²*“RI of Aeronavigation” Branch of FSUE SRDE of Civil Aviation, Moscow, Russia*

ABSTRACT

The article deals with a new approximation method for enhanced accuracy measurement system errors distribution. The method is based upon the mistie analysis of this system and a more robust design data. The method is considered on the example of comparison of Automatic Dependent Surveillance – Broadcast (ADS-B) with ground radar warning system used at present. The peculiarity of the considered problem is that the target parameter (aircraft swerve) value may drastically change in the scale of both measurement systems errors during observation. That is why it is impossible to determine the position of the aircraft by repeatedly observing it with ground radar warning system. It is only possible to compare the systems' one-shot measurements, which are called errors here. The article considers that the distribution of robust measurement system errors probability density (the system that has been continuously in operation) is known, the histogram of

errors is given and it is needed to obtain an asymptotic estimate of errors occurrence distribution for a new improved measurement system.

This approach is based on cumulant analysis of measurement systems error distribution functions. The approach allows us to carry out the reduction of corresponding infinite series properly. The author shows that due to measurement systems independency, their errors distribution cumulants are connected by a simple ratio, which allow to calculate the values easily. To reconstruct distribution initial form one should use Edgeworth's asymptotic series, where a normal distribution derivative is used as a basis function. The latter is proportional to Hermitian polynomial, thus the series can be considered as an orthogonal decomposition.

The author reveals the results of coordinate error component distribution calculation; the error is measured when the normal line lies towards aircraft path, using error statistics experimental information obtained in "RI of Aeronavigation" Branch of FSUE SRI of Civil Aviation.

Key words: measurement errors distribution, characteristic functions, cumulant decompositions, ADS-B.

REFERENCES

1. **Csáki Róbert, Labun Ján.** The Position of Automatic Dependent Surveillance Aircraft – ADS-B, *Acta Avionica*. 2013, vol. XV, no. 27, pp. 1–6.
2. **Yang Haomiao, Huang Rongshun, Wang Xiaofen, Deng Jiang, Chen Ruidong.** EBAA: An efficient broadcast authentication scheme for ADS-B communication based on IBS-MR// *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, vol. 17, no. 3, pp. 688–696.
3. **Taehwan Cho, Inseong Song, Eunmee Jang, Wanoh Yoon, Sangbang Choi.** The Improvement of Aircraft Position Information with the Unscented Kalman Filter. *International Journal of Database Theory and Application*, vol. 5, no. 2, june, 2012, pp. 75–81.
4. **Vivek Agarwal, Saket Thakare, Akshay Jaiswal.** Instant aircraft recovery during disaster using ADS-B technology. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, volume 6, issue 8, august, 2015, pp. 1769–1772.
5. **Kuznetsov V.L.** *Metod Fur'ye-separatsii v zadache otsenki raspredeleniy oshibok pilotirovaniya, AZN-V i RLS-nablyudeniy* [Fourier separation method in the problem of estimating the distribution of piloting errors, ADS-B and radar observations]. *Nauchnyy Vestnik MGTU GA* [Scientific Herald MSTUCA], 2012, no. 180, pp. 106–109. (in Russian)
6. **Kuznetsov V.L., Goryachenkova Ye.S.** *Ob otsenkakh statistiki oshibok pilotirovaniya i veroyatnosti sboya sputnikovoy navigatsionnoy sistemy* [Estimates of statistical error of piloting and the likelihood of failure of the satellite navigation system] *Nauchnyy vestnik MGTU GA* [Scientific Herald MSTUCA] 2014, number 207, pp. 138–143. (in Russian)
7. **Stratonovich R.L.** *Izbrannyye voprosy teorii fluktuatsiy v radiotekhnike* [Selected topics of the theory of fluctuations in the radio]. *M.: Sovetskoye radio* [M.: Soviet Radio], 1961, 560 p. (in Russian)
8. **Malakhov A.N.** *Kumulyantnyy analiz sluchaynykh negaussovykh protsessov i ikh preobrazovaniy* [Cumulant analysis of the non-Gaussian random processes and their transformations.] *M.: Sovetskoye radio* [M.: Soviet Radio], 1978, 376 p. (in Russian)
9. **Kendal M.Dzh., St'yuart A.** *Teoriya raspredeleniy* [Distribution theory] *M.: Nauka* [M.: Science] 1966, pp. 588. (in Russian)

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Valeriy L. Kuznetsov, Doctor of Science, Professor, Head of Applied Mathematics Chair, Moscow State Technical University of Civil Aviation, v.kuznetsov@mstuca.aero.

Andrey A. Tarakanov, Senior Research Fellow in "RI of Aeronavigation" Branch of FSUE SRDE of Civil Aviation, tarakanov@atminst.ru.